

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL**

Análise de Fraturamento em Estruturas de Concreto Utilizando Programas de Análise Estrutural

Rafael Alves de Souza

Orientador: Prof. Dr. Túlio Nogueira Bittencourt

Co-Orientador: Prof. Dr. José Luiz Antunes de Oliveira e Sousa

Dissertação de Mestrado apresentada à
Comissão de pós-graduação da Faculdade
de Engenharia Civil da Universidade
Estadual de Campinas, para obtenção do
título de Mestre em Engenharia Civil, na
área de concentração de Estruturas.

Campinas, SP
2001

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL**

**Análise de Fraturamento em Estruturas de Concreto
Utilizando Programas de Análise Estrutural**

Engº Rafael Alves de Souza

Dissertação de Mestrado apresentada à banca examinadora constituída por:

Profº Dr. Túlio Nogueira Bittencourt
Orientador - FEC / UNICAMP

Profº Dr. Armando Lopes Moreno Jr.
FEC / UNICAMP

Profº Dr. Wilson Sérgio Venturini
EESC / USP

Campinas, 14 de Maio de 2001.

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

So89a	Souza, Rafael Alves de Análise de fraturamento em estruturas de concreto utilizando programas de análise estrutural / Rafael Alves de Souza.--Campinas, SP: [s.n.], 2001. Orientador: Túlio Nogueira Bittencourt. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Civil. 1. Concreto armado - Fratura. 2. Mecânica da fratura. 3. Simulação (Computadores). 4. Método dos elementos finitos. 5. Análise numérica. I. Bittencourt, Túlio Nogueira. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Civil. III. Título.
-------	---

Resumo

Souza, R. A. . **Análise de Fraturamento em Estruturas de Concreto Utilizando Programas de Análise Estrutural**. Campinas, Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Estadual de Campinas, 2000. 249 p. Dissertação.

Este trabalho aborda a análise de problemas de fraturamento em estruturas de concreto simples e armado, utilizando recursos de análise não-linear de programas de análise estrutural de domínio público e comercial. Problemas complexos de estruturas de concreto que apresentam fissuras potencialmente perigosas são estudadas utilizando tais programas, que utilizam ferramentas como o Método dos Elementos Finitos e Mecânica da Fratura, capazes de prever a propagação de fissuras no concreto, com ou sem armadura. São abordados tanto problemas provenientes de ensaios laboratoriais quanto de estruturas reais e os casos são analisados utilizando os programas FRANC2D, QUEBRA2D, ADINA, FRANC3D e ANSYS.

Palavras Chave: Fratura, concreto, análise estrutural, simulação computacional, modelagem.

Abstract

Souza, R. A. . **Fracture Analysis of Concrete Structures by Utilization of Computer Programs**. Campinas, Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Estadual de Campinas, 2000. 249p. Dissertation.

This dissertation addresses fracture problems in plain and reinforced concrete, taking the advantages of non-linear analysis of educational and commercial software. Complex problems of concrete structures that develop critical cracks are the topic of this work. Crack propagation and localization are modeled using Finite Element Method (FEM) and Fracture Mechanics. Real crack behavior data obtained from laboratory tests and existing structures are compared against those obtained with the following software packages: FRANC2D, FRANC3D, QUEBRA2D, ANSYS and ADINA.

Key Words: Fracture, concrete, structural analysis, computational simulation, modelling.

“Olha Pai: um esqueleto de concreto!”

Rafael A. S.

Agradecimentos

- Acima de tudo ao meu bom DEUS, sempre presente e iluminando a minha vida e os meus caminhos;
- Aos meus pais, Nilson Evelázio de Souza e Ângela Maria Alves de Souza, pelo constante interesse e estímulo em minha educação, pelo amor mútuo e por me tornarem o espelho que sou deles: na determinação, honestidade e ousadia;
- A todos meus familiares e principalmente aos meus irmãos, Nilsinho e Vinícius, pela amizade e pelo carinho;
- À Luciana Arena Silva, pelo amor, pela inspiração e pela paciência em me esperar!
- Aos amigos da República Paraná (Leandro Vanalli, Odair Pastor Ferreira e Eduardo César Meurer) e do curso de pós-graduação em Engenharia Civil, em especial: Everaldo Bonaldo, Carlos Frederico, Elias Nicolas, Edivaldo Jr, Rodrigo Ribeiro Paccola, Gustavo Longhin, Newton Damasio dos Santos, André Fujimoto, Fabio Henrique Campos Mauad, Edimar Cesar Rylo, Jefferson Cassiano, Prof. Francisco Antonio Menezes, Prof. Flávio de Oliveira Costa e Prof. Philippe Remy Bernard Devloo.
- Aos grandes amigos: Leandro Vanalli, Alexandre Barbeta de Souza, Luiz Carlos Bulla e Raimundo Sérgio Soarez (“Fazer novos amigos é fácil, difícil é conservar as velhas amizades!”);
- Aos meus orientadores, José Luiz Antunes de Oliveira e Sousa e Túlio Nogueira Bittencourt;
- E finalmente, à FAPESP pelo suporte financeiro e pela confiança.

Sumário

	Página
Lista de Tabelas	vii
Lista de Figuras	x
Lista de Símbolos, Siglas e Abreviaturas	xvi
1 Introdução	1
2 Objetivos	5
3 Acidentes Estruturais	7
4 Fraturamento em Estruturas de Concreto	15
5 Configurações de Fissuração em Estruturas de Concreto	19
5.1 Causas das Formações de Fissuras	19
5.2 Tipos de Fissuras	21
5.3 Fissuras Causadas pela Atuação de Sobrecargas	22
6 Mecânica da Fratura	31
6.1 Evolução Histórica da Mecânica da Fratura	32
6.2 Conceitos Básicos de Mecânica da Fratura Elástica Linear(MFEL)	37
6.2.1 Modos de Fraturamento	38
6.2.2 Concentrações de Tensões	39
6.2.3 Campo de Tensões no Fronte da Fissura e Fator de Intensidade de Tensões	43
6.2.4 Energia de Fraturamento	44
6.3 Comparação com a Resistência dos Materiais	46
6.4 Mecânica da Fratura Aplicada ao Concreto	49

6.4.1 Evolução Histórica da Mecânica da Fratura Aplicada ao Concreto	49
6.4.2 Situação Atual da Mecânica da Fratura Aplicada ao Concreto	51
6.4.3 Modelos Coesivos	55
7 Modelos de Ruptura para Concreto	57
7.1 Funções Utilizadas na Formulação de Ruptura para Concreto	58
7.1.1 Invariantes de Tensão	58
7.1.2 Determinação das Tensões Principais	61
7.1.3 Interpretação Física dos Invariantes do Tensor de Tensões	62
7.1.4 Interpretação Geométrica dos Invariantes	63
7.2 Características da Superfície de Ruptura do Concreto	67
7.3 Modelos de Ruptura Com Um Parâmetro	69
7.3.1 Critério de Rankine	70
7.3.2 Critério de Tensão Cisalhante (Tresca e von Mises)	71
7.4 Modelos de Ruptura Com Dois Parâmetros	74
7.4.1 Critério de Mohr - Coulomb	75
7.4.2 Critério de Drucker-Prager	78
7.5 Modelos de Ruptura Com Três Parâmetros	79
7.5.1 Critério de Bresler-Pister	80
7.5.2 Critério de Três Parâmetros de Willam-Warnke	81
7.6 Modelos de Ruptura Com Quatro Parâmetros	86
7.6.1 Critério de Ottosen	86
7.6.2 Critério de Hsiegh -Ting-Chen	87
7.7 Modelos de Ruptura Com Cinco Parâmetros	89
7.7.1 Critério de Willam -Warnke	89
8 Programas Utilizados para Simular o Comportamento do Concreto	91
8.1 FRANC2D	91
8.2 QUEBRA2D	94
8.3 FRANC3D	97
8.4 ANSYS	98
8.5 ABAQUS	103

8.6 ADINA	105
8.6.1 Modelo Constitutivo para Concreto disponível no Programa	108
ADINA	
9 Metodologia	113
9.1 Vigas de Concreto de Alto Desempenho Carregadas até o Colapso com Dados Obtidos de Ensaio Experimental	114
9.1.1 Ensaio Experimental	114
9.1.2 Materiais, Dosagem e Fabricação dos Corpos-de-Prova	115
9.1.3 Resultados Experimentais	116
9.1.4 Malha de Elementos Finitos Adotada	117
9.1.5 Análise do Modelo pela Resistência dos Materiais	118
9.1.6 Análise Elástica Linear Bidimensional com Auxílio de	120
Programas Computacionais	
9.1.7 Comparações Entre os Resultados Obtidos no Modelo	127
Elástico Bidimensional	
9.1.8 Análise Elástica Linear Tridimensional com Auxílio de	129
Programas Computacionais	
9.1.9 Comparações entre os Resultados Obtidos no Modelo	134
Elástico Tridimensional	
9.1.10 Análise Elástica Não-Linear Bidimensional e	135
Tridimensional	
9.2 Vigas de Concreto de Alto Desempenho Carregadas até o Colapso com Dados Obtidos da Literatura	140
9.2.1 Ensaio Experimental	140
9.2.2 Simulações Computacionais	143
9.3 Vigas de Concreto de Alto Desempenho com Armaduras Mínimas de Flexão Carregadas até o Colapso	145
9.3.1 Cálculo das Armaduras Mínimas de Flexão pela Mecânica	145
da Fratura	
9.3.2 Ensaio Experimental e Simulação Computacional	148

9.4 Vigas de Concreto de Alto Desempenho com Armaduras de Flexão Carregadas até o Colapso com Dados Obtidos da Literatura	153
9.4.1 Ensaios Experimentais	153
9.4.2 Simulação Computacional	154
9.5 Ensaios de Compressão Diametral	161
9.5.1 Resultados Experimentais	162
9.5.2 Simulação Computacional	164
9.6 Ensaios de Compressão Axial	172
9.6.1 Propriedades Mecânicas do Concreto e Resultados Experimentais	172
9.6.2 Simulação Computacional	173
9.7 Viga de Concreto Armado Com Abertura na Alma	178
9.7.1 Introdução	178
9.7.2 Simulação Computacional	180
9.8 Análise de Fissuração e Ruína em Arcos de Concreto	186
9.8.1 Introdução	186
9.8.2 Simulação Computacional	188
9.8.3 Resultados e Comentários	191
9.9 Ponte Schoharie Creek	195
9.9.1 Introdução	195
9.9.2 Investigações das Causas de Ruína	196
9.9.3 Descrição da Ponte Schoharie Creek	197
9.9.4 Aspectos Geológicos e Hidrológicos	199
9.9.5 Análise Estrutural	200
9.9.6 Simulação Computacional	203
9.9.7 Observações Finais	217
10 Conclusões	219
11 Referências Bibliográficas	223
12 Anexo	235

Lista de Tabelas

	Página
<i>Tabela 1 – Aberturas máximas de fissuras segundo NBR6118(2000)</i>	21
<i>Tabela 2 – Resistência à tração, tenacidade e fragilidade de alguns materiais</i>	54
<i>Tabela 3 - Componentes octaédricas para o critério de Bresler-Pister</i>	80
<i>Tabela 4 - Componentes octaédricas para o critério de Willam-Warnke</i>	84
<i>Tabela 5 - Proporções de mistura do concreto(kN/m³)</i>	115
<i>Tabela 6 – Resistências obtidas para o concreto utilizado</i>	116
<i>Tabela 7 – Tensões obtidas no programa ANSYS (Modelo 2D)</i>	120
<i>Tabela 8 – Tensões obtidas no programa FRANC2D (Modelo 2D)</i>	122
<i>Tabela 9 – Tensões obtidas no programa ADINA (Modelo 2D)</i>	124
<i>Tabela 10 – Tensões obtidas no programa QUEBRA2D (Modelo 2D)</i>	126
<i>Tabela 11 - Tensões máximas e deslocamentos máximos obtidos(Modelo 2D)</i>	127
<i>Tabela 12 – Tensões obtidas no programa ANSYS (Modelo 3D)</i>	130
<i>Tabela 13 – Tensões obtidas no programa ADINA (Modelo 3D)</i>	132
<i>Tabela 14 – Tensões máximas e deslocamentos máximos obtidos(Modelo 3D)</i>	134
<i>Tabela 15 – Cargas de ruptura e deslocamentos verticais para vigas CAD</i>	141

<i>(BOSCO et alli, 1990)</i>	
<i>Tabela 16 – Cargas de ruptura e deslocamentos verticais para vigas CAD utilizando ADINA</i>	143
<i>Tabela 17 – Comparação entre resultados experimentais e simulação computacional</i>	144
<i>Tabela 18 – Armadura utilizadas para a Série A</i>	149
<i>Tabela 19 – Armadura utilizadas para a Série B</i>	149
<i>Tabela 20 – Resultados obtidos com simulação em ADINA para Série A</i>	150
<i>Tabela 21 – Resultados obtidos com simulação em ADINA para Série B</i>	151
<i>Tabela 22 – Resultados experimentais para viga em estudo</i>	154
<i>Tabela 23 – Comparação entre ensaio experimental e ADINA</i>	158
<i>Tabela 24 – Parâmetros para concretos com diferentes dosagens</i>	162
<i>Tabela 25 – Propriedades do concreto utilizado por FERNANDES et alli(2000)</i>	172
<i>Tabela 26 – Resultados dos ensaios realizados por FERNANDES et alli (2000)</i>	173
<i>Tabela 27 – Detalhes da viga ensaiada por MANSUR et alli^(a)(1991)</i>	180
<i>Tabela 28 – Deflexões para carga de serviço e para carga de ruptura(MANSUR et alli^(a)(1991))</i>	180
<i>Tabela 29 – Propriedades médias de alvenaria ensaiada por LOO & YANG(1991)</i>	189
<i>Tabela 30 – Carga e movimentos de apoio causadores de ruptura do arco semicircular(LOO & YANG(1991))</i>	190
<i>Tabela 31 – Cargas e movimentos de apoio causadores de ruptura do arco semicircular utilizando ADINA</i>	191

Lista de Figuras

	Página
Figura 1 – Configuração atual da barragem Malpasset, França, ruída em 1959	9
Figura 2 - Fundação da ponte Schoharie Creek, NY, EUA	10
Figura 3 – Ponte dos Remédios: caso típico de falta de manutenção	11
Figura 4 – Visão do Edifício Palace II, Brasil, após o desabamento em 1998	14
Figura 5 – Fluxos de tensão em uma viga isostática submetida à flexão	24
Figura 6 – Fissuração típica em viga subarmada solicitada à flexão	24
Figura 7 – Fissuração típica de cisalhamento em viga solicitada à flexão	25
Figura 8 – Fissurações típicas em vigas solicitadas à flexão	26
Figura 9 – Fissuração provocada por torção em vigas	27
Figura 10 – Fissuração típica de lajes simplesmente apoiadas	28
Figura 11 – Fissuras em lajes devido à ausência de armadura negativa	28
Figura 12 – Fissuras em lajes devido a esforços de torção	29
Figura 13 – Fissuras verticais em pilares devido à insuficiência de estribos	30
Figura 14 – Fissuras inclinadas provocadas por concentração de tensões	30
Figura 15 – Modos de fraturamento	38

Figura 16 – Linhas de fluxo de tensões em uma placa submetida a carregamento uniforme	39
Figura 17 – Descontinuidades em placas provocando concentrações de tensões	40
Figura 18 – Placas elásticas submetidas a carregamento uniforme em uma das bordas	41
Figura 19 – Fluxo de esforços de tração gerados pelo programa FRANC2D	41
Figura 20 – Esforços de tração gerados pelo programa FRANC2D	42
Figura 21 – Tensões σ_y atuantes no plano médio das placas	42
Figura 22 – Campo de tensões em um corpo de forma arbitrária submetido a uma fissura	43
Figura 23 – Energia de fraturamento	45
Figura 24 – Viga engastada submetida a uma carga P em sua extremidade livre	46
Figura 25 – Viga engastada submetida a uma carga P em sua extremidade livre e com uma pequena fissura na proximidade do engaste	47
Figura 26 – Gráfico experimental Carga versus CMOD para concreto	53
Figura 27 – Decomposição da tensão no espaço das tensões principais	63
Figura 28 – Projeção do plano deviatório no espaço das tensões principais	65
Figura 29 – Interpretação geométrica de (ξ, r, θ) e $(\sigma_{oct}, \tau_{oct}, \theta)$	67
Figura 30 – Características gerais dos meridianos	69
Figura 31 – Planos meridianos ($\theta = 0^\circ$ e $\theta = 60^\circ$) e plano π para o Critério de Rankine	71
Figura 32 – Critérios de Tresca e von Mises representados no plano deviatório	74
Figura 33 – Relações para as tensões principais no Critério de Mohr-Coulomb	75
Figura 34 – Planos meridianos ($\theta = 0^\circ$ e $\theta = 60^\circ$) e plano π para o Critério de Mohr-Coulomb	78
Figura 35 – Planos meridianos ($\theta = 0^\circ$ e $\theta = 60^\circ$) e plano π para o Critério de Drucker-Prager	79
Figura 36 – Plano deviatório para a superfície de ruptura do concreto	82
Figura 37 – Critério de Willam-Warnke ($f_{bc} / f_c = 1,3$ e $f_t / f_c = 0,1$)	85
Figura 38 – Exemplo de gráfico para o Critério de Ottosen	87
Figura 39 – Comparação entre o Critério de Hsieh-Ting-Chen com resultados de	88

Mills e Zimmerman(1970)	
Figura 40 – Pré-Processador CASCA	92
Figura 41 – Simulação utilizando FRANC2D	94
Figura 42 – Fluxograma de funcionamento do QUEBRA2D	95
Figura 43 – Simulação utilizando QUEBRA2D	96
Figura 44 – Simulação utilizando FRANC3D	98
Figura 45 – Simulação utilizando ANSYS	99
Figura 46 – Superfície de ruptura bidimensional implementada no programa ANSYS	102
Figura 47 - Exemplo de aplicação do programa ABAQUS	103
Figura 48 – Simulação utilizando ADINA	106
Figura 49 – Relação tensão-deformação uniaxial para concreto no programa ADINA	108
Figura 50 – Determinação de $\tilde{\sigma}'_c$ a partir de $(\epsilon_{p1}, \epsilon_{p2})$	109
Figura 51 – Determinação do comportamento uniaxial para condições de tensão multiaxial	110
Figura 52 – Critério de ruptura biaxial disponível no programa ADINA	110
Figura 53 – Ruína por tração tridimensional disponível no programa ADINA	111
Figura 54 - Envoltórias triaxiais no espaço das tensões principais $\sigma_{p1}, \sigma_{p2}, \sigma_{p3}$	111
Figura 55 - Ensaio “Four Point Bending ”	114
Figura 56 - Viga sendo submetida ao teste “Four Point Bending”	115
Figura 57 - Deslocamento vertical em função da carga aplicada	116
Figura 58 – Malha de elementos finitos utilizada para o modelo 2D	117
Figura 59 – Diagramas de esforços solicitantes	118
Figura 60 – Tensões normais na direção X - Modelo 2D Elástico (ANSYS)	120
Figura 61 – Tensões cisalhantes no plano XY - Modelo 2D Elástico (ANSYS)	121
Figura 62 – Deslocamentos verticais - Modelo 2D Elástico (ANSYS)	121
Figura 63 – Tensões normais na direção X - Modelo 2D Elástico (FRANC2D)	122
Figura 64– Tensões cisalhantes no plano XY - Modelo 2D Elástico (FRANC2D)	123
Figura 65– Deslocamentos verticais - Modelo 2D Elástico (FRANC2D)	123
Figura 66 – Tensões normais na direção X - Modelo 2D Elástico (ADINA)	124

Figura 67 - Tensões cisalhantes no plano XY - Modelo 2D Elástico (ADINA)	125
Figura 68 - Deslocamentos verticais - Modelo 2D Elástico (ADINA)	125
Figura 69 – Tensões normais na direção X - Modelo 2D Elástico (QUEBRA2D)	126
Figura 70 - Tensões cisalhantes no plano XY - Modelo 2D Elástico (QUEBRA2D)	126
Figura 71 - Malha tridimensional adotada para a viga ensaiada	129
Figura 72 – Tensões normais na direção X - Modelo 3D Elástico (ANSYS)	130
Figura 73 – Tensões cisalhantes no plano XY - Modelo 3D Elástico (ANSYS)	131
Figura 74 – Deslocamentos na direção Y - Modelo 3D Elástico (ANSYS)	131
Figura 75 – Tensões normais na direção X - Modelo 3D Elástico (ADINA)	132
Figura 76 – Tensões Cisalhantes no Plano XY - Modelo 3D Elástico (ADINA)	133
Figura 77 – Deslocamentos na Direção Y - Modelo 3D Elástico (ADINA)	133
Figura 78 – Definição das propriedades do concreto no programa ADINA	136
Figura 79 – Curva Tensão x Deformação reproduzida no programa ADINA	137
Figura 80 – Direção das tensões na viga simulada	138
Figura 81 – Tensões na direção y para viga simulada	138
Figura 82 – Quadro de fissuração no instante da ruptura	139
Figura 83 – Gráfico Carga (kN) x Deslocamento Vertical (cm) no meio do vão	139
Figura 84 – Vigas de Concreto de Alto Desempenho ensaiadas por BOSCO et alii (1990)	141
Figura 85 – Malhas de elementos finitos adotadas para as vigas	143
Figura 86 – Vigas de concreto ensaiadas visando obter os efeitos de escala	148
Figura 87 – Seção longitudinal e transversal de viga de concreto de alto desempenho ensaiada por BOSCO et alii (1990)	154
Figura 88 – Modelos usuais para aço no programa ADINA	155
Figura 89 – Superfície de ruptura para o aço disponível no programa ADINA	155
Figura 90 – Malha de elementos finitos utilizada	156
Figura 91 – Curva tensão x deformação para o concreto utilizado	157
Figura 92 – Curva tensão x deformação para o aço utilizado	157
Figura 93 – Carga(kN) x Deslocamento Vertical (mm) no meio do vão	159
Figura 94 – Configuração de fissuração no momento da ruptura	159

Figura 95 – Ensaio de compressão diametral	162
Figura 96 – Modelo adotado para o corpo-de-prova cilíndrico	164
Figura 97 – Quadro de fissuração do corpo-de-prova cilíndrico no instante da ruptura	166
Figura 98 – Tensões na direção y para o corpo-de-prova cilíndrico	166
Figura 99 – Configuração das tensões σ_y no eixo vertical de simetria	167
Figura 100 – Configuração das tensões σ_z no eixo vertical de simetria	167
Figura 101 – Modelo redefinido com nova largura para as placas rígidas	169
Figura 102 – Novo quadro de fissuração no instante da ruptura	169
Figura 103 – Configuração de fissuração em corpo-de-prova ensaiado à compressão diametral	170
Figura 104 – Tensões principais de tração (σ_1)	171
Figura 105 – Condições de vinculação e de carregamento para compressão axial	173
Figura 106 – Quadro de fissuração para pilar curto no instante da ruína	175
Figura 107 – Deslocamentos verticais do corpo-de-prova cilíndrico	176
Figura 108 – Quadro de fissuração para modelo com imposição de deslocamentos	176
Figura 109 – Quadro final de fissuração para ensaio de compressão axial	177
Figura 110 – Características da viga ensaiada por MANSUR et alii ^(a) (1991)	179
Figura 111 – Malha utilizada no programa QUEBRA2D	180
Figura 112 – Tensões σ_x obtidas no programa QUEBRA2D	181
Figura 113 - Tensões τ_{xy} obtidas no programa QUEBRA2D	181
Figura 114 – Tensões principais σ_1 obtidas no programa QUEBRA2D	181
Figura 115 – Tensões $\tau_{máx}$ obtidas no programa QUEBRA2D	181
Figura 116 – Malha de elementos finitos utilizada para viga com abertura na alma	182
Figura 117 – Disposição das armaduras na viga em análise	182
Figura 118 – Quadro de fissuração para viga com abertura na alma	184
Figura 119 – “Line of Thrust” em um arco semicircular submetido a carga central	187

Figura 120 – Elementos constituintes de uma ponte em arco	188
Figura 121 – Casos de carregamento para arco semicircular	189
Figura 122 – Malha de elementos finitos para arco simicircular	190
Figura 123 – Quadro de fissuração para o Caso 1	192
Figura 124 – Quadro de fissuração para o Caso 2	192
Figura 125 – Quadro de Fissuração para o Caso 3	193
Figura 126 – Quadro de fissuração para o Caso 4	193
Figura 127 – Vista em planta da ponte Schoharie Creek	196
Figura 128 – Seção longitudinal da ponte Schoharie Creek	197
Figura 129 – Subestrutura da ponte Schoharie Creek	198
Figura 130 - Detalhe da proteção “riprap” na estrutura de fundação dos “piers”	200
Figura 131 – Dimensões do “Pier 3”	202
Figura 132 – Carregamentos considerados na análise	203
Figura 133 – Malha de elementos finitos utilizada para o “Pier 3”	204
Figura 134 – Tensões na direção y do “Pier 3”(modelo auto-equilibrado)	205
Figura 135 – Tensões principais σ_1 no topo do “plinth” (modelo auto-equilibrado)	206
Figura 136 – Tensões na direção y (modelo com molas)	207
Figura 137 – Tensões principais σ_1 no topo do “plinth”(modelo auto-equilibrado)	207
Figura 138 – Tensões na direção y considerando diferentes taxas de rigidez para o solo	208
Figura 139 – Tensões na direção y para o modelo com fissura	209
Figura 140 – Tensões na direção y no topo do “plinth” para modelo com fissura	210
Figura 141 – Quadro de fissuração para Estágio de Carregamento 3	211
Figura 142 - Tensões principais σ_1 para o Estágio de Carregamento 3	211
Figura 143 - Tensões principais σ_1 para uma seção passada no topo do “plinth”	212
Figura 144 - Tensões principais σ_1 para o Estágio de Carregamento 4	213
Figura 145 - Tensões principais σ_1 para uma seção passada no topo do “plinth”	213
Figura 146 – Configuração de ruína do “Pier 3”	214

Figura 147 – Tensões de tração e de compressão na ponte Schoharie Creek	215
Figura 148 – Deformada observada utilizando FRANC2D	215
Figura 149 – Tensões principais para ponte Schoharie utilizando FRANC2D	216
Figura 150 – Propagação de fissura na ponte Schoharie utilizando FRANC2D	216

Lista de Símbolos, Siglas e Abreviaturas

Símbolos

Letras Romanas

a	Comprimento de fissura
b	Largura
c	Cobrimento de armadura
dA	Variação da área de fissura
E	Módulo de Elasticidade
G	Taxa de Liberação de Energia
G _F	Energia de Fraturamento
G _{Ic}	Taxa de Liberação de Energia Crítica
h	Altura
K _I	Fator de Intensidade de Tensões para o Modo I
K _{Ic}	Tenacidade à Fratura
K	Fator de intensidade de tensões
L	Comprimento
P	Carregamento

R	Raio de fissura
S	Coeficiente de Ponderação
W	Abertura de fissura

Letras Gregas

n	Coeficiente de Poisson
DII	Variação de Energia Potencial
$\sigma_{\max}$	Máxima tensão de tração
σ_x	Tensão normal na direção x
σ_u	Resistencia última
σ_y	Tensão normal na direção y
σ_Y	Tensão de Escoamento
τ_{xy}	Tensão cisalhante no plano xy

Siglas e Abreviaturas

ADINA	Automatic Dynamic Incremental Nonlinear Analyses
ASTM	American Society for Testing and Materials
CMOD	Crack Mouth Open Displacement
CTOD	Crack Tip Open Displacement
CFG	Cornell Fracture Group
FEMOOP	Finite Element Method – Object Oriented Program
FPB	Four Point Bending
FRANC2D	Fracture Analysis Code 2D
MFEL	Mecânica da Fratura Elástica Linear
MFNL	Mecânica da Fratura Não-Linear
RILEM	Réunion Internationale des Laboratoires d'Essais et de recherche sur les Matériaux et les Constructions
TecGraf	Grupo de Tecnologia em Computação Gráfica

TPB Three Point Bending

1 Introdução

Simulação, dentro do âmbito deste trabalho, é a forma de prever numericamente o comportamento que seria observado numa estrutura real submetida a algum tipo de carregamento. Com o constante avanço tecnológico e, conseqüentemente, com o aumento da capacidade de processamento e armazenamento de dados dos microcomputadores, as análises por meio de métodos numéricos têm se tornado cada vez mais intensas e cada vez mais precisas, levando assim, a simulações cada vez mais realistas do comportamento estrutural dos mais diversos tipos de materiais.

Simular o comportamento de estruturas pode significar a economia de tempo, dinheiro e a garantia contra riscos, pois é possível saber com antecedência o comportamento de uma estrutura a ser construída e também avaliar o comportamento de uma estrutura que está apresentando algum problema estrutural.

Atualmente, existe um número razoável de programas computacionais capazes de simular o comportamento dos materiais dos quais são constituídas as estruturas. Os programas desenvolvidos e disponíveis no mercado já são capazes de simular de maneira eficaz o comportamento dos mais diversos tipos de materiais, tanto nos campos de tensões e de deformações, como no processo de fraturamento (localização e propagação de fissuras). No entanto, grandes esforços têm sido feitos nos últimos anos para caracterizar o processo de fraturamento de materiais com comportamento quase-frágil, como o concreto.

Muitos pesquisadores têm se empenhado na caracterização de novos modelos constitutivos que possam simular o processo de fraturamento do concreto, que conforme discutido nos próximos capítulos, é de difícil caracterização por não depender de um único parâmetro, como na Mecânica da Fratura Elástica Linear (MFEL).

A MFEL é uma ferramenta de grande eficiência quando aplicada a maioria dos materiais com comportamento dúctil. No entanto, para o concreto, só pode ser utilizada quando se tem estruturas com grandes dimensões, como por exemplo, barragens. A razão pela qual a MFEL não pode ser utilizada para pequenas estruturas de concreto deve-se ao fato de existir uma zona de processos inelásticos significativa na ponta da fissura, que não pode ser desprezada. A MFEL aplica-se a situações onde a zona de processos inelásticos é muito pequena quando comparada com as outras dimensões da estrutura em análise.

Neste trabalho são apresentadas as potencialidades e as principais características de alguns programas de análise estrutural, que contêm modelos constitutivos para concreto e capacidades para simular o processo de fraturamento do concreto simples e do concreto armado. Com estes programas são analisados problemas de fraturamento extraídos da literatura e a partir de resultados experimentais fornecidos por terceiros.

Os objetivos deste trabalho são descritos no Capítulo 2. O Capítulo 3 traz uma breve abordagem dos principais acidentes estruturais ocorridos no último século envolvendo estruturas de aço e de concreto, e que motivaram o desenvolvimento da Mecânica da Fratura.

No Capítulo 4 são abordadas as principais causas dos acidentes estruturais, bem como a origem de alguns dos processos responsáveis pela iniciação do fraturamento em estruturas de concreto. No Capítulo 5 são apresentadas as principais configurações de fissuração em estruturas de concreto devidas à ação de sobrecargas, com detalhes sobre fissuras causadas por esforços de flexão e de torção.

No Capítulo 6, a evolução cronológica e as potencialidades da Mecânica da Fratura são apresentadas. Também são apresentados os conceitos básicos da MFEL, suas aplicações e limitações, além de uma comparação ilustrativa com a Resistência dos Materiais. Neste capítulo também é abordada a Mecânica da Fratura aplicada ao concreto e também os modelos coesivos disponíveis para a simulação do fraturamento em materiais frágeis ou quase-frágeis.

No Capítulo 7 são apresentados os principais critérios de ruptura para concreto, desde modelos simples possíveis de serem calculados manualmente até critérios mais sofisticados, indicados apenas para uso com auxílio computacional.

No Capítulo 8 são apresentados os programas analisados e utilizados neste trabalho: suas características, critérios de cálculo e modelos constitutivos disponíveis para a modelagem de estruturas de concreto.

No Capítulo 9 os problemas são descritos e analisados utilizando os programas de análise estrutural selecionados. Finalmente no Capítulo 10 são tiradas as conclusões a respeito deste trabalho.

2 Objetivos

O objetivo deste trabalho é fazer um levantamento de quais são os recursos disponíveis e as limitações de aplicação de programas selecionados de análise estrutural, de domínio público e comercial, para a modelagem do comportamento não-linear do concreto simples e armado. Essa análise é feita por meio da utilização destes programas em problemas reais de engenharia e a resultados observados por terceiros em ensaios laboratoriais, procurando avaliar quais destes programas levam a resultados mais realistas no processo de modelagem de estruturas de concreto.

Neste trabalho são analisados os seguintes programas de análise estrutural: FRANC2D, QUEBRA2D, FRANC3D, ADINA, ABAQUS e ANSYS. No entanto, serão utilizados apenas alguns destes programas, procurando empregar apenas os que apresentam as melhores potencialidades para simular o comportamento do concreto simples e armado.

3 Acidentes Estruturais

Acidentes graves em estruturas de concreto armado têm ocorrido em todo mundo, desde os primórdios de sua criação como material construtivo. No entanto, poucas publicações relatando as causas desses acidentes estão disponíveis, dificultando assim, o aprendizado a partir de erros já cometidos e propiciando, dessa maneira, o acontecimento de novas tragédias.

Existe uma bibliografia razoável a respeito de acidentes estruturais onde os materiais utilizados são de natureza dúctil, como por exemplo, a grande maioria dos metais. Esses registros devem-se principalmente ao desenvolvimento da Mecânica da Fratura, que é o ramo da engenharia que relaciona a presença de defeitos, como fissuras, com a capacidade de estruturas e materiais suportarem carregamentos.

Em vários trabalhos (KANNINEN & POPELAR (1985), BROEK (1985) e ERDOGAN (1999)) relacionados com o estudo da Mecânica da Fratura é possível encontrar a descrição de acidentes estruturais ocorridos por mecanismos de fraturamento em materiais dúcteis:

- Naufrágio do navio Titanic, em 1912;
- Ruptura de um tanque de gás liqüefeito em Cleveland, EUA, em 1944;
- Na década de 40, de 2500 navios Classe Liberty construídos na Segunda Guerra Mundial, 7 quebraram em duas partes e 400 experimentaram sérios danos;

- Na década de 50, aviões Comet de origem inglesa, entraram em colapso durante vôo, devido ao surgimento de fissuras nas arestas de janelas;
- Acidentes com mísseis Polaris, na década de 50;
- Acidentes com aviões F111 em 1969;
- Ruptura do petroleiro Kurdistan em dois pedaços enquanto navegava carregado de petróleo no Atlântico norte em 1979;
- Explosão no ar do ônibus espacial Challenger após decolar, em 1986.

Publicações descrevendo acidentes com materiais frágeis como o concreto são raras, restringindo-se a sites da Internet, revistas sobre construção, notícias de jornais, relatórios de circulação restrita e alguns poucos livros que tratam do tema e também apontam a grande falta de divulgação dos acidentes estruturais envolvendo as estruturas em concreto armado.

Tem sido freqüente a ocorrência de problemas estruturais graves em estruturas de concreto em todo mundo, principalmente em grandes estruturas, como pontes rodoviárias ou ferroviárias e viadutos, muitas vezes resultando na interrupção ou restrição de tráfego em importantes vias, com prejuízos da mesma ordem de grandeza do custo da própria obra em si.

Tais problemas também podem ser observados em edifícios e barragens. No entanto, as conseqüências podem ser ainda mais graves, pois vidas podem ser perdidas se os problemas apresentados não forem sanados em tempo hábil.

De acordo com sites da INTERNET ^(a,b) (2000), existem acidentes graves envolvendo barragens de concreto que vitimaram um grande número de pessoas devido à falta de manutenção da estrutura:

- Há aproximadamente cem anos a ruína catastrófica de uma barragem de concreto causou a morte de milhares de pessoas em Johnstown, na Pennsylvania, EUA;

- Mais recentemente, em 1928, a ruptura da barragem St. Francis, perto de Los Angeles, na Califórnia, EUA, causou a morte de centenas de pessoas;
- Em Dezembro de 1959, a barragem Malpasset, próximo a Frejus, na França, chegou à ruína matando cerca de 500 pessoas, semanas depois de terem sido noticiadas as primeiras fissuras na estrutura (Figura 1).



Figura 1 – Configuração atual da barragem Malpasset, França, ruída em 1959
(fonte: http://www.simscience.org/cracks/advanced/malpasset_current.html)

- Em Fevereiro de 1972, devido à ruptura da barragem Buffalo Creek, Virginia, EUA, 4000 pessoas ficaram desabrigadas e 125 pessoas morreram;
- Em Junho de 1976, a ruptura da barragem Teton, em Idaho, EUA, matou 14 pessoas e gerou um prejuízo de aproximadamente 1 bilhão de dólares;

- Em 1998 a barragem Los Frailes, próximo a Sevilha, na Espanha, ruiu causando um prejuízo de aproximadamente 42,5 milhões de dólares.

De acordo com um site da INTERNET^(c) (2000) e COZZA (1997), problemas de colapso devido à propagação de fissuras em pontes de concreto também foram freqüentes nos últimos cem anos:

- Em 1876, a ponte Ashtabula, OH, EUA, chegou à ruína devido à fissuração por fadiga e falta de manutenção;
- Em 1983, a ponte Mianus, CT, EUA, chegou ao colapso por falta de manutenção;
- Em 1987, a ponte Schoharie Creek, NY, EUA, chegou ao colapso pelo rompimento da estrutura de fundação (Figura 2);

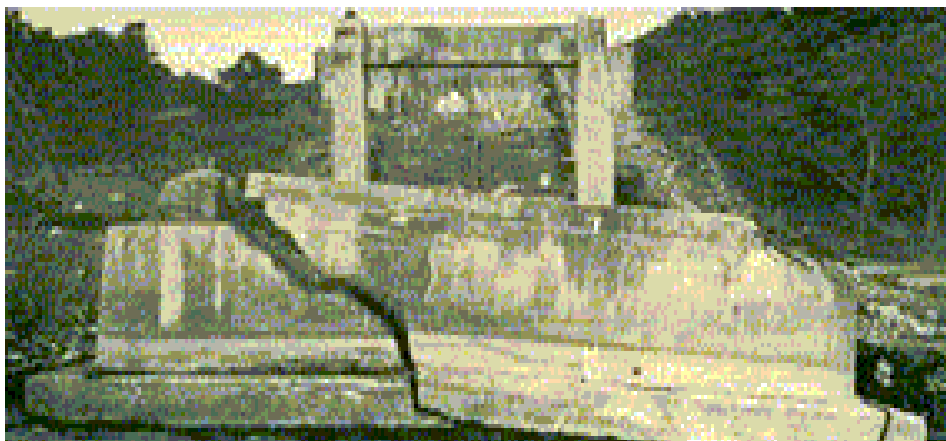


Figura 2 - Fundação da ponte Schoharie Creek, NY, EUA

- Em 1998, em Osasco na Grande São Paulo, a Ponte dos Remédios foi interditada devido a uma fissura de grandes proporções no apoio da obra-de-arte e uma abertura de 15 cm na laje superior, causando o impedimento de uma das mais importantes vias de transporte do país, a marginal do rio Tietê, produzindo um prejuízo financeiro estimado em R\$ 200 milhões no início de Junho de 1998 (Figura 3).



Figura 3 – Ponte dos Remédios: caso típico de falta de manutenção
(fonte: COZZA(1997))

Os edifícios em concreto armado também não escaparam das grandes tragédias que abalaram o último século. Foram vários os acidentes ocorridos e que colheram um número considerável de vidas. No Brasil, na última década, esses acidentes tiveram bastante repercussão:

- Desabamento de edifício residencial na Praia do Gonzaga, na cidade de Santos, Estado de São Paulo, em 1990;
- Desabamento de edifício residencial de 4 pavimentos em Volta Redonda, Estado do Rio de Janeiro, com 8 mortos e 24 feridos em 1994;
- Desabamento do Edifício Atlântico(6 pavimentos), em Janeiro de 1995, na cidade de Guaratuba, litoral do Paraná, causando a morte de 28 pessoas;
- Ruína do Edifício Itália (17 pavimentos) em São José do Rio Preto, estado de São Paulo em Outubro de 1997, dez dias antes de sua inauguração, sem vítimas;
- Desabamento parcial do Edifício Palace II (22 pavimentos), na cidade do Rio de Janeiro, em Fevereiro de 1998, causando a morte de 8 pessoas e o desalojamento de 130 famílias (Figura 4);
- Desabamento dos edifícios Éricka e Enseada de Serrambi, ambos de 4 pavimentos, em novembro e dezembro de 1999, na cidade de Olinda, estado de Pernambuco, com 10 mortos e 16 feridos.

No início do ano 2000 um site da INTERNET^(d) (2000) noticiou que o conjunto Ignez Andreazza, maior condomínio privado da América Latina com 2460 apartamentos, situado em Recife, corria o risco de desabamento devido a um grande número de fissuras na estrutura do prédio.

Muitos destes problemas podem ser evitados ou amenizados caso haja um programa contínuo de manutenção, com intervenções compatíveis com a causa do problema. É necessário que se tenha em mente que é falsa a premissa, freqüentemente aceita, de que a estrutura de concreto não requer manutenção. É necessário que existam programas de gerenciamento e manutenção preventiva em edifícios e obras-de-arte para evitar que problemas simples se tornem a causa de grandes acidentes.

O concreto armado é um dos principais materiais de construção deste século e quando projetado e executado adequadamente tem se mostrado bastante durável. No entanto, é necessário que exista um programa de inspeção e manutenção periódica para inibir o aparecimento e a progressão de problemas envolvendo propagação de fissuras e fraturamento nas estruturas de concreto.

Para que um programa de manutenção de obras civis possa ser realizado é importante que existam condições de avaliar de forma confiável o estado em que a estrutura se encontra. Deve-se ter consciência de que algumas patologias (assim como o homem, as construções apresentam problemas que podem ser tratadas como doenças) podem ocasionar graves riscos se não forem tratadas a tempo.

As estruturas de concreto armado normalmente apresentam um quadro de fissuração excessiva quando existem problemas que comprometem sua capacidade portante e assim sendo, a análise estrutural utilizando recursos baseados unicamente na Teoria da Elasticidade são insuficientes para a obtenção de um diagnóstico adequado, que indique parâmetros para uma intervenção bem sucedida.

É necessário que recursos mais avançados de análise não-linear, incluindo plasticidade, danificação e fraturamento sejam incluídos na análise. Os engenheiros envolvidos nos processos de intervenção, avaliação e recuperação de estruturas danificadas devem dominar todas as ferramentas disponíveis, de maneira a diagnosticar e conduzir com êxito o reforço e o reparo das estruturas de concreto, bem como prever com sucesso a estabilidade e o tempo de segurança das estruturas submetidas ao processo inicial de fraturamento.

Dessa maneira, deve ser feita uma revisão do projeto, observação e medições "in loco" das fissuras presentes na estrutura, avaliação do material utilizado e avaliação estrutural. No entanto, dificilmente dispõe-se de modelos analíticos capazes de prever a estabilidade da estrutura danificada e, devido a esse fato, simulações numéricas utilizando programas computacionais de análise estrutural vêm sendo utilizadas, ainda com pouca frequência, para a resolução de tais problemas.



Figura 4 – Visão do Edifício Palace II, Brasil, após o desabamento em 1998
(fonte: <http://www.palace2.org.br/desaba05.html>)

4 Fraturamento em Estruturas de Concreto

De acordo com CUNHA, LIMA & SOUZA (1996), os acidentes estruturais podem ter suas origens em qualquer uma das atividades inerentes ao processo chamado de "construção civil", sendo que as patologias podem ter início na concepção, na execução ou na utilização da obra.

Paralelamente a isto, pode-se visualizar o problema como uma consequência de ações humanas, freqüentemente resultante da falta de capacitação técnica do pessoal envolvido no processo (tanto na etapa de concepção como nas de execução e de manutenção), utilização de materiais de baixa qualidade, de causas naturais ligadas ao envelhecimento dos materiais componentes das estruturas e de ações externas, tais como: choques, ataques químicos, ataques físicos relativos ao meio ambiente e ataques biológicos.

Nos dias de hoje alguns fatores contribuem decisivamente para o aumento da probabilidade da ocorrência de acidentes estruturais envolvendo estruturas de concreto. De acordo com CUNHA, LIMA & SOUZA (1996), temos em primeiro lugar o próprio envelhecimento das estruturas de concreto, que só agora estão entrando em uma fase que poderia ser denominada de maturidade.

Em segundo lugar, e contribuindo decisivamente para a aceleração e deterioração das estruturas, tem-se a poluição atmosférica causada pelo alto grau de industrialização das cidades. Ainda de acordo com CUNHA, LIMA & SOUZA (1996) tem-se ainda o

crescimento acelerado da construção civil, que provocou a necessidade de inovações, que trouxeram por si mesmas a aceitação de maiores riscos, embora dentro de limites que são regulamentados de diversas formas. Tudo isto, aliado às falhas inevitáveis inerentes ao ato de construir, formou um panorama bastante propício para o surgimento de patologias e de acidentes estruturais.

Evitar acidentes estruturais na construção civil deve ser um desafio a ser enfrentado com seriedade pelos engenheiros envolvidos no processo construtivo. Esse desafio pode ser vencido com o auxílio de ferramentas computacionais capazes de simular o comportamento do concreto simples e armado, tanto em estado virgem, como em estado danificado.

Um estado de danificação que afeta enormemente as estruturas de concreto e que traz grande preocupação é o problema do aparecimento de fissuras nos elementos estruturais. Segundo THOMAZ (1990), esse problema pode ser o aviso de um eventual estado perigoso pelo qual a estrutura está passando e também pode significar o comprometimento do desempenho da obra em serviço (estanqueidade a água, durabilidade, etc), além é claro, do constrangimento psicológico que a fissuração dos elementos estruturais exerce sobre seus usuários.

THOMAZ (1990) descreve que na Bélgica foi desenvolvida uma pesquisa comandada pelo Centre Scientifique et Technique de la Construction com base na análise de 1800 problemas patológicos e chegou-se a conclusão de que a maioria deles originava-se de falhas de projeto (46%), seguindo-se de falhas de execução (22%) e qualidade inadequada dos materiais de construção empregados (15%).

No tocante às fissuras, que em ordem de importância perdiam apenas para o problema da umidade, concluiu-se que as causas mais importantes eram a deformabilidade das estruturas e as movimentações térmicas, seguindo-se os recalques diferenciais de fundações e as movimentações higroscópicas.

THOMAZ (1990) afirma que há falta de registros e divulgação de dados sobre problemas patológicos e que isso retarda o desenvolvimento das técnicas de projetar e construir. CUNHA, LIMA & SOUZA (1996) confirmam que a bibliografia disponível é muito reduzida, limitando-se apenas a relatos apresentados em congressos e seminários, e portanto, de restrita circulação. Mesmo estes trabalhos, em sua grande maioria, são voltados apenas para uma eventual recuperação ou reforço da estrutura, não objetivando mostrar as causas do acidente ou da anomalia estrutural.

Para a tomada de decisões referentes à recuperação de componentes estruturais fissurados, bem como para a adoção de medidas preventivas, é necessária a compreensão dos mecanismos de formação das fissuras. De acordo com THOMAZ (1990), as fissuras são provocadas por tensões oriundas da atuação de sobrecargas ou de movimentações de materiais, dos componentes ou da obra como um todo e por isso devem ser analisados os seguintes fenômenos:

- movimentações provocadas por variações térmicas e de umidade;
- atuação de sobrecargas ou concentração de tensões;
- deformabilidade excessiva das estruturas;
- recalques diferenciais das fundações;
- retração de produtos a base de ligantes hidráulicos;
- alterações químicas de materiais de construção.

As fissuras podem ainda ser originadas devido à má utilização de uma obra, de falhas na sua manutenção ou de acidentes gerados pelos mais diversos fatores, tais como: incêndios, explosões ou impactos de veículos. Têm-se ainda fissuras originadas de vibrações transmitidas pelo ar ou pelo solo, solicitações cíclicas (fadiga) e degradações sofridas pelos materiais e componentes em função do seu envelhecimento natural.

5 Configurações de Fissuração em Estruturas de Concreto

5.1 Causas das Formações de Fissuras

O concreto apresenta uma resistência bastante reduzida aos esforços de tração e, por isso, é necessário melhorar essa característica do material acrescentando barras de aço capazes de absorver esse tipo de solicitação. Como consequência, o concreto que cerca as armaduras pode fissurar, trazendo o perigo de corrosão para as armaduras e ainda, de acordo com FRANZ (1970), a transição do estado homogêneo para o estado fissurado pode originar uma ruptura súbita de armadura (ruptura frágil), quando esta não consegue absorver todo esforço de tração do concreto, levando o elemento estrutural à ruína.

Segundo LEONHARDT ^(b) (1979) deve-se levar em consideração que, na maioria dos casos, além das tensões devidas às cargas, atuam também tensões de tração provenientes de esforços de coação internos ou externos (tensões de coação ou tensões intrínsecas) as quais, para condições desfavoráveis de temperatura e umidade de ar, podem por si só atingir valores tão elevados, que o concreto fissura antes mesmo de o carregamento atuar.

Esse perigo de fissuração existe principalmente nas primeiras dez a quarenta horas após a concretagem, enquanto o concreto novo ainda tem pouca resistência à tração, mas está sujeito a tensões intrínsecas ou tensões de coação elevadas devido a variações de temperatura.

De acordo com MONTROYA (1969), em toda estrutura de concreto existe a possibilidade de fissuração, inconveniente este que é muito difícil de ser evitado completamente mas que pode ser limitado. As fissuras finas, imperceptíveis a olho nu, de acordo com o autor, geralmente não prejudicam a durabilidade da obra e são resultado de uma estrutura bem projetada e executada. FRANZ (1970) afirma que o problema da fissuração só é solucionado de maneira radical, mediante a introdução da protensão, que consegue eliminar totalmente ou parcialmente as tensões de tração do concreto.

RÜSCH (1975) afirma que existem duas maneiras de se conseguir a ausência de fissuras. A primeira maneira consiste no aumento das seções de concreto que, segundo o próprio autor, não é seguro pois seções mais espessas apresentam tensões internas mais elevadas, produzidas pelo calor liberado na hidratação do cimento, pela radiação solar ou devido a uma retração irregular. A segunda maneira, que é a mais segura, consiste no emprego da protensão, ou seja, a produção de um estado inicial de tensões de compressão que desfaça as tensões de tração.

Para limitar a abertura das fissuras RÜSCH (1975) recomenda a escolha cuidadosa da tensão de tração no aço em serviço, da quantidade e do diâmetro das armaduras a serem utilizadas. MONTROYA (1969) afirma que pode-se diminuir o tamanho das fissuras, diminuindo a tensão de trabalho das armaduras, aumentando a rugosidade das barras, empregando barras de alta aderência, melhorando a qualidade do concreto e aumentando a superfície aderente, através do emprego de diâmetros pequenos. No entanto, nem sempre é aconselhável o emprego de barras de diâmetros muito pequenos, pois estas são mais vulneráveis à corrosão.

Com o objetivo de evitar o perigo de corrosão das armaduras, deve-se limitar a abertura das fissuras de acordo com a utilização da obra e com o ambiente ao qual está exposta. O Projeto de Revisão da NBR6118(2000) recomenda as aberturas máximas admissíveis de fissuras para regiões sem armadura ativa conforme a Tabela 1.

Tabela 1 - Aberturas máximas de fissuras segundo NBR6118(2000)

Classe de Agressividade Ambiental	Agressividade	Risco de Deterioração da Estrutura	Máxima Abertura de Fissuras (mm)
I	Fraca	Insignificante	0,4
II	Média	Pequeno	0,3
III	Forte	Grande	0,3
IV	Muito forte	Elevado	0,3

5.2 Tipos de Fissuras

De acordo com LEONHARDT ^(b) (1979) existem os seguintes tipos de fissuras:

- **Microfissuras e fissuras na estrutura interna:** fissuras muito finas e curtas, parcialmente na argamassa e parcialmente entre os agregados e a argamassa, na maioria visíveis somente ao microscópio. Estas fissuras podem se formar devido a tensões intrínsecas ou devido a mudanças de fluxo das tensões internas, o que ocorre devido ao fato dos grãos do agregado serem duros. Tais fissuras diminuem a resistência à tração, especialmente na direção da concretagem e contribuem para a grande dispersão dos valores da resistência a tração;
- **Fissuras de separação:** as fissuras atravessam toda a seção transversal da peça e surgem nos casos de tração centrada ou tração com pequena excentricidade;
- **Fissuras de flexão:** as fissuras começam no bordo tracionado de uma peça fletida e terminam antes da linha neutra;
- **Fissuras de convergência:** no caso de zonas de bordo fortemente armadas, tais como banzos de vigas fletidas ou mesmo no caso de peças espessas, solicitadas à tração, nem todas as fissuras ultrapassam a zona densamente armada. Dependendo da densidade da armadura, apenas algumas poucas fissuras, denominadas fissuras de convergência, avançam em direção à linha neutra ou para o interior da peça, enquanto que as demais fissuras ficam limitadas à região com armadura;
- **Fissuras intermediárias e fissuras de aderência:** entre as fissuras que atravessam a zona armada, formam-se ocasionalmente fissuras intermediárias finas, que na maioria dos

casos atingem apenas a camada mais externa da armadura. Essas fissuras podem se originar de fissuras superficiais iniciais ou de pequenas fissuras de aderência internas;

- **Fissuras de cisalhamento:** as fissuras surgem devido às tensões principais de tração, inclinadas, originadas por esforço cisalhante ou torção, e se desenvolvem obliquamente em relação ao eixo da barra. As fissuras de cisalhamento devido ao esforço cortante podem se desenvolver a partir de fissuras de flexão ou começar na alma;
- **Fissuras longitudinais ao longo das barras da armadura:** são causadas pela pega do concreto fresco ou pelo aumento de volume da barra da armadura devido à corrosão no caso de concreto poroso. As fissuras longitudinais surgem também devido à ação de uma tração transversal no caso de tensões de aderência elevadas (fissuras de fendilhamento) e podem avançar até a superfície da peça, no caso do espaçamento entre barras ser pequeno, mas podem também se desenvolver paralelamente à superfície, rompendo o cobrimento do concreto.
- **Fissuras superficiais ou fissuras em rede:** as fissuras se originam de tensões intrínsecas, provocadas por retração, carbonatação ou temperaturas desiguais, quando estes efeitos produzirem tração na camada superficial. Essas fissuras podem aparecer em qualquer direção (fissuras em rede) quando o efeito de coação interna, causador das tensões intrínsecas, não tiver uma direção preferencial. Podem também ter uma direção aproximadamente paralela, quando uma direção das tensões de tração for predominante. Tais fissuras não se aprofundam, tendo, na maioria, apenas alguns milímetros ou centímetros de profundidade e, normalmente, não são prejudiciais. As fissuras se fecham com o desaparecimento das diferenças de temperatura e de retração e também muitas vezes pela entrada de umidade.

5.3 Fissuras Causadas pela Atuação de Sobrecargas

Embora as fissuras possam ter sua origem nos mais diversos fenômenos, neste trabalho são abordadas apenas as configurações típicas de fissuras resultantes da atuação de sobrecargas nos elementos estruturais em concreto armado, por ser este um dos mecanismos mais importantes no processo de ruína das estruturas.

De acordo com THOMAZ (1990), a atuação de sobrecargas, previstas ou não em projeto, pode produzir a fissuração de componentes de concreto armado sem que isto implique, necessariamente, ruptura do componente ou instabilidade da estrutura. A ocorrência de fissuras num determinado componente estrutural produz uma redistribuição de tensões ao longo do componente fissurado e mesmo em componentes vizinhos, de maneira que a solicitação externa geralmente acaba sendo absorvida de forma global pela estrutura ou por parte dela.

THOMAZ (1990) ainda alerta que o raciocínio exposto anteriormente não pode ser estendido de forma indiscriminada, já que existem casos em que é limitada a possibilidade de redistribuição das tensões, seja pelo critério de dimensionamento do componente, seja pela magnitude das tensões desenvolvidas, ou ainda, pelo próprio comportamento conjunto do sistema estrutural adotado.

As fissuras que ocorrem em peças de concreto armado geralmente apresentam aberturas bastante reduzidas e o cálculo de peças fletidas no Estádio III leva em consideração o surgimento dessas fissuras, que podem se manifestar das mais diferentes formas. No entanto, grandes fissurações devem ser investigadas com rapidez, pois podem estar indicando que a estrutura está passando por algum problema patológico grave.

Conforme citado anteriormente, as estruturas de concreto são dimensionadas levando em consideração o surgimento de fissuras, que entretanto, são em geral imperceptíveis a olho nu.

Quando as fissuras começam a se tornar visíveis, sem auxílio de aparelhos, essas manifestações começam a se tornar preocupantes. Tais fissuras podem ser resultado de falhas na construção do elemento estrutural (erro do diâmetro e do número de barras de aço), mau uso da obra (aplicação de sobrecarga não prevista em projeto), descimbramento e carregamento precoce da estrutura e também por erros de concepção estrutural, quando o comportamento real da estrutura difere do comportamento idealizado no projeto.

a) Flexão de Vigas:

Uma viga isostática submetida à flexão simples apresenta fluxos de tensão conforme ilustra a Figura 5 :

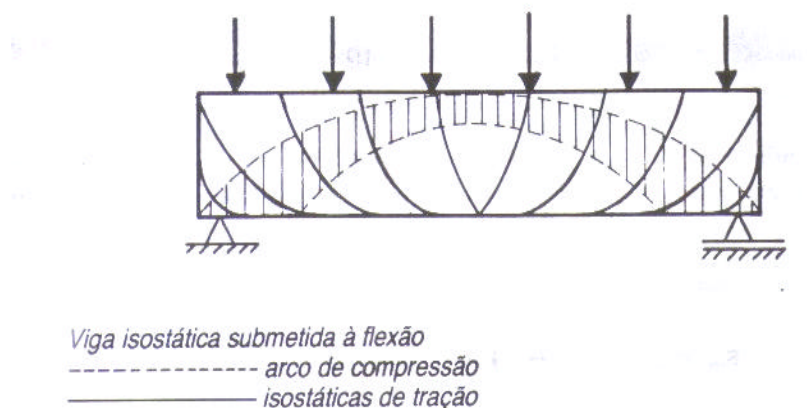


Figura 5 – Fluxos de tensão em uma viga isostática submetida à flexão
(fonte: THOMAZ(1990))

Conforme ilustra a Figura 6, as fissuras ocorrem perpendicularmente às trajetórias das tensões principais de tração. As fissuras são praticamente verticais no terço médio do vão e apresentam aberturas maiores junto à face inferior da viga onde estão as fibras mais tracionadas. Junto aos apoios as fissuras inclinam-se aproximadamente a 45° com a horizontal, devido a influência dos esforços cortantes. Nas vigas altas esta inclinação tende a ser da ordem de 60° .

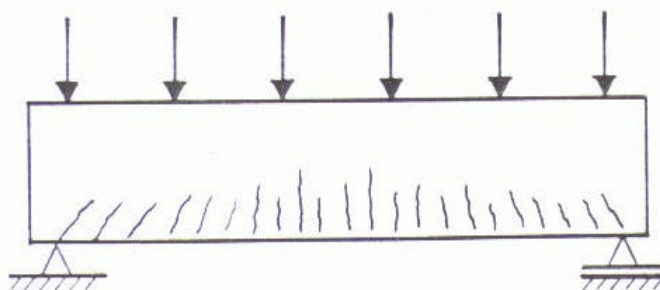


Figura 6 – Fissuração típica em viga subarmada solicitada à flexão
(fonte: THOMAZ (1990))

De acordo com MONTROYA (1969), nas vigas submetidas à flexão com grandes recobrimentos de armadura ($c > 0,1h$), as fissuras nas zonas submetidas à tração, com pequeno esforço cortante, são perpendiculares às armaduras e se prolongam até as proximidades da linha neutra. Estas fissuras se inclinam com o aumento do esforço cortante e atingem 45° , onde o esforço cortante é máximo.

A localização, número, extensão e abertura das fissuras dependem das características geométricas da peça, das propriedades físicas e mecânicas dos materiais e do estágio de sollicitação. Nota-se que para vigas com estribos subdimensionados as fissuras tendem a surgir inicialmente inclinadas, na região do apoio, levando a viga a ruptura conforme ilustra a Figura 7.

Em vigas superarmadas (Domínio IV - NBR6118(2000)) ou confeccionadas com concreto de baixa resistência podem surgir fissuras na região comprimida da viga, geralmente na face superior. Tal fato é decorrente da grande capacidade de o aço absorver esforços de tração, fazendo com que o concreto atinja a ruptura por compressão antes que o aço entre em regime de escoamento.

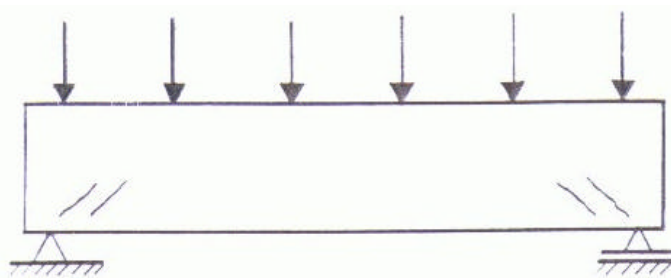


Figura 7 – Fissuração típica de cisalhamento em viga sollicitada à flexão
(fonte: THOMAZ (1990))

Segundo LEONHARDT ^(a)(1979) quando se tem uma viga com armadura relativamente pequena ou com poucas barras de grande diâmetro, as fissuras de flexão são poucas e de grande abertura e chegam até as proximidades da linha neutra. Ainda de acordo com o autor, quando se tem uma viga com armadura relativamente grande ou com barras finas bem distribuídas, as fissuras são muitas e de pequenas aberturas. A Figura 8 ilustra estas situações.

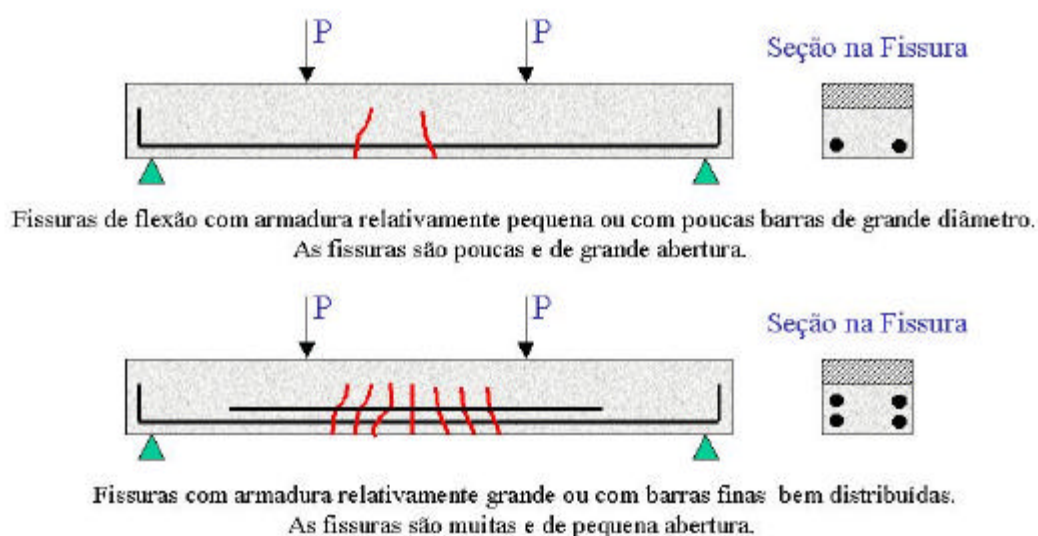


Figura 8 – Fissurações típicas em vigas solicitadas à flexão

Segundo MONTROYA (1969) existem ainda fissuras paralelas às armaduras, que são menos freqüentes mas, no entanto, mais perigosas para o fenômeno da corrosão. Este tipo de fissuração pode acontecer quando os recobrimentos são pequenos e o concreto está mal compactado, principalmente nos cantos da peça.

b) Torção de Vigas:

As fissuras provocadas por esforços de torção raramente se manifestam nas vigas de concreto armado. No entanto, apresentam uma configuração bem característica: as fissuras inclinam-se aproximadamente a 45° e aparecem nas duas superfícies laterais das vigas, segundo retas reversas.

Esse tipo de fissura pode aparecer em vigas de borda, junto ao canto das construções, por excessiva deformabilidade de lajes ou vigas que lhe são transversais, por atuação de cargas excêntricas ou por recalques diferenciais de fundações. Podem ocorrer também em vigas nas quais se engastam marquises e que não estejam convenientemente armadas à torção.

A Figura 9 ilustra o quadro de fissuração de uma viga deficientemente armada à torção, sobre a qual se apoia uma laje excessivamente flexível.

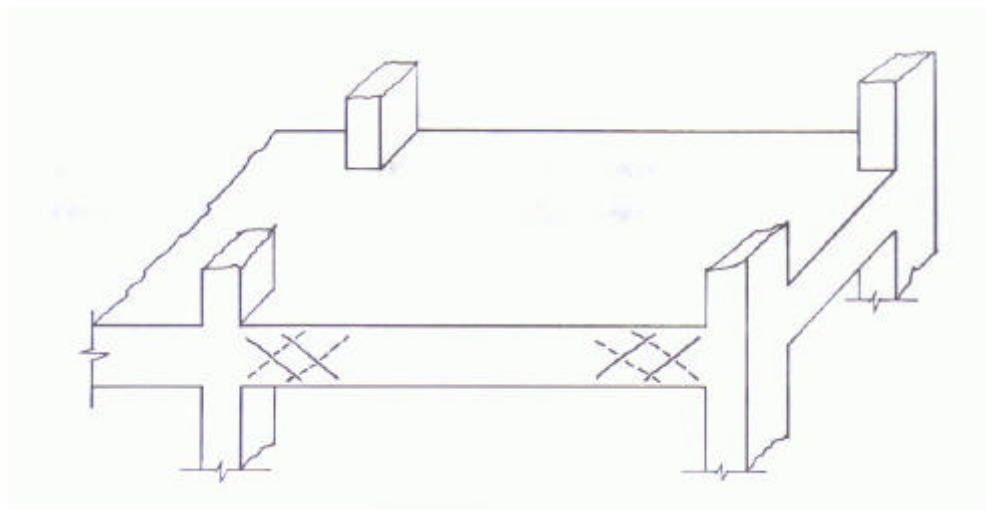


Figura 9 – Fissuração provocada por torção em vigas
(fonte: THOMAZ (1990))

c) Flexão de Lajes:

A configuração do quadro de fissuração em lajes varia de acordo com o tipo de vinculação existente no contorno da estrutura, com a relação do comprimento pela largura, com o tipo de armação e com a natureza e intensidade da solicitação atuante.

Para lajes maciças de grandes vãos, os momentos fletores que se desenvolvem nas proximidades dos cantos podem produzir fissuras inclinadas formando com esses cantos triângulos isósceles. A Figura 10 ilustra o aspecto típico da fissuração na ruptura de uma laje apoiada nas quatro bordas, armada em cruz e submetida a um carregamento uniformemente distribuído.

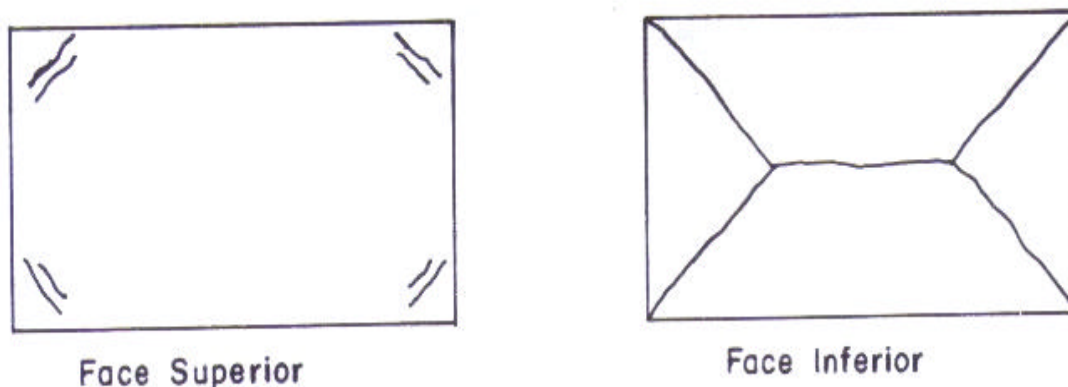


Figura 10 – Fissuração típica de lajes simplesmente apoiadas
(fonte: THOMAZ (1990))

Quando não são colocadas armaduras negativas entre painéis de lajes construtivamente contínuas, porém projetadas como lajes simplesmente apoiadas, podem surgir fissuras na sua face superior, conforme ilustra a Figura 11.

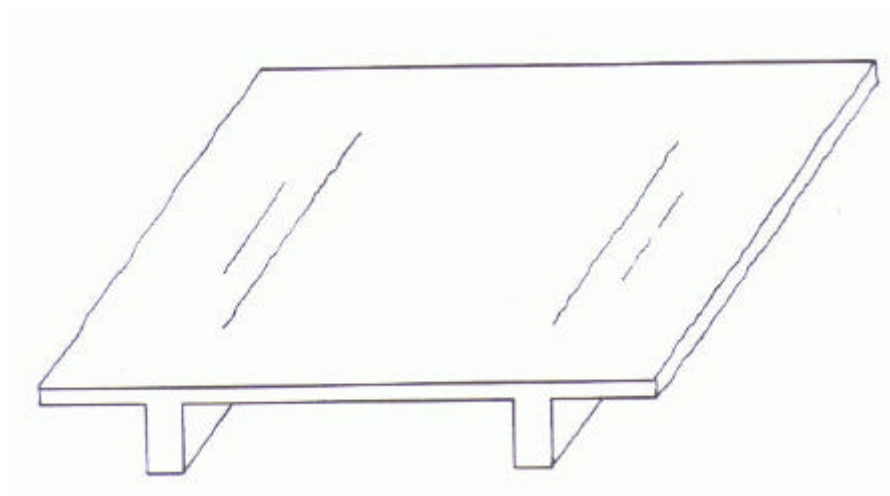


Figura 11 – Fissuras em lajes devido à ausência de armadura negativa
(fonte: THOMAZ (1990))

d) Torção de Lajes:

Devido a recalques diferenciais de fundações ou por deformabilidade da estrutura, as lajes podem ser submetidas a solicitações de torção, formando nesse caso fissuras inclinadas em relação aos bordos da laje, conforme ilustra a Figura 12:

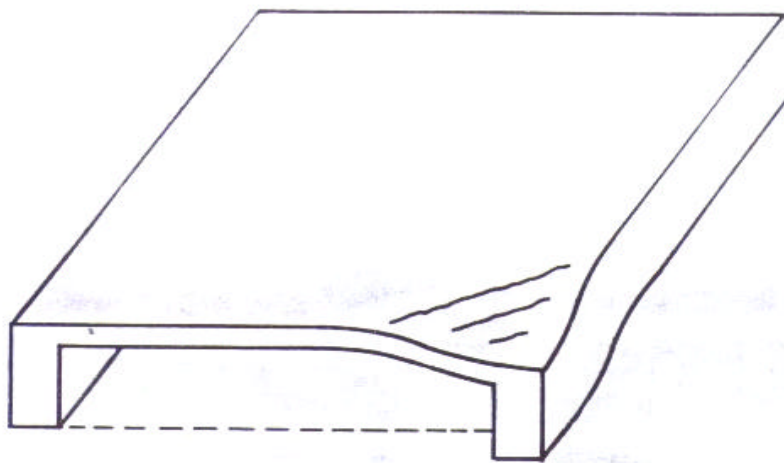


Figura 12 – Fissuras em lajes devido a esforços de torção
(fonte: THOMAZ (1990))

e) Fissuras em Pilares:

Os casos de fissuras em pilares são bastante raros. No entanto, devido à ocorrência de falhas construtivas, podem ocorrer fissuras por esmagamento do concreto, principalmente nas bases dos pilares. Quando esse problema ocorre os pilares devem ser imediatamente reforçados, pois a estabilidade da estrutura está comprometida.

As fissuras verticais que se manifestam nos pilares geralmente são decorrentes de um projeto inadequado no dimensionamento dos estribos. Também podem ocorrer fissuras verticais nos corpos dos pilares, aproximadamente no terço médio, devido a grande

diferença entre o módulo de deformação do agregado graúdo e o módulo de deformação da argamassa intersticial. A Figura 13 ilustra o problema de fissurações verticais em pilares.

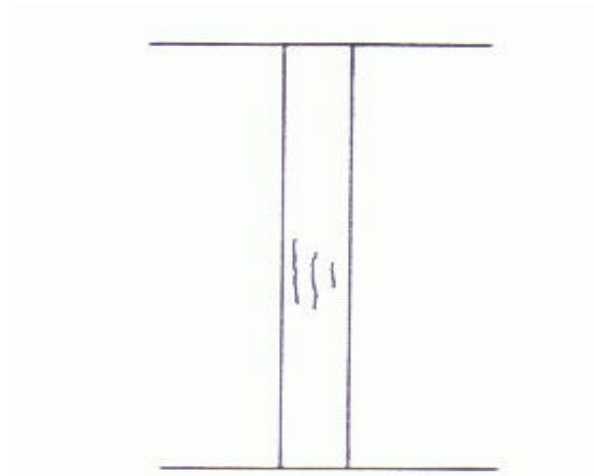


Figura 13 – Fissuras verticais em pilares devido à insuficiência de estribos
(fonte: THOMAZ (1990))

Fissuras horizontais ou ligeiramente inclinadas podem ocorrer em pilares quando estes são solicitados à flexo-compressão, ou de forma bem mais grave, quando há indícios de flambagem.

Fissuras inclinadas e lascamentos na cabeça de pilares pré-moldados são bastante comuns, devido à concentração de tensões normais e tangenciais nessa região do pilar, principalmente no caso da inexistência de aparelho de apoio. A Figura 14 ilustra um estado de fissuração típico na cabeça de pilares pré-moldados.

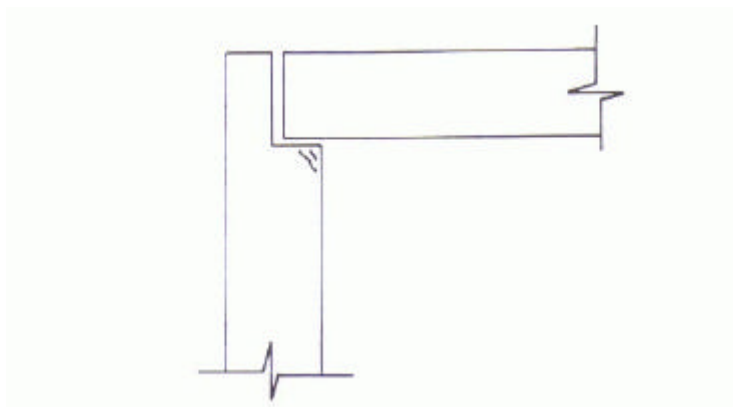


Figura 14 – Fissuras inclinadas provocadas por concentração de tensões
(fonte: THOMAZ (1990))

6 Mecânica da Fratura

O desenvolvimento da Mecânica da Fratura foi impulsionado por uma série de acidentes graves ocorridos sob condições de baixas tensões. Após um número bastante intenso de investigações realizadas em muitos países e principalmente nos Estados Unidos, chegou-se à conclusão que as causas dos problemas eram decorrentes de imperfeições nos materiais e de concentrações de tensões.

Dessa maneira, a Mecânica da Fratura é uma disciplina de engenharia que estuda a capacidade de materiais e de elementos estruturais, submetidos a defeitos tais como fissuras, resistirem à aplicação de carregamentos. Esta área de estudo possui respostas satisfatórias para perguntas importantes tais como:

- Quais os tamanhos das imperfeições que podem ser admitidas em uma estrutura quando esta começa a sua vida útil?
- Qual a frequência de inspeção nas estruturas para a detecção de fissuras?
- Qual o tamanho de fissura crítico?
- Quanto tempo é necessário para uma fissura atingir o seu tamanho crítico?
- Qual é a resistência residual do material ou da estrutura em função do tamanho da fissura?

No projeto convencional de estruturas são levados em consideração características físicas dos materiais tais como: resistência à tração, resistência à compressão e resistência ao escoamento. Este critério é adequado para um grande número de problemas em engenharia, mas é insuficiente quando existe o problema do aparecimento de fissuras na estrutura. Assim, a Mecânica da Fratura passa a ser uma das melhores ferramentas para a resolução do problema.

De acordo com MEHTA & MONTEIRO (1985), a Mecânica da Fratura para concreto pode ser um recurso muito útil para o projetista, por causa do subsídio que fornece para os efeitos da dimensão, isto é, como o tamanho de um elemento estrutural afeta sua capacidade de carga última, além de também fornecer um critério poderoso para a previsão de propagação de fissuras.

6.1 Evolução Histórica da Mecânica da Fratura

As mais recentes teorias que descrevem o comportamento mecânico dos sólidos são baseadas na máxima tensão atuante no material. No entanto, esse modo de análise só foi introduzido após o conceito de efeito de escala, que é de grande importância na Mecânica da Fratura.

TIMOSHENKO *Apud* ERDOGAN (1999) relata que LEONARDO DA VINCI descreveu em um dos seus cadernos de anotações, experimentos com a ruptura de arames de ferro, mostrando que o peso necessário para romper o arame crescia enquanto o comprimento do arame era reduzido à metade em sucessivos testes. De acordo com KANNINEN & POPELAR (1985), esses ensaios foram realizados por LEONARDO DA VINCI no século XV.

Segundo ERDOGAN (1999), resultados similares foram observados por LLOYD e por LE BLANC em 1830, utilizando novamente arames de ferro e também barras de ferro. Em 1858, KARMARSCH forneceu uma expressão empírica para a capacidade de arames de ferro suportarem cargas.

INGLIS (1913) *apud* GDOUTOS (1993) publicou um modelo matemático de tensões na região adjacente a um furo elíptico existente em uma placa finita.

Em ensaios experimentais utilizando fibras de vidro, GRIFFITH (1921) utilizou o trabalho de INGLIS (1913) para formular um critério de energia, baseado nas Leis da Termodinâmica, que explica o crescimento instável de fissuras em materiais frágeis, levando os mesmos a falha.

O pesquisador observou uma baixa resistência à tração nos corpos-de-prova ensaiados quando comparados com os resultados teóricos. Tal discrepância se deu devido à presença de fissuras, defeitos e descontinuidades no material, o que levou o pesquisador a concluir que quanto maior o volume do material maior a probabilidade de haver um defeito com dimensões críticas.

Dessa maneira, os ensaios de GRIFFITH (1921) foram o marco inicial do estudo científico formal da Mecânica da Fratura, sendo que foram apresentadas as primeiras relações quantitativas entre o tamanho de fissuras e a resistência do material.

ERDOGAN (1999) afirma que estudos recentes mostraram que a resistência depende da superfície do material e que corpos-de-prova industrializados que têm suas superfícies polidas podem ter um acréscimo na sua resistência na ordem de 20 a 50 %. Resultados semelhantes foram observados por WOHLER (1960) em testes de fadiga e por KOMMERS (1912).

Apesar de GRIFFITH (1921) ser tido precursor da Mecânica da Fratura não se deve deixar de mencionar o trabalho WIEGHARDT (1995). Em um excelente mas pouco conhecido artigo, publicado em 1907, e posteriormente republicado em 1995, este pesquisador proporcionou a solução essencial para um problema elástico linear no qual se considerou a existência de singularidades no campo de tensões.

Acredita-se que WIEGHARDT tenha sido o primeiro pesquisador a publicar um trabalho levando em consideração tais tensões. Após a resolução deste problema o pesquisador observou que a fratura se iniciava na ponta da fissura e então passou a se preocupar com a direção de iniciação da fratura utilizando as hipóteses de máxima tensão cisalhante e máxima tensão de tração.

A teoria de GRIFFTH (1921) não teve reconhecimento merecido até a Segunda Guerra Mundial (1939 - 1945), período no qual ocorreram vários acidentes com navios e aviões que não podiam ser explicados pelas teorias convencionais. Dessa maneira, houve necessidade de um grande desenvolvimento da Mecânica da Fratura, e isso se deu quando IRWIN (1948) estabeleceu de forma clara no final dos anos quarenta, as condições de aplicabilidade da Mecânica da Fratura Elástica Linear (MFEL) e critérios de dimensionamento a partir da modificação da teoria introduzida por GRIFFTH (1921).

Devido a este fato, alguns autores acreditam que a Mecânica da Fratura deva ter sua origem datada em 1948, que é o ano da publicação do primeiro artigo clássico de IRWIN. Em 1957 esse mesmo pesquisador desenvolveu uma nova abordagem para tratamento da Mecânica da Fratura, baseada no fator de intensidade de tensões, que é simbolizado universalmente por K .

PARIS & ERDOGAN (1961) publicaram um trabalho descrevendo a aplicação da Mecânica da Fratura à fadiga e WELLS (1961) desenvolveu uma abordagem à fratura utilizando CTOD (Crack Tip Open Displacement).

De acordo com DeAQUINO & LANDES (1999), no ano de 1965 foi criado o Comitê E-24 da ASTM para ensaios de fratura e em 1967 a empresa WESTINGHOUSE criou a sua seção de Mecânica da Fratura.

O segundo ponto de demarcação da Mecânica da Fratura pode ser tomado em 1968, quando idéias básicas para o tratamento de problemas não-lineares foram introduzidas nos trabalhos publicados por RICE (1968) e HUTCHINSON (1968).

RICE (1968) apresentou a “Integral J”, uma formulação capaz de quantificar o fluxo de energia em um contorno fechado na região da ponta da fissura. Através da utilização da “Integral J” tornou-se possível a simulação do fraturamento em materiais frágeis, que apresentam uma região significativa de plastificação na ponta da fissura, que não poderiam ser representados pela MFEL (casos de pequena região de plastificação na ponta da fissura).

HUTCHINSON (1968) publicou estudos sobre a descrição de comportamentos não-lineares envolvendo o comprimento de fissura, aplicando também a “Integral J”.

De acordo com MEHTA & MONTEIRO (1985), CARPINTERI (1986) e BAZANT (2000) a primeira aplicação da Mecânica da Fratura para o concreto deu-se em 1961, quando KAPLAN realizou a primeira pesquisa experimental e determinou o valor crítico da taxa de energia liberada para amostras de diferentes tamanhos. Pesquisadores subsequentes a KAPLAN estudaram o efeito de parâmetros como K_{Ic} (Tenacidade à Fratura) e G_F (Energia de Fraturamento) e várias conclusões de grande utilidade através de estudos experimentais puderam ser tiradas:

- A tenacidade à fratura cresce com o aumento do volume de agregado, com sua dimensão máxima característica e com sua textura áspera;
- A tenacidade diminui com o aumento da relação água/cimento e com o aumento do teor de ar no concreto fresco;

As contribuições citadas anteriormente foram importantes para o desenvolvimento da Mecânica da Fratura Não-Linear, que pode ser aplicada a materiais como o concreto. Um passo importante na análise do fraturamento de estruturas de concreto se deu com a criação dos modelos coesivos.

O modelo de fraturamento coesivo foi desenvolvido para representar o comportamento de fissuras que apresentam uma região capaz de transmitir esforços entre suas faces, sendo que os esforços transmitidos diminuem de forma gradual até não haver

transmissão de esforços entre as faces da fissura.

A região coesiva da fissura é o comprimento ao longo do qual há transmissão de esforços. Nesta região ocorrem fenômenos de comportamento não-linear tais como o intertravamento de grãos e o efeito de ponte entre grãos e fibras. Além do concreto, pode-se notar comportamento de fraturamento coesivo em outros materiais tais como: rochas, cerâmicas, compósitos reforçados com fibras, enfim, materiais quase-frágeis e frágeis.

As formulações matemáticas capazes de representar o fraturamento coesivo, que é o caso do concreto, só começaram a ser desenvolvidas a partir do modelo proposto por DUGDALE (1960). No entanto, o grande desenvolvimento dessa área só se deu com o surgimento do modelo de fissura fictícia (“Fictitious Crack Model”) proposto por HILLERBORG et alii (1976).

Nas décadas de 80 e 90 houveram pesquisas intensas e a Mecânica da Fratura pôde ser utilizada com mais frequência nos projetos de vigas, ancoradouros e grandes barragens. Atualmente é muito estudada a aplicação da Mecânica da Fratura para concretos reforçados com fibras e concretos de elevada resistência e também tem-se dado muito atenção à caracterização de novos modelos constitutivos capazes de simular computacionalmente o comportamento de estruturas de concreto submetidas a processos de fraturamento.

Ensaio visando uma padronização para a obtenção de parâmetros de fraturamento para o concreto também têm sido estudados com grande frequência na atualidade. Uma vez estabelecida de maneira clara e padronizada a forma de obter estes parâmetros, grande parte dos problemas de fraturamento em estruturas de concreto poderão ser melhor explicados.

6.2 Conceitos Básicos de Mecânica da Fratura Elástica Linear(MFEL)

De acordo com LEMAITRE & CHABOCHE (1990), a Mecânica da Fratura Elástica Linear (MFEL) é baseada na análise elástica de um campo de tensões para pequenas deformações, onde o valor crítico da taxa de energia liberada (G_F), o fator de intensidade de tensões (K_{Ic}) e a Integral J representam condições precisas de análise de fraturamento para o meio fissurado.

Segundo BROEK (1988), a Teoria da Elasticidade é usada para calcular o campo de tensões existente na região da ponta da fissura e o material é considerado como elástico, seguindo a Lei de Hooke. A MFEL pode ser utilizada quando a área plastificada em frente a ponta da fissura (zona de processos inelásticos) é muito pequena, quando comparada com as outras dimensões do sólido, podendo dessa maneira ser desprezada.

No concreto observa-se uma zona de processos inelásticos de grandes dimensões à frente da fissura, o que torna essa área representativa no cálculo das tensões. Dessa maneira, para poder aplicar a MFEL ao concreto é necessário que a zona de processos inelásticos à frente da fissura seja desprezível quando comparada com as outras dimensões do elemento estrutural, o que requer que o elemento estrutural tenha grandes dimensões.

A MFEL pode ser aplicada com segurança ao concreto em problemas de fraturamento de grandes obras de engenharia, tais como: barragens, pilares de pontes e viadutos e obras-de-arte em geral, onde as grandes dimensões do elemento estrutural em análise tornam a zona de processos inelásticos desprezível.

Com a ocorrência de plasticidade ou viscoplasticidade, como no caso do concreto, é necessário adentrar no campo da Mecânica da Fratura Não-Linear (MFNL). De acordo com LEMAITRE & CHABOCHE (1990) este é o caso de alguns materiais dúcteis como aços com baixo teor de carbono, aços inoxidáveis, certas ligas de alumínio e polímeros, além do concreto.

A seguir são apresentados alguns conceitos e terminologias básicas referentes à Mecânica da Fratura Elástica Linear.

6.2.1 Modos de Fraturamento

As fissuras podem se propagar em um sólido de três maneiras diferentes, dependendo do tipo de solicitação a qual está sendo submetido. Essas maneiras distintas de propagação são chamadas “Modos de Fraturamento” e são apresentadas na Figura 15:

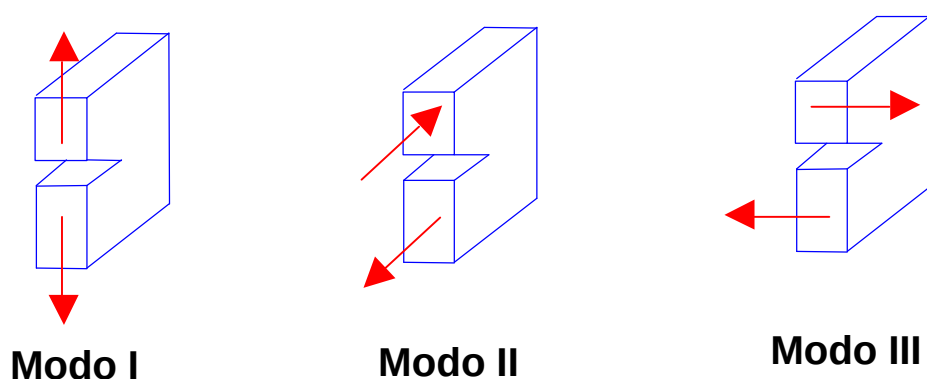


Figura 15 – Modos de fraturamento

Quando a fissura se propaga de tal maneira que os esforços forcem a abertura da fissura, tem-se o Modo I (“opening mode” ou “modo de abertura”), ou seja, a fissura se propaga no plano por abertura normal à face da fissura.

O Modo II (“shear mode” ou “modo cisalhante”) é caracterizado por uma propagação no plano, provocada pelo escorregamento entre as faces na direção do comprimento da fissura.

A fissura pode se propagar no espaço por escorregamento entre as faces na direção normal ao comprimento da fissura. Neste caso, tem-se o Modo III (“tearing mode” ou “modo de rasgamento”).

O Modo I é o responsável pela maioria das fissuras nas estruturas, uma vez que os outros dois modos dificilmente ocorrem isoladamente. Geralmente os Modos II e III ocorrem em combinação com o Modo I.

De acordo com BROEK (1988), se o carregamento dos modos estiverem em fase, as fissuras rapidamente irão escolher a direção de propagação do Modo I. Por isso, a maioria dos casos combinados é reduzido naturalmente ao primeiro modo de fraturamento e, dessa maneira, existem poucos casos que não possam ser tratados puramente como Modo I.

6.2.2 Concentrações de Tensões

Descontinuidades, furos e fissuras dão origem a concentrações de tensões, isto é, uma região localizada onde as tensões são sensivelmente maiores do que as tensões médias. De maneira geral, descontinuidades geométricas geram concentrações de tensões, e essas concentrações exercem papel decisivo na análise de problemas de fraturamento.

Se for considerada a existência de linhas imaginárias indicando como uma unidade de carga é distribuída ao longo de uma peça, o problema de concentrações de tensões pode ser visto com mais clareza. Suponha uma placa submetida a um carregamento uniforme. As linhas de fluxo de tensão apresentam configuração conforme ilustra a Figura 16(a):

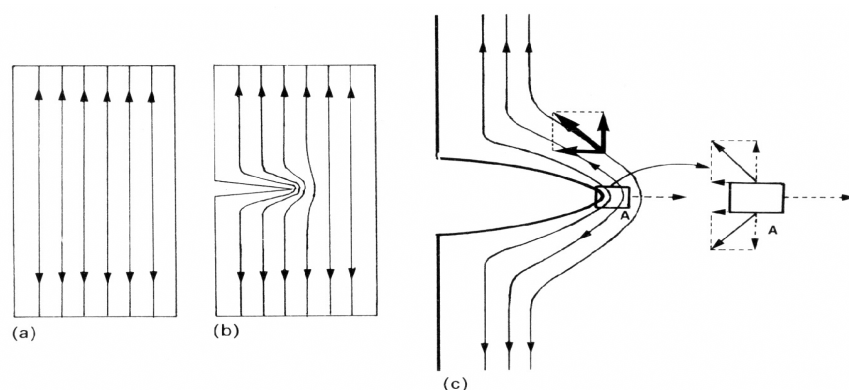


Figura 16 – Linhas de fluxo de tensões em uma placa submetida a carregamento uniforme
(fonte: BROEK (1998))

Para este problema as linhas de fluxo de carga são igualmente espaçadas e lineares, indicando que o carregamento está sendo igualmente distribuído (tensão uniforme) em toda placa.

Se a placa é submetida a um pequeno corte, conforme ilustra a Figura 16(b), as linhas de fluxo de tensão passam ao redor deste corte e se aproximam umas das outras nesta região, gerando assim uma concentração de tensões. Na ponta do corte as linhas de fluxo são pouco espaçadas, indicando que maior porcentagem de carga está passando por esta área, o que significa tensões maiores do que em outras regiões da placa.

A Figura 16(c) ilustra com maiores detalhes o campo de tensões existente na ponta do corte na placa submetida ao carregamento uniformemente distribuído.

Qualquer descontinuidade geométrica forma uma interrupção no caminho do fluxo de cargas, o que gera um desvio nas linhas causando concentração de tensões. A Figura 17 ilustra alguns casos típicos de concentrações de tensões:

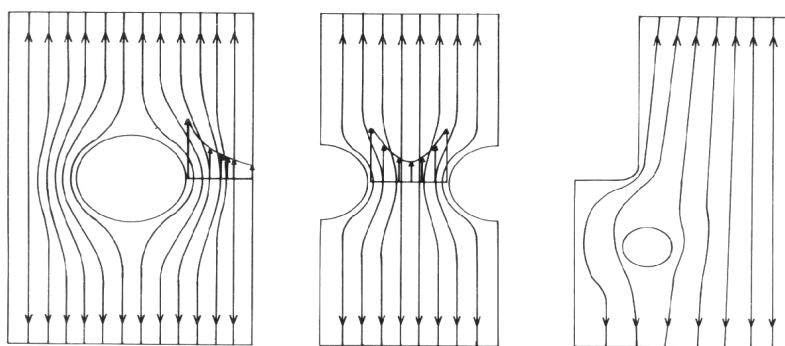


Figura 17 – Descontinuidades em placas provocando concentrações de tensões
(fonte: BROEK(1998))

Com o auxílio do programa FRANC2D, pode-se mostrar como uma descontinuidade geométrica gera uma região com concentração de tensões. Considere duas placas, elásticas, com a mesma intensidade de carregamento aplicado, diferindo apenas pela existência de uma descontinuidade geométrica introduzida em uma das placas, conforme ilustra a Figura 18:

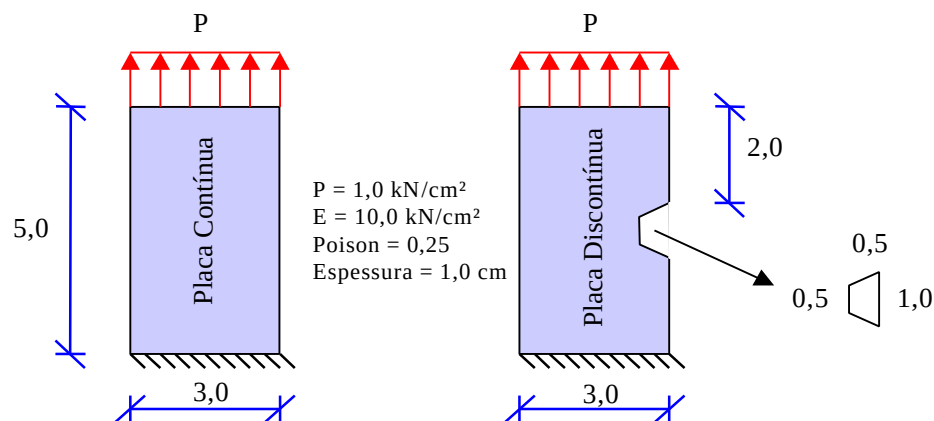


Figura 18 – Placas elásticas submetidas a carregamento uniforme em uma das bordas

Simulando o comportamento das placas no programa FRANC2D, pode-se obter as regiões que serão submetidas a esforços de tração e compressão. Observa-se pela Figura 19 que a introdução de uma descontinuidade geométrica gera uma região com grande concentração de tensões na Placa Descontínua.

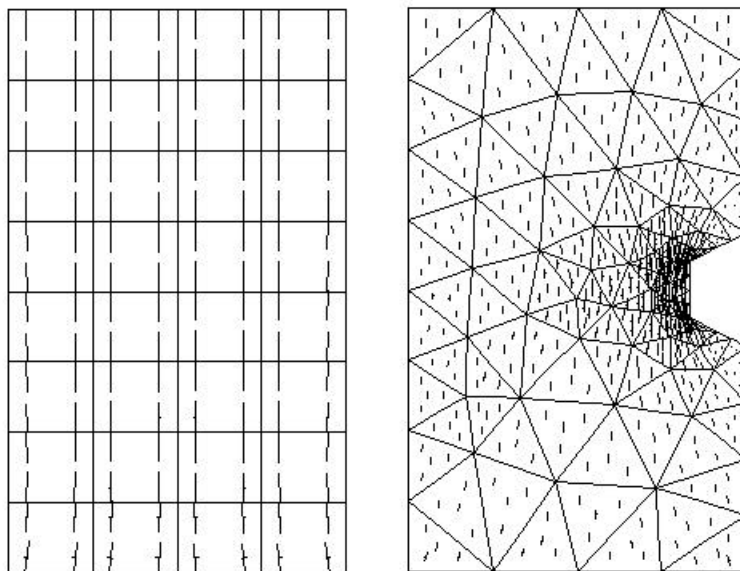


Figura 19 – Fluxo de esforços de tração gerados pelo programa FRANC2D

A Figura 20 ilustra as tensões na direção de aplicação do carregamento. Observa-se que quando a placa não apresenta descontinuidades geométricas, a máxima tensão

verificada é de 1,126 kN/cm² e quando se introduz a imperfeição a tensão máxima passa para 3,752 kN/cm², um acréscimo bastante significativo.

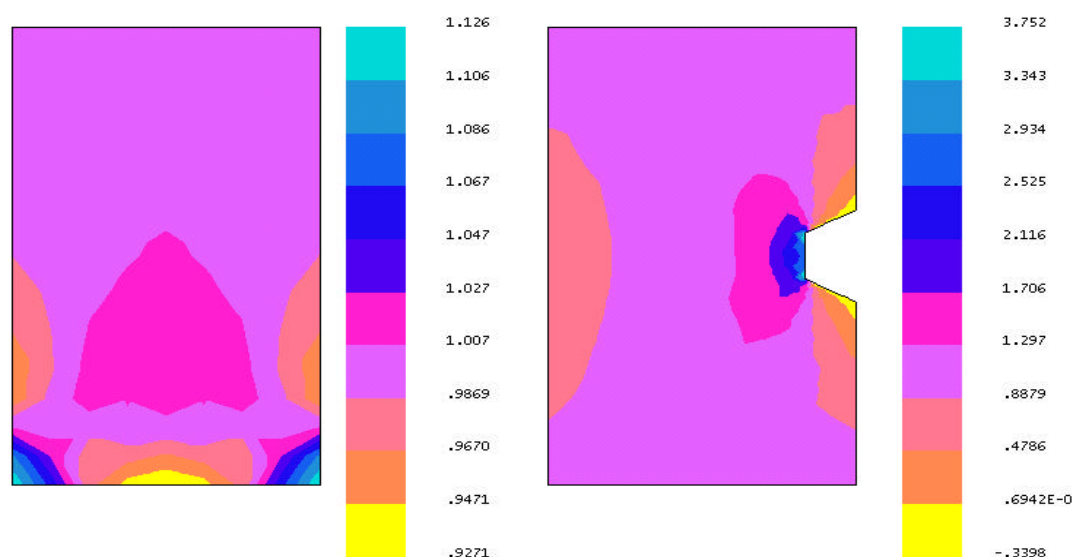


Figura 20 – Esforços de tração gerados pelo programa FRANC2D

Se for passada uma seção a meia altura das placas, as tensões atuantes neste plano são dadas de acordo com a Figura 21:

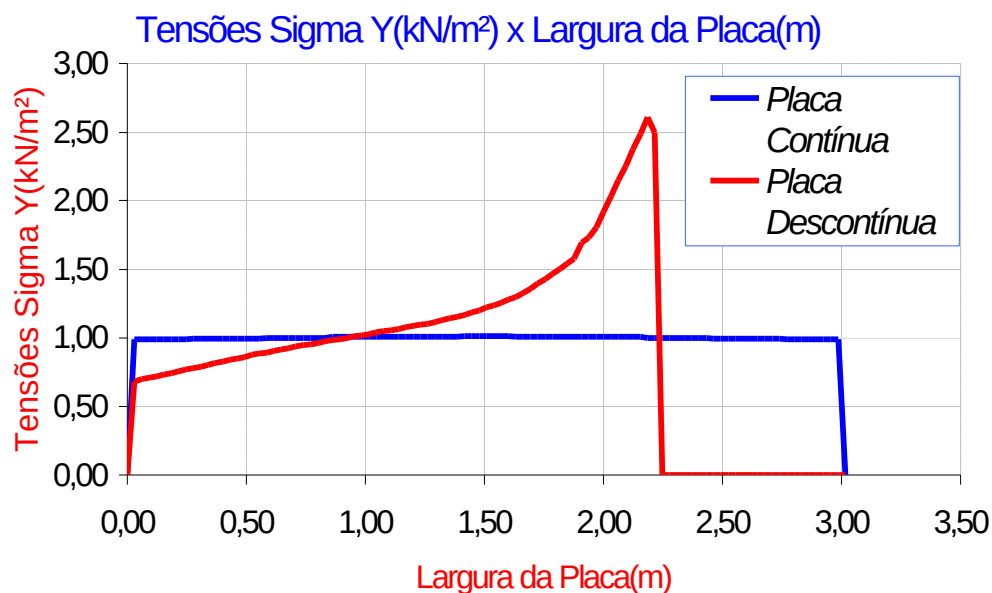


Figura 21 – Tensões σ_y atuantes no plano médio das placas.

Observa-se pela Figura 21 que as tensões são constantes para a placa contínua, enquanto que para a placa descontínua há um pico de tensões na região imediatamente a frente da descontinuidade introduzida.

6.2.3 Campo de Tensões no Fronte da Fissura e Fator de Intensidade de Tensões

De acordo com LEMAITRE & CHABOCHE (1990), a análise do campo de tensões e deformações na ponta de fissuras constitui uma necessidade fundamental para o estudo do comportamento de propagação.

Considerando um corpo de forma arbitrária submetido a uma fissura de tamanho arbitrário solicitada ao modo de fraturamento I, conforme ilustra a Figura 22:

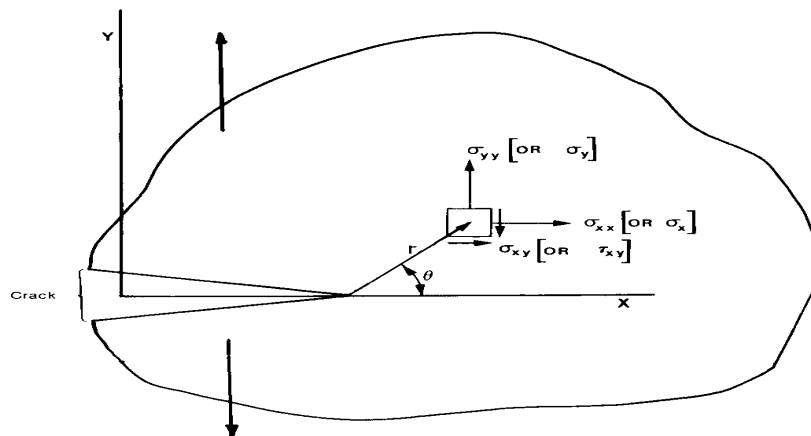


Figura 22 – Campo de tensões em um corpo de forma arbitrária submetido a uma fissura
(fonte: BROEK (1998))

Segundo BROEK (1988), se o material for considerado elástico, isto é, seguindo a Lei de Hooke, a Teoria da Elasticidade pode ser usada para determinar o campo de tensões em um ponto qualquer:

$$s_x = \frac{K}{\sqrt{2pr}} \cos \frac{q}{2} \left(1 - \sin \frac{q}{2} \sin \frac{3q}{2}\right) \quad (1)$$

$$s_y = \frac{K}{\sqrt{2pr}} \cos \frac{q}{2} \left(1 + \sin \frac{q}{2} \sin \frac{3q}{2}\right) \quad (2)$$

$$t_{xy} = \frac{K}{\sqrt{2pr}} \cos \frac{q}{2} \sin \frac{q}{2} \sin \frac{3q}{2} \quad (3)$$

$$s_z = 0 \quad (4)$$

O fator K é denominado “fator de intensidade de tensões”. De acordo com LEMAITRE & CHABOCHE (1990) esse fator caracteriza a singularidade do campo de tensões na ponta de uma fissura. Conhecendo o valor de K pode-se determinar o campo de tensões ou o campo de deslocamentos em uma estrutura fissurada a qual é assumida com comportamento elástico.

Valores dos fatores de intensidade de tensões podem ser obtidos em livros texto de pesquisadores como: BROEK (1998), KANINEN & POPELAR (1985), GDOUTOS (1993), LIEBOWITZ (1969), LEMAITRE & CHABOCHE (1990) e HELLAN (1984) ou em manuais especializados (MURAKAMI (1986)).

De acordo com SHAH (1999), o valor de K correspondente a uma propagação catastrófica de fissura é denominado fator de intensidade de tensões crítico (K_{Ic}). Esse fator de intensidade de tensões crítico é uma propriedade do material, comumente referido como tenacidade à fratura do material.

6.2.4 Energia de Fraturamento

Em 1956 uma formulação energética para o problema de fraturamento equivalente a uma formulação anteriormente proposta por Griffith foi proposta por IRWIN (1957).

Assim, foi definida a “taxa de liberação de energia (G)”, que é a taxa de energia dissipada no processo de propagação da fissura para um incremento de comprimento d:

$$G = \frac{d\Pi}{dA} \quad (5)$$

Onde:

$d\Pi$ = variação de energia potencial

dA = variação da área da fissura

A propagação da fissura ocorrerá quando G se igualar à energia de fraturamento do material (G_c).

A energia liberada ao se propagar uma fissura é chamada energia de fraturamento (G_F) e é obtida da área sob o gráfico tensão versus abertura de fissura para o Modo I, conforme apresentado na Figura 23. O valor da área é obtido calculando-se a integral apresentada na Equação (6).

$$G_F = \int s \, dw \quad (6)$$

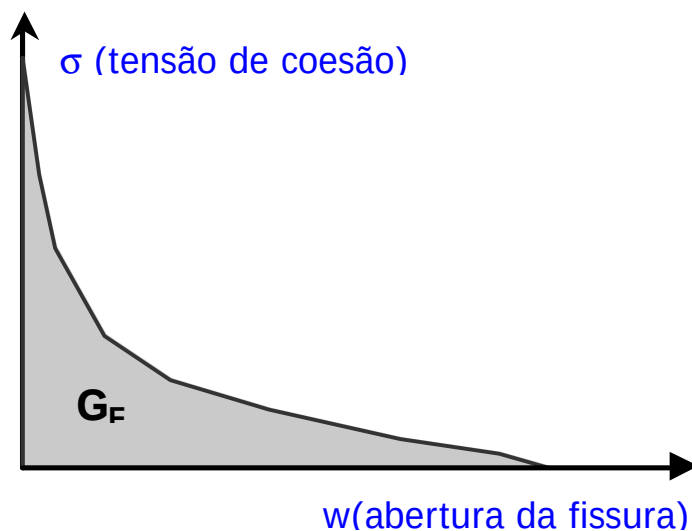


Figura 23 – Energia de fraturamento.

6.3 Comparação com a Resistência dos Materiais

A Resistência dos Materiais, que é uma aproximação elástica do comportamento dos materiais, assume que o material é perfeitamente livre de qualquer tipo de defeito. Um problema clássico de Resistência dos Materiais é dado quando se tem uma geometria estrutural e necessita-se saber qual é a capacidade de carregamento desse elemento estrutural. Para resolver este problema deve-se fazer uma relação entre a carga e a máxima tensão existente na estrutura, que então é comparada com a resistência do material.

Um projeto estrutural é aceito como seguro quando a máxima tensão calculada em função da carga é menor do que a resistência do material, resistência esta que deve ser reduzida por um fator de ponderação. Uma comparação entre a Resistência dos Materiais e a Mecânica da Fratura pode ser feita tomando como exemplo a estrutura descrita a seguir.

Suponha uma viga engastada, com comprimento l , altura h e espessura b solicitada por uma carga P na sua extremidade livre, conforme ilustra a Figura 24.

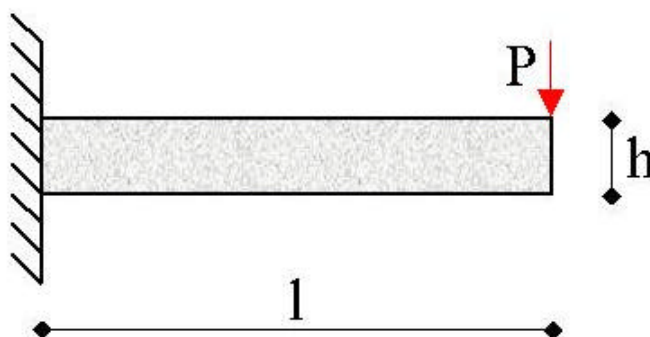


Figura 24 – Viga engastada submetida a uma carga P em sua extremidade livre

De acordo com KANNINEN & POPELAR (1985), a máxima tensão encontra-se nas fibras mais afastadas da seção transversal, na região de engaste da viga e relaciona a carga com as dimensões da estrutura de acordo com a Equação (7):

$$s_{\max} = \frac{6Pl}{bh^2} \quad (7)$$

A fratura não ocorrerá enquanto $\sigma_{\max}$ não ultrapassar a resistência ao escoamento do material, f_y . Assim, para condições geométricas fixadas, podemos encontrar a máxima carga P a ser aplicada na viga engastada, se admitirmos que $\sigma_{\max}$ deve ser menor que f_y minorado por um coeficiente de ponderação (f_y / S). Dessa maneira, a máxima carga a ser aplicada na viga é apresentada na Equação (8):

$$P < \frac{bh^2}{6Sl} f_y \quad (8)$$

Utilizando a Equação (8) a estrutura estará em condições de segurança segundo a Resistência dos Materiais.

Agora considere que a viga não esteja livre de defeitos e que a mesma possua uma fissura próxima ao engaste, conforme ilustra a Figura 25.

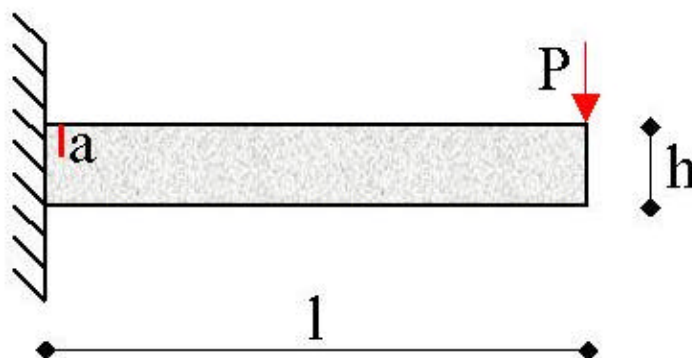


Figura 25 – Viga engastada submetida a uma carga P em sua extremidade livre e com uma pequena fissura na proximidade do engaste

Conforme visto, o parâmetro que descreve o comportamento estrutural de um elemento, em uma aproximação linear, quando uma fissura está presente no mesmo, é chamado de fator de intensidade de tensões. Esse parâmetro é convencionado pela letra K e pode ser determinado por análises matemáticas como a que é usada para obter as tensões em um elemento desprovido de fissuras.

Segundo KANNINEN & POPELAR (1985), para uma fissura relativamente pequena, a Equação (9), que geralmente é utilizada para chapas de largura infinita, fornece uma aproximação razoável para a viga engastada dotada de uma pequena fissura na região do engaste.

$$K = 1,12s_{\max} \sqrt{pa} \quad (9)$$

Uma relação básica na Mecânica da Fratura é a associação de K com um valor crítico, denominado K_{Ic} . Esse valor crítico de fator de intensidade de tensões é uma propriedade do material denominada de tenacidade à fratura. Quando existe a igualdade de K com o valor de K_{Ic} admite-se que a fissura irá se propagar de maneira instável, assim, uma maneira de projetar uma estrutura com segurança é assumir que K deve ser menor que K_{Ic} .

Assumindo que $K < (K_{Ic} / S)$, onde S é um fator de ponderação, assim como na Resistência dos Materiais, pode-se novamente descobrir qual é a máxima carga P que pode ser aplicada com segurança na estrutura. A Equação (10) é obtida aplicando-se a Equação (7) na Equação (9):

$$P < \frac{bh^2}{6Sl} \frac{K_{Ic}}{1,12\sqrt{pa}} \quad (10)$$

Comparando a Equação (8) com a Equação (10) pode-se notar que em ambas equações entram os dados geométricos e o fator de ponderação. No entanto, nota-se que são introduzidas duas propriedades diferentes do material. A diferença essencial é que a Mecânica da Fratura introduz um novo parâmetro físico: o tamanho da fissura. Na Mecânica da Fratura o tamanho da fratura é o parâmetro estrutural predominante e é esta especificação que distingue esta área da engenharia das análises convencionais de ruptura.

6.4 Mecânica da Fratura Aplicada ao Concreto

6.4.1 Evolução Histórica da Mecânica da Fratura Aplicada ao Concreto

Segundo CARPINTERI (1986), BAZANT (2000), MEHTA & MONTEIRO (1985), KAPLAN foi o primeiro pesquisador a realizar ensaios com o concreto. Em 1961, KAPLAN realizou os ensaios “Three Point Bending” e “Four Point Bending” e determinou o valor crítico da taxa de energia liberada (G_{Ic}) do concreto para amostras de diferentes dimensões. Os valores encontrados variaram completamente com o tamanho das amostras e KAPLAN atribuiu a variação a efeitos plásticos não-lineares e ao crescimento lento da fissura antes da propagação instável da mesma.

Trabalhos similares também foram conduzidos por GLUCKLICH (1963), ROMUALDI & BALSON (1963) para o concreto armado. Estes pesquisadores examinaram as fissuras na interface entre o concreto e o aço e formularam uma série de testes de tração com fissuras de diferentes comprimentos. A conclusão foi que G_{Ic} é uma função crescente do tamanho da fissura, ao invés de ser uma constante do material. GLUCKLICH (1963) considerou efeitos dissipativos na ponta da fissura do concreto como resultado de microfissuração seguida de plastificação.

NAUS & LOTT (1969) determinaram a tenacidade à fratura (K_{Ic}) do concreto, pela variação da relação água-cimento, do agregado fino, do tempo de cura e da dimensão máxima do agregado graúdo. Uma variação coerente de K_{Ic} foi observada. No mesmo ano, WELCH & HAISMAN (1969) verificaram que as variações de K_{Ic} e G_{Ic} eram causadas pelo crescimento lento da fissura. Com pensamento contrário ao de outros pesquisadores, WELCH & HAISMAN (1969) afirmaram que K_{Ic} e G_{Ic} eram constantes do material e eram independentes da resistência última do material (σ_u).

Testes do tipo “Three Point Bending” foram realizados em concretos e argamassas de diferentes dosagens por MOAVENZADEH & KUGUEL (1969). Estes pesquisadores encontraram valores maiores de K_{Ic} para o concreto quando comparado com as argamassas e então concluíram que a causa era a presença de agregados.

SHAH & McGARRY(1971) estudaram o problema de fissuras pré-introduzidas em vigas (“notched beams”) e concluíram que a inclusão dos “notches” era insignificante quando menores que poucos centímetros.

Em 1973, POMEROY *apud* CAPINTERI (1986), concluiu que a adição de agregados aumenta a tenacidade à fratura como também a taxa de crescimento da fissura. O acréscimo da tenacidade à fratura é proporcional ao aumento do teor de agregados.

HIGGINS & BAILEY (1976) realizaram testes de fraturamento para pastas de cimento e obtiveram um acréscimo nos valores de K_{Ic} , conforme se aumentava o tamanho das amostras. Estes pesquisadores deduziram que a Mecânica da Fratura Elástica Linear não é aplicável à pasta de cimento endurecida utilizada nos ensaios, devido à presença de uma grande zona de perturbações de tensões na ponta da fissura.

Ainda em 1976, testes com argamassas e concreto foram conduzidos por MINDESS & NADEAU (1976) para encontrar a tenacidade à fratura variando a espessura das amostras. Nenhuma dependência foi constada. No mesmo ano, BEAR e BARR (1976) obtiveram um acréscimo no valor de K_{Ic} conforme aumentavam a alturas das vigas ensaiadas.

SWARTZ et alii (1978) consideraram o método de medida de flexibilidade como um teste conveniente para monitorar o crescimento de fissuras pré-fabricadas em vigas de concreto submetidas a cargas repetidas.

STRANGE & BRYANT(1979) apresentaram resultados referentes a ensaios com concreto, argamassas e pastas de cimento, onde o valor de K_{Ic} variou novamente, desta vez com o tamanho das amostras e com o tamanho das fissuras. As variações foram pequenas apenas quando as fissuras apresentavam grandes comprimentos. A conclusão tirada pelos pesquisadores foi de que o concreto não pode ser encarado como um material elástico homogêneo. Uma região de comportamentos não elásticos existe na ponta da fissura e a Mecânica da Fratura Elástica Linear não é válida. Ainda em 1979, SOK & BARON (1979) observaram que a energia necessária para o fraturamento crescia enquanto a fissura se propagava.

Em 1981, CARPINTERI *apud* CARPINTERI (1986) realizou ensaios para a determinação de K_{Ic} e G_{Ic} utilizando concretos com diferentes tamanhos máximos de agregados e observou que K_{Ic} crescia para pequenos tamanhos de fissura e diminuía para grandes tamanhos. No mesmo ano, Petersson determinou valores de G_{Ic} para ensaios de tração e testes do tipo “Three Point Bending”.

Em 1982, HILLERBORG & PETERSSON (1982) recomendaram o uso do ensaio “Three Point Bending” para a determinação da energia de fraturamento (G_F) de argamassas e concretos e o teste é até hoje recomendado pela norma RILEM, norma esta que fornece recomendações para a realização de ensaios de Mecânica da Fratura.

6.4.2 Situação Atual da Mecânica da Fratura Aplicada ao Concreto

Um teste comum para se determinar a energia de fraturamento (G_F) do concreto, consiste em usar uma viga com uma fissura pré-introduzida e aplicar sobre a mesma uma ou duas cargas concentradas, até que a viga chegue a ruptura pelo modo de fraturamento I. Esses testes são conhecidos como “Three Point Bending (TPB)” e “Four Point Bending (FPB)” e de acordo com JUESHI & HUI (1997), CARPINTERI (1986) e SHAH (1999), o ensaio TPB foi padronizado pela norma RILEM TC-50 FMC, tendo como base uma série de resultados provenientes de diversos pesquisadores.

Sabendo-se o comprimento da fissura pré-introduzida, o valor da carga máxima suportada pela viga e a equação correta para a determinação de K_I (fator de intensidade de tensões para o Modo I), o valor de K_{Ic} (fator de intensidade de tensões crítico) pode ser determinado. Quando K_I atinge o valor de K_{Ic} a propagação de fissura se torna instável.

Segundo JUESHI & HUI (1997), o TPB é extremamente utilizado na determinação da energia de fraturamento (G_F) do concreto, devido ao fato de ser facilmente executado e requerer poucos equipamentos. No entanto, a validade do ensaio vem sendo questionada por alguns pesquisadores, devido ao aparecimento de efeitos de escala (“size effect”) nos resultados experimentais de rochas e de concreto.

De acordo com JUESHI & HUI (1997), os modelos de fratura disponíveis para o concreto precisam de um valor confiável de G_F e por isso existe a preocupação se o efeito de escala é importante ou não. No presente não se pode dizer se o efeito de escala na determinação de G_F é uma propriedade do material ou se é um fenômeno experimental.

Segundo BAZANT (2000), na década de 80 houve o início de um grande interesse no efeito escala para materiais quase-frágeis, sendo que muitos pesquisadores contribuíram de maneira significativa. Dentre estes pesquisadores citam-se PLANAS, ELICES, PETERSSON e CARPINTERI.

Recentemente, o problema do efeito escala em estruturas de concreto tem sido tema maior em conferências e tema de estudo de pesquisadores como BAZANT, CARPINTERI, MIHASHI, WITTMANN, ROKUGO e RAJAPAKSE.

Segundo SHAH (1999), muitos esforços têm sido feitos para aplicar a Mecânica da Fratura Elástica Linear (MFEL) ao concreto. No entanto, os testes acima têm mostrado uma dependência entre a altura da viga e o tamanho inicial da pré-fissura, o que levou pesquisadores a concluir que é difícil obter-se um parâmetro único do material, tal como K_{Ic} , para quantificar a tenacidade à fratura do concreto a partir de corpos-de-prova.

Ainda de acordo com SHAH (1999), a razão pela qual a MFEL não pode ser utilizada em concreto, pode ser demonstrada pela análise de resultados obtidos em ensaios com vigas sujeitas a pré-fissuras (“notched-beams”). Se os dados obtidos (Carga aplicada x CMOD) deste ensaio forem lineares até a carga última, então pode-se aplicar a MFEL. Isto não ocorre com o concreto, uma vez que uma não-linearidade é observada nos dados, conforme ilustra a Figura 26.

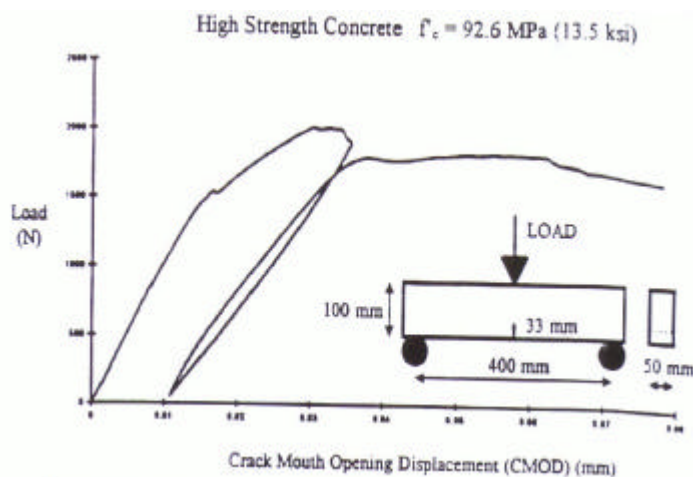


Figura 26 – Gráfico experimental Carga versus CMOD para concreto (Fonte: SHAH (1999))

Segundo SHAH (1999), para obter-se parâmetros válidos usando a MFEL para materiais que possuem a capacidade de escoar, o tamanho da zona plastificada deve ser bem menor que o tamanho da fissura pré-fabricada e que as dimensões do corpo de prova. De acordo com o pesquisador, a ASTM E-3999 especifica que para metais o tamanho da fissura pré-fabricada e a espessura do corpo de prova devem ser maiores que $2,5 (K_{Ic} / f_y)^2$, enquanto a altura do corpo de prova deve ser maior que $5,0 (K_{Ic} / f_y)^2$.

No concreto existe uma zona inelástica ao redor da ponta da fissura, onde a MFEL não se aplica, zona esta conhecida como “zona de processos inelásticos”. De acordo com SHAH(1999), o tamanho da zona de processos inelásticos no concreto é consideravelmente maior do que a zona plástica observada nos metais e devido a este fato é necessária uma viga de grandes dimensões para se obter parâmetros válidos de Mecânica da Fratura utilizando a MFEL.

Segundo SHAH (1999), se K_{Ic} é calculado usando a MFEL e plotado contra a resistência à compressão do concreto, um acréscimo no valor da tenacidade à fratura é notado, o que contradiz com a realidade, uma vez que quanto maior for a resistência de um concreto, mais frágil será o seu comportamento. A mesma conclusão é obtida quando G_F é utilizado e, dessa maneira, pode-se concluir que um parâmetro único de fraturamento não descreve com exatidão a tenacidade à fratura para materiais frágeis como o concreto.

Segundo CARPINTERI (1986), a fratura frágil depende da escala e também da homogeneidade do material e por isso um valor válido de K_{Ic} para o concreto só pode ser obtido se o tamanho do corpo-de-prova for suficientemente grande. A Tabela 2 ilustra a resistência última (σ_u) e a tenacidade à fratura (K_{Ic}) para uma determinada escala em observação e desta conclui-se que ambas propriedades podem ser tratadas independentemente e que a combinação delas determina a fragilidade do material.

Tabela 2 – Resistência à tração, tenacidade e fragilidade de alguns materiais

	Resistência (MN/m²)	Tenacidade (MN/m^{3/2})	Fragilidade (m^{-1/2})
Concreto	$\sigma_u = 3,57$	$K_{Ic} = 1,96$	$\sigma_u / K_{Ic} = 1,8$
Aluminio	$\sigma_u = 500$	$K_{Ic} = 100$	$\sigma_u / K_{Ic} = 5$
Blindex	$\sigma_u = 33$	$K_{Ic} = 5,5$	$\sigma_u / K_{Ic} = 6$
Vidro	$\sigma_u = 170$	$K_{Ic} = 0,25$	$\sigma_u / K_{Ic} = 680$

(Fonte: CARPINTERI (1986))

Atualmente muitas pesquisas têm sido feitas visando obter os parâmetros (K_{Ic} e G_F) que descrevem o processo de fraturamento no concreto. O comportamento destes parâmetros têm sido investigados com bastante intensidade em concretos de alta resistência e em concreto reforçados com fibras. SHAH & WEISS (1999) começaram a pesquisar o concreto de ultra alta resistência, concreto este que pode atingir uma resistência à compressão na ordem de pelo menos 150 MPa.

6.4.3 Modelos Coesivos

O comportamento não-linear do fraturamento em materiais coesivos pode ser representado por dois modelos numéricos que são: modelo de dano e modelo coesivo. O modelo de dano supõe que o material sofre alterações de suas propriedades mecânicas na região da ponta da fissura, como a diminuição do módulo de elasticidade (CARPINTERI, 1986). O modelo matemático coesivo propõe a transmissão de esforços entre as faces da fissura, provenientes do efeito mecânico de intertravamento e atrito entre grãos, efeito de ponte, na zona de processo.

No início da década de sessenta, DUGDALE (1960) e BARENBLATT (1962), independentemente, desenvolveram um modelo de fraturamento baseado no conceito de comprimento de fissura fictícia, o “Strip Yield Model”, cujo objetivo era representar de forma simplificada a zona de processos, que é uma pequena região onde ocorrem efeitos inelásticos na ponta da fissura. Este modelo foi inicialmente concebido para representar o fraturamento de chapas finas de material dúctil mas foi empregado com êxito a materiais como: polímeros, cerâmicas, metais e geomateriais. Experimentalmente foi determinado que o raio da zona plastificada ao redor da fissura é aproximadamente igual a espessura da chapa.

No final dos anos setenta HILLERBORG et alii (1976) desenvolveram o modelo de fissura coesiva denominado “Fictitious Crack Model” (fissura com transmissão de esforços entre suas faces onde os esforços diminuem de forma gradual até não haver transmissão de esforços entre as faces da fissura) através de ensaios de tração uniaxial em corpos de prova de concreto.

A região coesiva da fissura é o comprimento ao longo do qual há transmissão de esforços e nesta região ocorrem fenômenos de comportamento não-linear como o intertravamento de grãos, efeito de ponte entre grãos e fibras que caracterizam o fraturamento coesivo. Este tipo de processo de fraturamento é verificado em materiais quase-frágeis como: concreto, rochas, cerâmicas, compósitos reforçados com fibras entre

outros.

Verifica-se a ocorrência de uma faixa estreita na qual ocorrem processos não-lineares na região localizada no fronte da fissura. Na ponta da fissura há ocorrência de acúmulo de tensões enquanto o resto do corpo comporta-se elasticamente. Devido a esta concentração de tensões na região próxima à ponta da fissura, nota-se o surgimento de microfissuras e desagregações entre partículas que promovem a evolução do processo de fraturamento nos materiais coesivos.

7 Modelos de Ruptura para Concreto

Em geral, a ruína do concreto pode ser dividida em dois tipos. A primeira, por tração, é caracterizada pela formação de fissuras e perda de resistência à tração na direção normal à fissura formada. A segunda, por compressão, é caracterizada pela formação de muitas fissuras paralelas a direção das forças de compressão, de tamanho reduzido que fazem o concreto perder grande parte de sua resistência.

De acordo com CHEN (1982), o fraturamento do concreto sob um estado geral de tensões foi calculado no passado pelo Critério de Coulomb, combinado com uma pequena parcela de tensão de tração. No entanto, a resistência e o modo de ruptura do concreto não pode ser determinado corretamente por este critério combinado, mas pode ser utilizado muitas vezes como uma boa aproximação inicial, devido a extrema simplicidade de cálculo.

Com a crescente capacidade de cálculo e armazenamento de dados nos microcomputadores, critérios de ruptura para concreto mais sofisticados, baseados em vários parâmetros, puderam ser criados e explorados. Neste capítulo, apresenta-se uma visão geral de alguns dos principais critérios de ruptura para concreto, desde os mais simples: que podem ser aplicados manualmente, até os critérios de cálculo mais sofisticados: onde a utilização de um microcomputador é indispensável.

7.1 Funções Utilizadas na Formulação de Ruptura do Concreto

De acordo com CHEN (1982), um critério de ruptura para materiais isotrópicos baseado no estado de tensões, deve ser uma função independente do sistema de coordenadas adotado. Uma maneira de representar esta função é utilizar as tensões principais, como na Equação (11):

$$f(s_1, s_2, s_3) = 0 \quad (11)$$

Para um caso de tensões multiaxiais, essa aproximação torna-se bastante complexa, sendo difícil uma explanação física e geométrica sobre a ruptura do concreto. Dessa maneira, a função baseada nas tensões principais é substituída por uma função baseada nos invariantes I_1 , J_2 e J_3 , onde I_1 é o primeiro invariante do tensor de tensões σ_{ij} e J_2 e J_3 são o segundo e terceiro invariantes do tensor de tensões anti-esférico s_{ij} .

$$f(I_1, J_2, J_3) = 0 \quad (12)$$

Os invariantes são mais susceptíveis a interpretações físicas e geométricas, além de serem independentes das propriedades de um material específico. Estes três invariantes (I_1 , J_2 , J_3) são utilizados na formulação de vários critérios de ruptura para concreto e suas interpretações físicas e geométricas são apresentadas a seguir.

7.1.1 Invariantes de Tensão

O estado de tensões para qualquer ponto dentro de um material é definido pelas componentes do tensor de tensões σ_{ij} . Por definição, as tensões cisalhantes em um plano principal são nulas e por isso, para a direção principal n_j tem-se que:

$$(s_{ij} - s d_{ij}) n_j = 0 \quad (13)$$

Onde $\delta_{ij} = \delta_{ji}$ é o Delta de Kronecker, o qual é definido como sendo igual a 1 se i e j são iguais e zero caso contrário.

A Equação (13) é um sistema de três equações lineares homogêneas que só tem solução se o determinante dos coeficientes se anula:

$$|s_{ij} - s\delta_{ij}| = 0 \quad (14)$$

$$\begin{vmatrix} s_x - s & t_{xy} & t_{xz} \\ t_{yx} & s_y - s & t_{yz} \\ t_{zx} & t_{zy} & s_z - s \end{vmatrix} = 0 \quad (15)$$

O determinante da Equação (15) é uma equação cúbica de σ com três raízes reais:

$$s^3 - I_1 s^2 + I_2 s - I_3 = 0 \quad (16)$$

Onde:

$$I_1 = s_x + s_y + s_z \quad (17)$$

$$I_2 = (s_x s_y + s_y s_z + s_z s_x) - t_{xy}^2 - t_{yz}^2 - t_{zx}^2 \quad (18)$$

$$I_3 = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix} \quad (19)$$

Se o sistema de coordenadas escolhido coincide com as direções principais de tensão n_j , tem-se:

$$I_1 = s_1 + s_2 + s_3 \quad (20)$$

$$I_2 = (s_1 s_2 + s_2 s_3 + s_3 s_1) \quad (21)$$

$$I_3 = s_1 s_2 s_3 \quad (22)$$

Como as tensões principais não dependem da escolha do sistema de coordenadas, os invariantes I_1 , I_2 e I_3 não mudam se o sistema de coordenadas for redefinido e por isso são denominados invariantes do tensor de tensão σ_{ij} .

O tensor de tensão σ_{ij} pode ser expresso como a soma de duas parcelas: uma esférica (hidrostática, σ_m) e outra anti-esférica (deviatória, s_{ij}):

$$\sigma_{ij} = s_{ij} + \sigma_m d_{ij} \quad (23)$$

$$\sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = \frac{1}{3}I_1 \quad (24)$$

σ_m representa a tensão média ou a tensão de um estado puramente hidrostático, enquanto s_{ij} , chamado de tensor anti-esférico (deviatório), representa um estado de cisalhamento puro.

Para obter-se os invariantes do tensor anti-esférico, procede-se da mesma maneira como no caso do tensor das tensões. Dessa maneira, tem-se:

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_m d_{ij} \quad (25)$$

$$|s_{ij} - \sigma_m d_{ij}| = 0 \quad (26)$$

$$s^3 - J_1 s^2 - J_2 s - J_3 = 0 \quad (27)$$

Onde:

$$J_1 = s_1 + s_2 + s_3 = 0 \quad (28)$$

$$J_2 = \frac{1}{2}(s_1^2 + s_2^2 + s_3^2) = \frac{1}{6}[(s_1 - s_2)^2 + (s_2 - s_3)^2 + (s_3 - s_1)^2] \quad (29)$$

$$J_3 = \frac{1}{3}(s_1^3 + s_2^3 + s_3^3) = s_1 s_2 s_3 \quad (30)$$

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, I_1, I_2, I_3, J_1, J_2$ e J_3 são grandezas independentes da escolha do sistema de coordenadas.

7.1.2 Determinação das Tensões Principais

A determinação direta das raízes das Equações (16) e (27), apresentadas anteriormente, não é uma tarefa fácil, até que uma similaridade da equação cúbica do tensor deviatório é observada em relação à equação trigonométrica abaixo:

$$\cos^3 q - \frac{3}{4} \cos q - \frac{1}{4} \cos 3q = 0 \quad (31)$$

Se $s = p \cdot \cos \theta$ é substituído na Equação (27) tem-se:

$$\cos^3 q - \frac{J_2}{r^2} \cos q - \frac{J_3}{r^3} = 0 \quad (32)$$

Comparando os termos da Equação (31) com a Equação (32) tem-se:

$$r = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{J_2} \quad (33)$$

$$\cos 3q = \frac{4J_3}{r^3} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{3/2}} \quad (34)$$

Se θ_0 representa a primeira raiz da Equação (34) para o ângulo 3θ no intervalo de 0 a π , segue que θ_0 deve variar no intervalo:

$$0 \leq q_0 \leq p / 3 \quad (35)$$

Observando o ciclo natural da função $\cos (3\theta_0 \pm 2n\pi)$, os únicos três valores possíveis de $\cos \theta$ que fornecem as tensões principais são:

$$\cos q_0 \quad (36)$$

$$\cos(q_0 - \frac{2}{3}p) \quad (37)$$

$$\cos(q_0 + \frac{2}{3}p) \quad (38)$$

Com a limitação imposta para θ_0 na Equação (35) tem-se:

$$\begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} s_m \\ s_m \\ s_m \end{bmatrix} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{J_2} \begin{bmatrix} \cos q_0 \\ \cos(q_0 - 2/3p) \\ \cos(q_0 + 2/3p) \end{bmatrix} \quad (39)$$

Com $s_1 \geq s_2 \geq s_3$

Na Equação (39) tem-se três invariantes de tensão:

$$s_m = \frac{1}{3} I_1 \quad (40)$$

$$\sqrt{J_2} \quad (41)$$

$$0 \leq q_0 \leq p/3 \quad (42)$$

Dessa maneira, vários critérios de ruptura para concreto podem ser escritos em função de $f(s_m, \sqrt{J_2}, q_0) = 0$ ou $f(I_1, J_2, q_0) = 0$

7.1.3 Interpretação Física dos Invariantes do Tensor de Tensões

Um plano que faz ângulos iguais com cada uma das três direções principais é chamado de “plano octaédrico”. A tensão normal σ_{oct} neste plano é igual a média das tensões normais σ_m .

$$s_{oct} = \frac{1}{3} I_1 = s_m \quad (43)$$

A tensão cisalhante neste plano é chamada de “tensão cisalhante octaédrica” e é dada pela Equação (44) :

$$t_{oct} = \sqrt{\frac{2}{3} J_2} \quad (44)$$

A direção da tensão cisalhante octaédrica é definida pelo ângulo de similaridade θ , relacionado com o invariante J_3 .

$$\cos 3\theta = \frac{\sqrt{2} J_3}{t_{oct}^3} \quad (45)$$

Dessa maneira tem-se uma função $f(s_{oct}, t_{oct}, \cos 3\theta) = 0$, que pode ser utilizada para representar a superfície de ruptura do concreto.

7.1.4 Interpretação Geométrica dos Invariantes

A representação geométrica do estado de tensão para um ponto $P(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ é ilustrada na Figura 27. Pode-se pensar no vetor OP como uma representação do estado de tensão como o ponto P isoladamente.

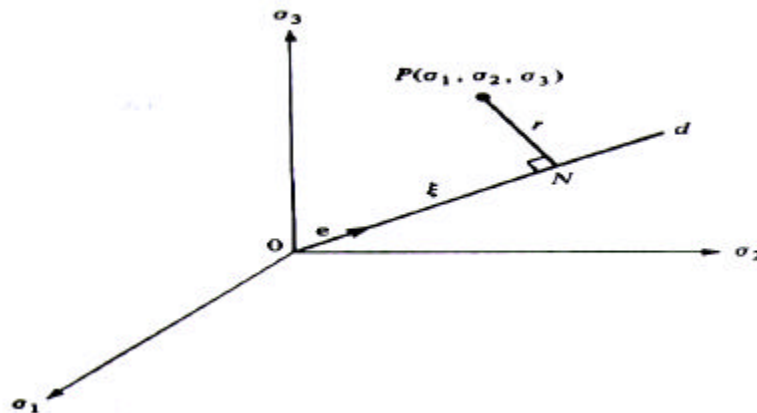


Figura 27 – Decomposição da tensão no espaço das tensões principais
(fonte:CHEN(1982))

A diagonal d no espaço de tensões é definida como eixo hidrostático e é caracterizada por apresentar ângulos iguais em relação aos três eixos. Dessa maneira, um vetor unitário ao longo dessa diagonal é dado por:

$$e = \frac{1}{\sqrt{3}} [1 \quad 1 \quad 1] \quad (46)$$

Qualquer ponto na diagonal d é caracterizado por:

$$s_1 = s_2 = s_3 \quad (47)$$

Qualquer ponto localizado nesta diagonal corresponde a um estado de tensão hidrostático e as tensões deviatórias são iguais a zero. Os planos perpendiculares a d são chamados de planos deviatórios.

O plano deviatório que passa pela origem do sistema é denominado “plano π ” e um ponto pertencente a este plano representa um estado de cisalhamento puro, sem componente de pressão hidrostática. No plano π tem-se:

$$s_1 = s_2 = s_3 = 0 \quad (48)$$

Como o estado de tensão no ponto pode ser representado tanto pelo ponto P como pelo vetor OP , podemos dividir o vetor em duas componentes: ON (ao longo do eixo hidrostático) e NP (no plano perpendicular ao eixo hidrostático).

O comprimento de ON é:

$$|ON| = x = OP \cdot e = [s_1 \quad s_2 \quad s_3] \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} I_1 \quad (49)$$

Ou

$$x = \frac{1}{\sqrt{3}} I_1 = \sqrt{3} s_m = \sqrt{3} s_{oct} \quad (50)$$

A componente ON é dada por:

$$ON = [s_m \quad s_m \quad s_m] = \frac{I_1}{3} [1 \quad 1 \quad 1] \quad (51)$$

A componente NP é determinada por:

$$NP = OP - ON = [s_1 \quad s_2 \quad s_3] - \frac{I_1}{3} [1 \quad 1 \quad 1] = [s_1 \quad s_2 \quad s_3] \quad (52)$$

$$|NP|^2 = r^2 = s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 = 2J_2 \quad r \geq 0 \quad (53)$$

$$r^2 = 2J_2 = 5t_m^2 = 3t_{oct}^2 \quad (54)$$

Pode ser visto pela Figura 27 que $ON = [s_m \quad s_m \quad s_m]$ define a parcela hidrostática do estado de tensão representado pelo vetor de tensão $OP = [s_1 \quad s_2 \quad s_3]$ e que $NP = [s_1 \quad s_2 \quad s_3]$ define a parcela deviatória no plano perpendicular ao eixo hidrostático.

Para obter uma interpretação geométrica do ângulo de similaridade θ ou do invariante J_3 o plano deviatório é apresentado na Figura 28:

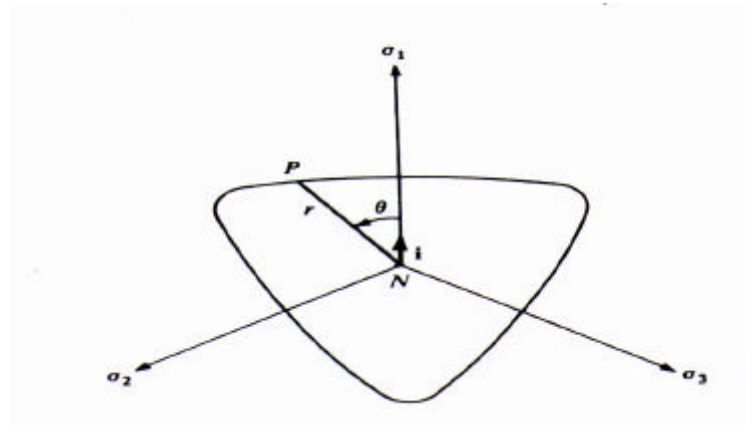


Figura 28 – Projeção do plano deviatório no espaço das tensões principais
(fonte:CHEN(1982))

Na Figura 28, o plano do papel é o plano deviatório e os eixos σ_1 , σ_2 e σ_3 são projetados neste plano. Como o plano deviatório faz ângulos iguais[$\arccos(1/\sqrt{3}) = 54,7^\circ$] com os eixos, a projeção deste plano com os eixos deve fazer ângulos iguais ($2\pi/3$ ou 120°).

O vetor unitário i , situado ao longo da projeção de σ_1 no plano deviatório tem as seguintes componentes no sistema de coordenadas $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$:

$$i = \frac{1}{\sqrt{6}} [2 \quad -1 \quad -1] \quad (55)$$

$$NP.i = r \cos q \quad (56)$$

De onde o ângulo de similaridade é obtido:

$$\cos q = \frac{1}{\sqrt{2J_2}} [s_1 \quad s_2 \quad s_3] \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2\sqrt{3}\sqrt{J_2}} (2s_1 - s_2 - s_3) \quad (57)$$

Usando a Equação (28) tem-se:

$$\cos q = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{s_1}{\sqrt{J_2}} = \frac{2s_1 - s_2 - s_3}{2\sqrt{3}\sqrt{J_2}} \quad (58)$$

Se $s_1 \geq s_2 \geq s_3$ então:

$$0 \leq q \leq 60^\circ \quad (59)$$

Pelo uso da identidade trigonométrica tem-se:

$$\cos 3q = 4\cos^2 q - 3\cos q \quad (60)$$

$$\cos 3q = \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{3/2}} = \frac{\sqrt{2}J_3}{t_{oct}^3} \quad (61)$$

Dessa maneira, a superfície de ruptura $f(s_1, s_2, s_3) = 0$ ou $f(I_1, J_2, J_3) = 0$ pode ser convenientemente representada por $f(x, r, q) = 0$ ou $f(s_{oct}, t_{oct}, \cos 3q) = 0$, onde as variáveis fornecem uma interpretação geométrica, conforme ilustra a Figura 29.

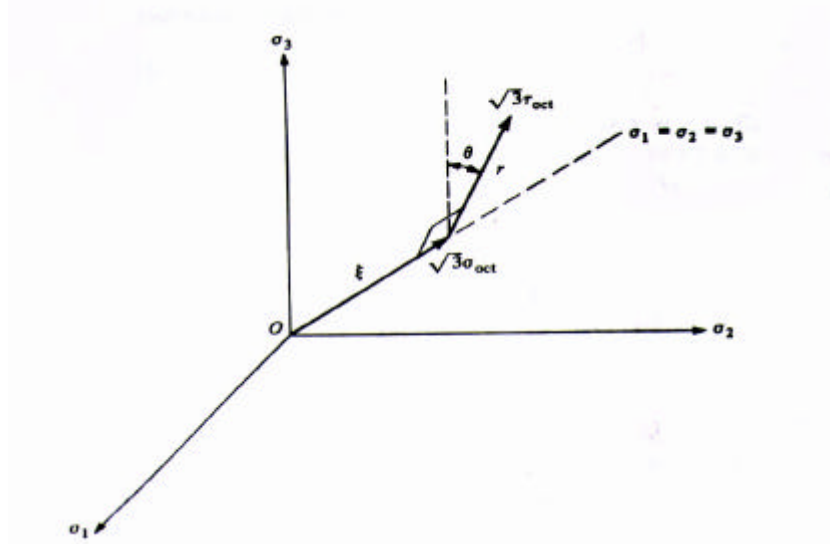


Figura 29 – Interpretação geométrica de (ξ, r, θ) e $(\sigma_{oct}, \tau_{oct}, \theta)$
(fonte: CHEN(1982))

7.2 Características da Superfície de Ruptura do Concreto

A forma geral da superfície de ruptura do concreto no espaço de tensões tridimensional pode ser melhor descrita pela forma da seção transversal no plano deviatório e seus meridianos no plano meridiano.

As seções transversais da superfície de ruptura são as curvas de intersecção entre a superfície de ruptura e o plano deviatório, o qual é perpendicular ao eixo hidrostático com $\xi = \text{constante}$. Os meridianos da superfície de ruptura são as curvas de intersecção entre a superfície de ruptura e um plano (contendo o plano meridiano) contendo o eixo hidrostático com $\theta = \text{constante}$.

Quando realizados ensaios, é necessário explorar apenas o limite $0^\circ < \theta < 60^\circ$ do ângulo de similaridade, sendo as outras regiões encontradas por simetria. Resultados experimentais indicam que a curva de ruptura para concreto no plano deviatório tem as seguintes características:

- A curva de ruptura é suave;
- A curva de ruptura é convexa, pelo menos para as tensões de compressão;
- A curva tem característica geral como a ilustrada na Figura 28;
- A curva de ruptura é parecida com um triângulo para a região de tração e pequenas compressões (correspondente a pequenos valores de ξ próximos ao plano π) e torna-se cada vez mais circular para altas tensões de compressão (correspondente ao acréscimo de ξ ou altas pressões hidrostáticas).

Os dois planos meridianos extremos, correspondentes a $\theta = 0^\circ$ e $\theta = 60^\circ$ são chamados de “meridiano de tração” e “meridiano de compressão” respectivamente. Quando $\theta = 30^\circ$, costuma-se chamar este meridiano de “meridiano cisalhante”.

Quando o concreto é ensaiado a testes triaxiais, o cilindro de concreto pode ser carregado de duas maneiras distintas. Da primeira maneira, uma pressão hidrostática de tração é exercida na direção radial e uma força de compressão é aplicada por um pistão na direção axial. Esse ensaio corresponde a:

$$\sigma_r = \sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_z = \sigma_3 \quad (62)$$

Este estado de tensão corresponde a um estado de tensão hidrostático com uma tensão de compressão sobreposta em uma direção. Substituindo este estado na Equação (58) resulta em $\theta = 60^\circ$. Existem muitos dados disponíveis para este meridiano.

A segunda maneira em se testar o concreto triaxialmente é aplicar uma força de tração na direção axial e uma pressão lateral de compressão na direção radial. Este ensaio corresponde a:

$$\sigma_r = \sigma_1 = \sigma_2 < \sigma_z = \sigma_3 \quad (63)$$

Este meridiano é chamado “meridiano de tração” ($\theta = 0^\circ$) e existem poucos resultados experimentais devido à dificuldade em se realizar este tipo de ensaio.

As curvas de ruptura no plano meridiano possuem as seguintes características gerais, conforme ilustra a Figura 30:

- As curvas de ruptura dependem da componente hidrostática de tensão I_1 ou ξ ;
- As curvas são suaves e convexas;
- $r_t / r_c < 1$;
- valor de r_t / r_c aumenta com o acréscimo de pressões hidrostáticas. Este valor é 0,5 próximo ao plano π e alcança um pico de 0,8 próximo da pressão hidrostática $\xi = -7 f_c'$.

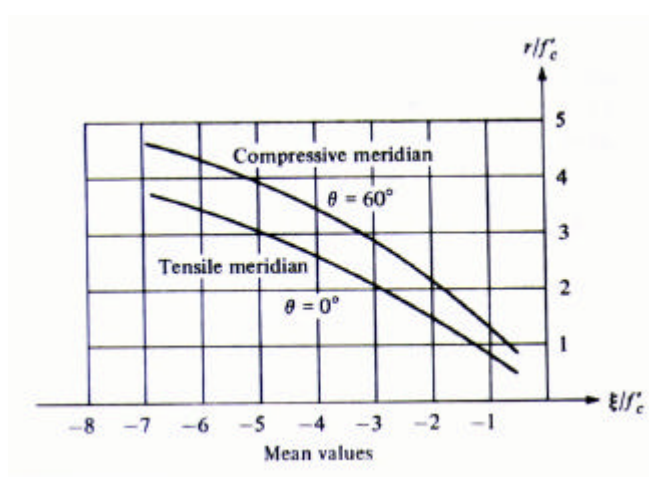


Figura 30 – Características gerais dos meridianos
(fonte:CHEN(1982))

7.3 Modelos de Ruptura Com Um Parâmetro

Como já foi visto, a superfície de ruptura do concreto no sistema de coordenadas das tensões principais tem uma seção triangular para pequenas tensões e torna-se cada vez mais circular para altas tensões de compressão.

De acordo com CHEN (1982), sob tração e pequenas tensões de compressão, o concreto chega a ruína por ruptura frágil com a formação de minúsculas deformações plásticas e sob altas tensões hidrostáticas, o concreto pode escoar como se fosse um material dúctil.

Para os comportamentos relatados anteriormente, vários critérios de ruptura baseados em um único parâmetro têm sido propostos, sendo muitas vezes considerados como uma boa aproximação para uma primeira avaliação no processo de ruptura do concreto. A seguir é apresentado o Critério de Rankine.

7.3.1 Critério de Rankine

O Critério de Rankine (1876), baseado na máxima tensão de tração, é geralmente aceito para determinar onde ocorre uma fratura por tração ou compressão no concreto. De acordo com este critério, a ruptura do material ocorre quando a máxima tensão principal em um ponto atinge um valor igual a resistência à tração do material.

A superfície de ruptura definida por este critério resulta em três planos perpendiculares aos eixos σ_1 , σ_2 e σ_3 . As equações abaixo fornecem os limites da superfície de ruptura:

$$\sigma_1 = f_t \quad (64)$$

$$\sigma_2 = f_t \quad (65)$$

$$\sigma_3 = f_t \quad (66)$$

Onde f_t é a resistência à tração do material

Quando empregada as variáveis ξ , r , θ ou I_1 , J_2 , θ a superfície de ruptura pode ser descrita pelas seguintes equações, usando o limite $0 \leq \theta \leq 60^\circ$.

$$f(I_1, J_2, \theta) = 2\sqrt{3}\sqrt{J_2} \cos \theta + I_1 - 3f_t = 0 \quad (67)$$

$$f(r, \xi, \theta) = \sqrt{2} r \cos \theta + \xi - \sqrt{3} f_t = 0 \quad (68)$$

A Figura 31 ilustra a forma da seção transversal no plano π ($\xi=0$) e os meridianos de tração ($\theta = 0^\circ$) e de compressão ($\theta = 60^\circ$) para o Critério de Rankine.

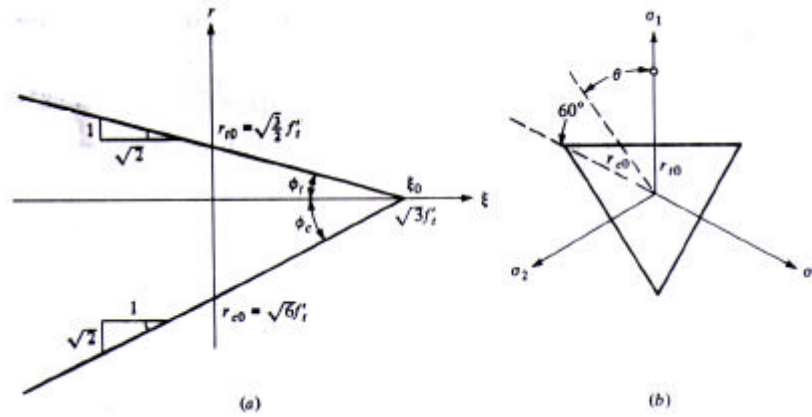


Figura 31 – Planos meridianos($\theta = 0^\circ$ e $\theta = 60^\circ$) e plano π para o Critério de Rankine
(fonte:CHEN(1982))

7.3.2 Critério de Tensão Cisalhante (Tresca e von Mises)

De acordo com CHEN (1982), o concreto sob altas pressões hidrostáticas comporta-se como se fosse um material dúctil. O maior efeito dessas pressões em um material dúctil é aumentar a ductilidade do material e permitir grandes deformações antes da ruptura frágil, sendo que a mudança de volume verificada na ruptura é muito pequena.

Para o concreto sob ação de altas pressões, o efeito da pressão hidrostática pode ser desprezada no processo de microfissuração do material. Desse fato conclui-se que a tensão cisalhante deve ser a causa maior do escoamento de metais e da microfissuração do concreto para altas pressões. O problema passa a ser então qual a função de tensão cisalhante que rege o critério de microfissuração com a seguinte forma:

$$f(s_1, s_2, s_3) = 0 \quad \text{ou} \quad f(J_2, J_3) = 0 \quad (69)$$

- **Critério de Tresca**

O Critério de Tresca (1864) assume a idéia de que a máxima tensão cisalhante é a variável fundamental para a determinação de superfícies de ruptura para metais e para concreto sob altas pressões hidrostáticas. A microfissuração do concreto começa quando a máxima tensão cisalhante em um ponto alcança um valor crítico k , determinado através de um ensaio de compressão simples.

O valor crítico k é igual a metade da resistência à compressão f_c . Dessa maneira, o critério baseado na máxima tensão cisalhante pode ser matematicamente escrito como:

$$\max\left(\frac{1}{2}|\sigma_1 - \sigma_2|, \frac{1}{2}|\sigma_2 - \sigma_3|, \frac{1}{2}|\sigma_3 - \sigma_1|\right) = k \quad (70)$$

Em termos dos invariantes de tensão o Critério de Tresca pode ser escrito como:

$$f(J_2, \theta) = \sqrt{J_2} \sin\left(\theta + \frac{1}{3}\pi\right) - k = 0 \quad (71)$$

E em termos de r , ξ , θ o critério pode ser escrito como:

$$f(r, \theta) = r \sin\left(\theta + \frac{1}{3}\pi\right) - \sqrt{2} k = 0 \quad (72)$$

As equações acima representam uma superfície cilíndrica paralela ao eixo hidrostático. Observa-se que como o efeito da pressão hidrostática é desconsiderado as equações acima são independentes de I_1 ou ξ . A Equação (72) representa um hexágono regular no plano deviatório.

- **Critério de von Mises**

A tensão cisalhante octaédrica é uma alternativa conveniente para a escolha da variável chave capaz de causar a microfissuração do concreto para altas pressões. Este critério é conhecido como “Critério de von Mises” e foi proposto em 1913. Este critério propõe que a microfissuração tem início quando a tensão cisalhante octaédrica atinge um valor crítico k .

$$\tau_{\text{oct}} = \sqrt{\frac{2}{3} J_2} = \sqrt{\frac{2}{3}} k \quad (73)$$

$$f(J_2) = J_2 - k^2 = 0 \quad (74)$$

O valor de k é a tensão de esmagamento. O esmagamento irá ocorrer em um teste uniaxial quando $\sigma_1 = f_c$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$. Substituindo estes valores na Equação (74) tem-se:

$$f_c = \sqrt{3}k = 1,732 k \quad (75)$$

Para este caso o Critério de von Mises é dado por um cilindro circular que sobrepõe o hexágono de Tresca, onde $f_c = 2k$.

O hexágono de Tresca pode causar complicações numéricas e dificuldades matemáticas devido aos cantos do hexágono. O cilindro circular proposto por von Mises é matematicamente conveniente para aplicações práticas e por razões óbvias o Critério de von Mises é também chamado de Teoria J_2 .

A Figura 32 apresenta os Critérios de Tresca e von Mises no plano deviatório.

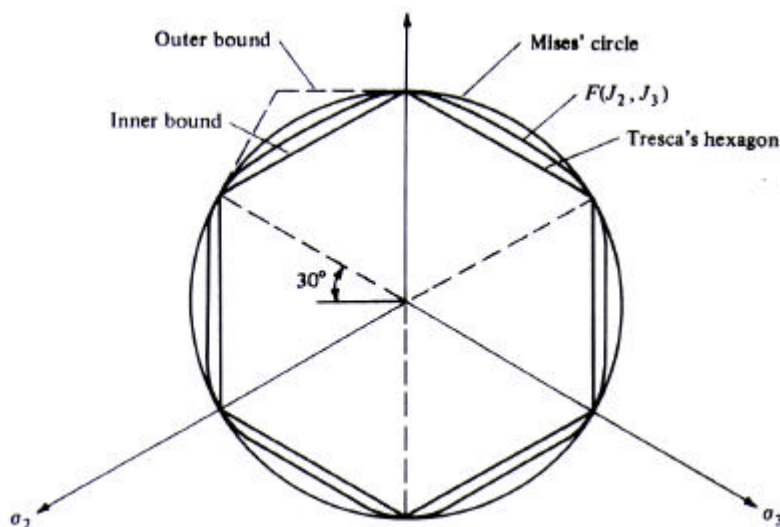


Figura 32 – Critérios de Tresca e von Mises representados no plano deviatório
(fonte: CHEN(1982))

7.4 Modelos de Ruptura Com Dois Parâmetros

Para uma taxa intermediária de tensão, o critério de ruptura para concreto é sensível ao estado de tensão hidrostático e, dessa maneira, espera-se que a superfície de ruptura não seja um cilindro de base circular com eixo coincidente com o eixo hidrostático. Se o concreto for admitido como isotrópico, todas seções transversais da superfície de ruptura deverão ser parecidas com a ilustrada na Figura 28.

Para um material dependente da pressão hidrostática, a resistência à tração simples geralmente não é igual a resistência à compressão e as seções transversais ao longo do eixo hidrostático serão diferentes em seu tamanho.

Por simplicidade, a maioria dos modelos propostos no passado admitiam que as seções transversais da superfície de ruptura eram geometricamente similares, isto é, o único efeito da pressão era ajustar o tamanho da seção transversal em vários planos paralelos aos planos deviatórios. A superfície de ruptura mais simples para este caso é a superfície de

revolução cujo eixo é o eixo hidrostático e, desta maneira, superfícies como cones circulares e parabolóides de revolução foram sendo propostas por vários pesquisadores.

A seguir são apresentados os critérios de ruptura de concreto baseados em dois parâmetros, desde os modelos mais simples onde os meridianos dependem linearmente da componente hidrostática de pressão I_1 ou ξ , até modelos os mais complexos cujas superfícies de ruptura apresentam meridianos curvos.

7.4.1 Critério de Mohr-Coulomb

O Critério de Mohr (1900) estabelece que a ruptura é governada pela Equação (76), onde a tensão cisalhante limite τ em um plano depende unicamente da tensão normal σ no mesmo plano para um ponto.

$$|\tau| = f(\sigma) \quad (76)$$

A função $f(\sigma)$ é determinada experimentalmente e de acordo com este critério a ruptura ocorrerá para todos estados de tensão para o quais o maior dos círculos de Mohr for tangente a esta função. Isso significa que a tensão principal intermediária (σ_2) não tem influência na ruptura.

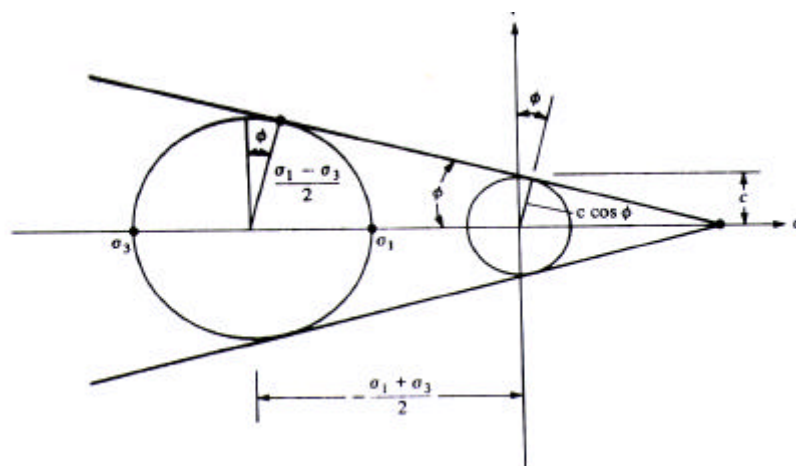


Figura 33 – Relações para as tensões principais no Critério de Mohr-Coulomb
(fonte: CHEN(1982))

A forma mais simples para a função $f(\sigma)$ é uma reta, conforme ilustra a Figura 33. A equação desta reta é conhecida como Equação de Coulomb (1773) e é apresentada abaixo:

$$|\tau| = c - \sigma \tan \phi \quad (77)$$

Onde c é a coesão e ϕ é o ângulo de atrito interno do material.

O critério de ruptura associado com a Equação (77) é chamado de Critério de Mohr-Coulomb. Para o caso de materiais sem fricção tem-se que $\phi = 0$ e, neste caso, a Equação (77) se reduz ao Critério de Tresca (máxima tensão cisalhante), $\tau = c$, e a coesão se torna igual a tensão de escoamento em cisalhamento puro, $c = k$.

De acordo com CHEN(1982), o Critério de Mohr-Coulomb fornece uma boa aproximação para a ruptura de materiais frágeis e dúcteis sob um estado intermediário de tensão.

Da Figura 33 pode-se deduzir que a Equação (77) é idêntica a:

$$\sigma_1 \frac{1 + \sin \phi}{2c \cos \phi} - \sigma_3 \frac{1 - \sin \phi}{2c \cos \phi} = 1 \quad \text{para } \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \quad (78)$$

Ou

$$\frac{\sigma_1}{f_t} - \frac{\sigma_3}{f_c} = 1 \quad (79)$$

Onde

$$f_c = \frac{2c \cos \phi}{1 - \sin \phi} \quad (80)$$

$$f_t = \frac{2c \cos \phi}{1 + \sin \phi} \quad (81)$$

O Critério de Mohr-Coulomb é um modelo de dois parâmetros, em que a combinação de parâmetros como (c, ϕ) , (f_c, f_t) , (f_c, ϕ) , observados experimentalmente, fornecem uma caracterização do material.

Muitas vezes é conveniente utilizar os parâmetros f_c e m , onde:

$$m = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} = \frac{f_c}{f_t} \quad (82)$$

Dessa maneira, a Equação (79) pode ser escrita como:

$$m\sigma_1 - \sigma_3 = f_c \quad \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \quad (83)$$

Usando a Equação (39) a Equação de Mohr-Coulomb (78) pode ser escrita das seguintes formas:

$$\begin{aligned} f(I_1, J_2, \theta) &= \frac{1}{3} I_1 \sin \phi + \sqrt{J_2} \sin\left(\theta + \frac{1}{3} \pi\right) \\ &+ \frac{\sqrt{J_2}}{\sqrt{3}} \cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \sin \phi - c \cos \phi = 0 \end{aligned} \quad (84)$$

$$\begin{aligned} f(\xi, r, \theta) &= \sqrt{2} \xi \sin \phi + \sqrt{3} r \sin\left(\theta + \frac{1}{3} \pi\right) \\ &+ r \cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \sin \phi - \sqrt{6} c \cos \phi = 0 \end{aligned} \quad (85)$$

com $0 \leq \theta \leq \pi/3$

A Equação (85) representa uma pirâmide hexagonal irregular e a seção transversal de ruptura no plano π é ilustrada na Figura 34.

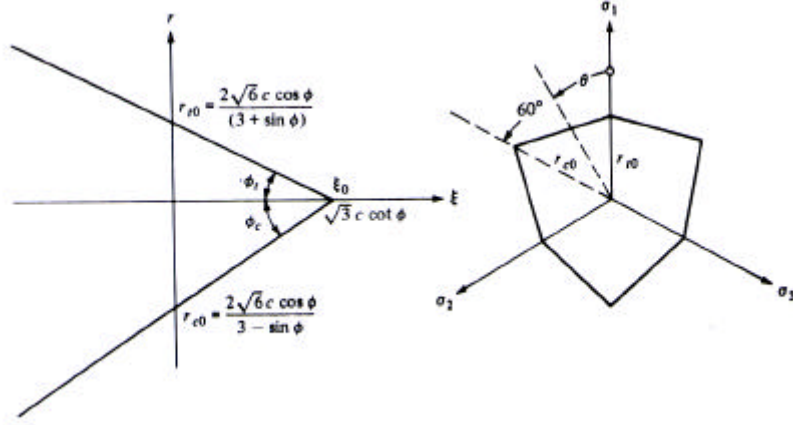


Figura 34 – Planos meridianos ($\theta = 0^\circ$ e $\theta = 60^\circ$) e plano π para o Critério de Mohr-Coulomb (fonte: CHEN(1982))

Apenas dois comprimentos são necessários para desenhar a pirâmide hexagonal: r_{t0} e r_{c0} correspondentes a $\theta = 0^\circ$ e $\theta = 60^\circ$ e que podem ser obtidos diretamente da Equação (85) com $\xi = 0$, $r = r_{t0}$, $\theta = 0^\circ$ e $\xi = 0$, $r = r_{c0}$, $\theta = 60^\circ$. Usando a Equação (80) tem-se as seguintes equações para r_{t0} e r_{c0} no plano π .

$$r_{t0} = \frac{2\sqrt{6}c \cos \phi}{3 + \sin \phi} = \frac{\sqrt{6}f_c(1 - \sin \phi)}{3 + \sin \phi} \quad (86)$$

$$r_{c0} = \frac{2\sqrt{6}c \cos \phi}{3 - \sin \phi} = \frac{\sqrt{6}f_c(1 - \sin \phi)}{3 - \sin \phi} \quad (87)$$

7.4.2 Critério de Drucker-Prager

A superfície de ruptura hexagonal gerada pelo Critério de Mohr-Coulomb pode causar complicações na obtenção de soluções numéricas devido aos cantos do hexágono. Dessa maneira, uma aproximação para o Critério de Mohr-Coulomb pode ser expressa pelo Critério de Drucker-Prager (1952), por uma simples modificação no Critério de von Mises da seguinte forma:

$$f(I_1, J_2) = \alpha I_1 + \sqrt{J_2} - k = 0 \quad (88)$$

Ou identicamente, usando $\xi = I_1 / \sqrt{3}$ e $r = \sqrt{2J_2}$

$$f(\xi, r) = \sqrt{6} \alpha \xi + r - \sqrt{2} k = 0 \quad (89)$$

Onde α e κ são constantes positivas para cada ponto do material. Quando α é zero, a Equação (86) se reduz ao Critério de von Mises.

A superfície de ruptura da Equação (89) no espaço de tensão principal é um cone circular cujo meridiano e seção transversal no plano π é apresentado na Figura 35.

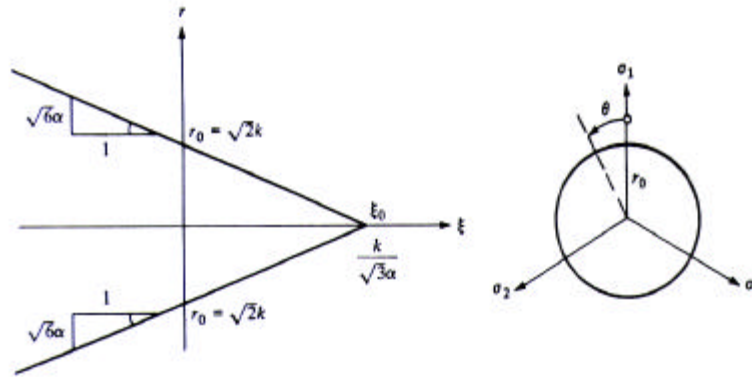


Figura 35 – Planos meridianos ($\theta = 0^\circ$ e $\theta = 60^\circ$) e plano π para o Critério de Drucker-Prager (fonte: CHEN(1982))

7.5 Modelos de Ruptura Com Três Parâmetros

7.5.1 Critério de Bresler-Pister

Uma das maneiras mais aceitas para se representar a superfície de ruptura do concreto é em termos das tensões octaédricas σ_{oct} e τ_{oct} . De acordo com CHEN(1982), muitos critérios de ruptura propostos no passado foram casos especiais do critério octaédrico.

$$\tau_{oct} = f(\sigma_{oct}) \quad (90)$$

Muitos destes critérios propostos assumem uma relação linear, que é essencialmente o modelo de Drucker-Prager. Resultados experimentais indicando a relação entre as tensões σ_{oct} e τ_{oct} apresentam uma forma curva e são apresentados na Figura 30.

O valor médio destes valores pode ser aproximado por uma parábola quadrática apresentada na Equação (91)(Bresler-Pister,1958):

$$\frac{\tau_{oct}}{f_c} = a - b \frac{\sigma_{oct}}{f_c} + c \left(\frac{\sigma_{oct}}{f_c} \right)^2 \quad (91)$$

Os parâmetros de ruína a, b e c podem ser estabelecidos através de ensaios experimentais. Os três parâmetros são identificados em testes típicos para concreto, tais como: tração uniaxial (f_t), compressão uniaxial (f_c) e compressão biaxial (f_{bc}).

A seguir são apresentadas as taxas de resistência normalizadas, que são utilizadas na formulação do modelo de ruptura:

$$\bar{f}_t = \frac{f_t}{f_c} \quad (92)$$

$$\bar{f}_{bc} = \frac{f_{bc}}{f_c} \quad (93)$$

As componentes octaédricas para estes três experimentos são apresentadas na Tabela 3.

Tabela 3 - Componentes Octaédricas para o critério de Bresler-Pister

Ensaio	s_{oct} / f_c	t_{oct} / f_c
$\sigma_1 = f_t$	$\frac{1}{3} \bar{f}_t$	$\frac{\sqrt{2}}{3} \bar{f}_t$
$\sigma_3 = -f_c$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{\sqrt{2}}{3}$
$\sigma_2 = \sigma_3 = -f_{bc}$	$-\frac{2}{3} \bar{f}_{bc}$	$\frac{\sqrt{2}}{3} \bar{f}_{bc}$

Quando estes valores de tensão octaédrica são inseridos na Equação (91), os três parâmetros da superfície de ruptura a , b e c são obtidos em termos dos valores de resistência normalizada.

Não importa qual relação é assumida entre τ_{oct} e σ_{oct} , a curva de ruptura no plano deviatório será um círculo, o que é contrário aos resultados experimentais obtidos para concreto, principalmente para pequenas tensões onde a seção transversal no plano deviatório possui uma forma triangular.

7.5.2 Critério de Três Parâmetros de Willam-Warnke

Willam e Warnke (1975) sugeriram uma superfície de ruptura baseada em três parâmetros para concreto sob regime de tração e baixas compressões. Este modelo possui meridianos em forma de retas e seções transversais no plano deviatório de forma não-circular.

Este modelo foi posteriormente refinado por Willam-Warnke pela adição de mais dois parâmetros, que descrevem os meridianos de forma curva e com isso estende a aplicação do modelo para a situação de altas tensões de compressão.

A seção transversal não-circular é desenvolvida por uma aproximação elíptica e então esta seção é usada como base para o desenvolvimento de uma superfície de ruptura cônica com o eixo hidrostático servindo de eixo de revolução.

Considerando um plano deviatório típico da superfície de ruptura do concreto, conforme ilustra a Figura 36, Willam-Warnke chegaram a seguinte expressão de $r(\theta)$ em termos dos parâmetros r_t e r_c através de uma aproximação elíptica.

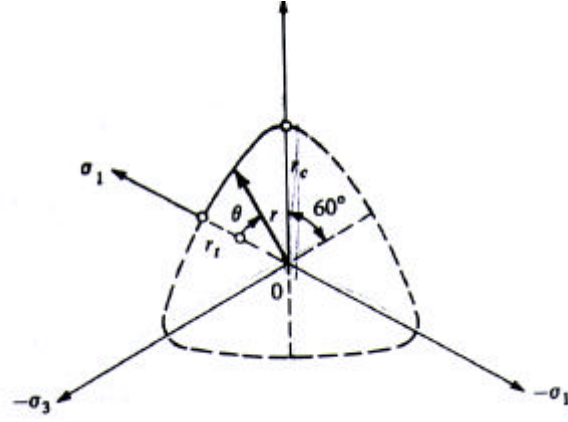


Figura 36 – Plano deviatório para a superfície de ruptura do concreto
(fonte: CHEN(1982))

$$r(\theta) = \frac{2r_c(r_c^2 - r_t^2) \cos \theta + r_c(2r_t - r_c) [4(r_c^2 - r_t^2) \cos^2 \theta + 5r_t^2 - 4r_t r_c]^{1/2}}{4(r_c^2 - r_t^2) \cos^2 \theta + (r_c - 2r_t)^2} \quad (94)$$

$$\cos \theta = \frac{2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3}{\sqrt{2[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]^{1/2}}} \quad (95)$$

Nota-se que a elipse torna-se um círculo quando $r_t = r_c$. Para os meridianos $\theta = 0^\circ$ e $\theta = 60^\circ$ a posição do vetor $r(\theta)$ se torna igual a r_t ou r_c .

Willam-Warnke garantem a convexidade e a suavidade da curva se a posição do vetor r satisfazer a condição: $0,5 \leq r_t / r_c \leq 1$.

O plano deviatório ilustrado na Figura 36 é usado como base para uma superfície de ruptura cônica cujo eixo de revolução é o eixo hidrostático. Esta superfície de ruptura é expressa em termos de σ_m , τ_m e do ângulo de similaridade θ .

$$f(\sigma_m, \tau_m, \theta) = \frac{1}{\rho} \frac{\sigma_m}{f_c} + \frac{1}{r(\theta)} \frac{\tau_m}{f_c} - 1 = 0 \quad (96)$$

As componentes de tensão média σ_m e τ_m representam a média da distribuição da tensão normal e cisalhante em uma superfície esférica infinitesimal. Estas tensões se relacionam com as tensões octaédricas σ_{oct} e τ_{oct} , com os invariantes I_1 , J_2 e com as coordenadas hidrostáticas e deviatórias ξ e r .

$$\sigma_m = \sigma_{oct} = \frac{1}{3} I_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \xi \quad (97)$$

$$\tau_m^2 = \frac{3}{5} \tau_{oct}^2 = \frac{2}{5} J_2 = \frac{1}{5} r^2 \quad (98)$$

Ou em termos das tensões principais σ_1 , σ_2 e σ_3 .

$$\sigma_m = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (99)$$

$$\tau_m = \frac{1}{\sqrt{15}} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]^{1/2} \quad (100)$$

Assim a Equação (96) pode ser reescrita:

$$\frac{\tau_m}{f_c} = r(\theta) \left(1 - \frac{1}{\rho} \frac{\sigma_m}{f_c} \right) \quad (101)$$

Os valores de σ_m e τ_m no critério de ruptura da Equação (101) são normalizados pela resistência à compressão uniaxial. Os três parâmetros da superfície de ruptura são r_t , r_c e ρ .

Assim como no Critério de Bresler-Pister, os parâmetros são obtidos de três ensaios típicos para concreto: tração uniaxial, compressão uniaxial e compressão biaxial. Usando os valores das resistências normalizadas os três testes são caracterizados conforme ilustra a Tabela 4:

Tabela 4 - Componentes Octaédricas para o critério de Willam-Warnke

Ensaio	s_{oct} / f_c	t_{oct} / f_c	q	$r(q)$
$\sigma_1 = f_t$	$\frac{1}{3} \bar{f}_t$	$\sqrt{\frac{2}{15}} \bar{f}_t$	0°	r_t
$\sigma_3 = -f_c$	$-\frac{1}{3}$	$\sqrt{\frac{2}{15}}$	60°	r_c
$\sigma_2 = \sigma_3 = -f_{bc}$	$-\frac{2}{3} \bar{f}_{bc}$	$\sqrt{\frac{2}{15}} \bar{f}_{bc}$	0°	r_t

Substituindo estes valores de resistência no critério de ruptura apresentado na Equação (101) os três parâmetros do modelo são obtidos:

$$\rho = \frac{\bar{f}_{bc} \bar{f}_t}{\bar{f}_{bc} - \bar{f}_t} \quad (102)$$

$$r_t = \left(\frac{6}{5} \right)^{1/2} \frac{\bar{f}_{bc} \bar{f}_t}{2\bar{f}_{bc} + \bar{f}_t} \quad (103)$$

$$r_c = \left(\frac{6}{5} \right)^{1/2} \frac{\bar{f}_{bc} \bar{f}_t}{3\bar{f}_{bc} \bar{f}_t + \bar{f}_{bc} - \bar{f}_t} \quad (104)$$

O vértice da superfície cônica encontra-se no eixo hidrostático:

$$\rho = \frac{\sigma_m}{f_c} \quad (105)$$

O ângulo de abertura ϕ do cone varia entre:

$$\tan \phi_t = \frac{r_{to}}{\rho} \quad \text{para } \theta = 0^\circ \quad (106)$$

$$\tan \phi_c = \frac{r_{co}}{\rho} \quad \text{para } \theta = 60^\circ \quad (107)$$

O Modelo de Willam-Warnke para um concreto de resistência típica é apresentado na Figura 37.

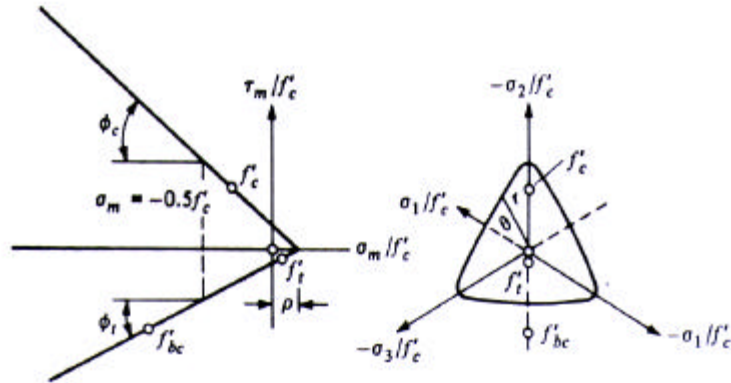


Figura 37 – Critério de Willam-Warnke ($f_{bc} / f_c = 1,3$ e $f_t / f_c = 0,1$)
(fonte:CHEN(1982))

O Modelo de Willam-Warnke se reduz ao Modelo de Drucker-Prager se:

$$r_t = r_c = r_0 \quad \text{ou} \quad f_t = \frac{f_{bc}}{3f_{bc} - 2} \quad (108)$$

Neste caso, a superfície cônica é descrita pelos parâmetros ρ e r_0 .

$$\frac{1}{\rho} \frac{\sigma_m}{f_c} + \frac{1}{r_0} \frac{\tau_m}{f_c} = 1 \quad (109)$$

O Modelo de von Mises é obtido se:

$$\rho \rightarrow \infty \quad \text{ou} \quad \bar{f}_{bc} = \frac{f_{bc}}{f_c} = 1 \quad (110)$$

Resultados experimentais mostram uma boa concordância para regimes de baixa compressão utilizando o Modelo de Willam-Warnke.

7.6 Modelos de Ruptura Com Quatro Parâmetros

7.6.1 Critério de Ottosen

De acordo com CHEN(1982), Ottosen sugeriu o seguinte critério de ruptura, baseado em quatro parâmetros e envolvendo todos os invariantes de tensão:

$$f(I_1, J_2, \cos 3\theta) = a \frac{J_2}{f_c^2} + \lambda \frac{\sqrt{J_2}}{f_c} + b \frac{I_1}{f_c} - 1 = 0 \quad (111)$$

Onde $\lambda = \lambda(\cos 3\theta) > 0$ e a e b são constantes.

A superfície de ruptura da Equação (111) apresenta meridianos curvos e seções transversais não-circulares. Como o meridiano curvo é determinado pelas constantes a e b e a seção transversal não-circular é definida pela função λ no plano deviatório pelas constantes $\lambda_t = 1/r_t$ e $\lambda_c = 1/r_c$, segue que o critério de ruptura de Ottosen é um critério de quatro parâmetros. Assim como no Critério de Willam-Warnke, o modelo é válido somente se for satisfeita a condição: $0,5 \leq r_t / r_c \leq 1$.

Se $a = 0$ e $\lambda = \text{const.}$, o Critério de Ottosen se torna igual ao Critério de Drucker-Prager e se $a = b = 0$ e $\lambda = \text{const.}$ o Critério de Ottosen se torna igual o Critério de von Mises.

Os quatro parâmetros de ruptura neste critério geralmente são determinados pelos seguintes ensaios:

- Resistência uniaxial à compressão f_c ($\theta = 60^\circ$);
- Resistência uniaxial à tração f_t ;
- Resistência à compressão biaxial ($\theta = 0^\circ$). Escolhe-se $\sigma_1 = \sigma_2 = -1,16 f_c$ e $\sigma_3 = 0$ correspondente aos ensaios realizados por KUPFER et alii (1969), onde $f_{bc} = 1,16 f_c$;

- Estado de tensão triaxial $(\xi / f_c, r / f_c) = (-5, 4)$ no meridiano de compressão ($\theta = 60^\circ$) (Ver Figura 30) que representa o melhor ajuste para os resultados de ensaio de Balmer e Richart.

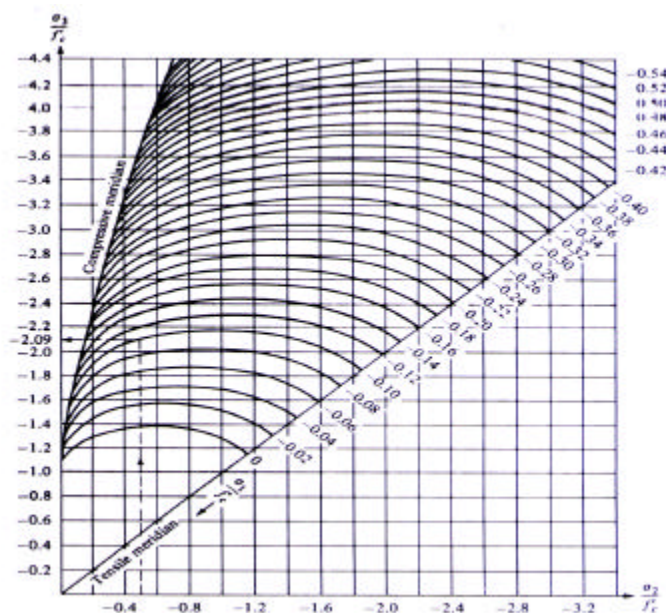


Figura 38 – Exemplo de gráfico para o Critério de Ottosen
(fonte: CHEN(1982))

Desta maneira, Ottosen elaborou uma série de gráficos baseados nos ensaios anteriores onde pode-se determinar a ruptura do concreto entrando com os valores das tensões principais. Um exemplo destes gráficos é apresentado na Figura 38.

7.6.2 Critério de Hsiegh-Ting-Chen

Hsiegh-Ting-Chen (1979) sugeriram o seguinte critério de ruptura para concreto baseado em quatro parâmetros:

$$f(I_1, J_2, \sigma_1) = a \frac{J_2}{f_c^2} + b \frac{\sqrt{J_2}}{f_c} + c \frac{\sigma_1}{f_c} + d \frac{I_1}{f_c} - 1 = 0 \quad (112)$$

De acordo com CHEN(1982), este critério consiste em uma combinação do Critério de Rankine com o critério da máxima tensão octaédrica. Este critério apresenta meridianos curvos e seções transversais não-circulares e se reduz aos seguintes critérios:

- Se $a = c = 0$ o critério de ruptura se reduz ao Critério de Drucker-Prager;
- Se $a = c = d = 0$ o critério de ruptura se reduz ao Critério de von Mises;
- Se $a = b = d = 0$ e $c = f_c / f_t$ o critério de ruptura se reduz ao Critério de Rankine.

Para a determinação dos quatro parâmetros costuma-se adotar os testes biaxiais de KUPFER et alii (1969) e os testes triaxiais de Mills e Zimmerman (1970) e Launay (1970). Desta maneira, são necessários os seguintes ensaios para determinação dos quatro parâmetros:

- Resistência uniaxial à compressão f_c ;
- Resistência uniaxial à tração f_t ;
- Resistência à compressão biaxial $f_{bc} = 1,15 f_c$;
- Estado de tensão $(\sigma_{oct} / f_c, \tau_{oct} / f_c) = (-1,95, 1,6)$ no meridiano de compressão ($\theta = 60^\circ$), o qual parece ser o melhor ajuste para os resultados de Mills e Zimmerman.

A Figura 39 apresenta uma comparação entre o Critério de Hsieh-Ting-Chen com os resultados experimentais obtidos por Mills e Zimmerman(1970).

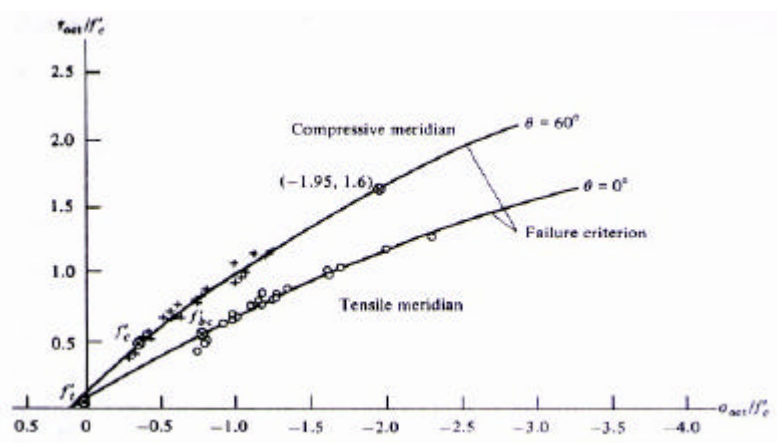


Figura 39 – Comparação entre o Critério de Hsieh-Ting-Chen com resultados de Mills e Zimmerman(1970) (fonte: CHEN(1982))

7.7 Modelos de Ruptura Com Cinco Parâmetros

7.7.1 Critério de Willam-Warnke

O modelo de três parâmetros de Willam-Warnke foi refinado pela adição de dois parâmetros, para descrever os meridianos curvos. Desta maneira, o critério pode ser aplicado tanto para altas como para baixas compressões.

A Equação (96) é agora substituída por expressões mais gerais, onde os meridianos de compressão e de tração são dados por:

$$\frac{\tau_{mt}}{f_c} = \frac{r_t}{\sqrt{5}f_c} = a_0 + a_1 \frac{\sigma_m}{f_c} + a_2 \left(\frac{\sigma_m}{f_c} \right)^2 \quad \text{para } \theta = 0^\circ \quad (113)$$

$$\frac{\tau_{mt}}{f_c} = \frac{r_c}{\sqrt{5}f_c} = b_0 + b_1 \frac{\sigma_m}{f_c} + b_2 \left(\frac{\sigma_m}{f_c} \right)^2 \quad \text{para } \theta = 60^\circ \quad (114)$$

Especificando que estes dois meridianos se interceptam no eixo hidrostático no mesmo ponto ($\sigma_m / f_c = \rho$), o número de parâmetros se reduz a cinco.

A superfície de ruptura para este critério é definida pela Equação (115).

$$r(\theta) = \frac{2r_c(r_c^2 - r_t^2)\cos\theta + r_c(2r_t - r_c)[4(r_c^2 - r_t^2)\cos^2\theta + 5r_t^2 - 4r_t r_c]^{1/2}}{4(r_c^2 - r_t^2)\cos^2\theta + (r_c - 2r_t)^2} \quad (115)$$

Procurou-se neste capítulo, apresentar uma visão rápida e objetiva de alguns dos principais critérios de ruptura para concreto, uma vez que o tema é bastante complexo e resultaria em um outro trabalho caso o estudo fosse mais aprofundado.

8 Programas Utilizados para Simular o Comportamento do Concreto

Atualmente existem vários programas computacionais, tanto educacionais quanto comerciais, capazes de simular o comportamento do concreto. A princípio, foram escolhidos para este trabalho, os programas FRANC2D, FRANC3D, QUEBRA2D, ADINA, ABAQUS e ANSYS.

No entanto, com o estudo das capacidades dos programas optou-se em se utilizar nas simulações apenas aqueles que oferecessem os melhores recursos para a modelagem do concreto simples e armado. Por isso, os programas ANSYS e ABAQUS, por apresentarem limitações, foram utilizados com pouca intensidade ou não foram utilizados.

A seguir, são detalhadas as principais características dos programas utilizados, bem como as limitações que justificaram o abandono na utilização dos programas ANSYS e ABAQUS.

8.1 FRANC2D

O programa computacional FRANC2D é uma ferramenta de uso simples e rápido, desenvolvida para aplicações em Mecânica da Fratura. O programa foi desenvolvido na linguagem FORTRAN pela equipe da Cornell Fracture Group (CFG) da Universidade de Cornell nos Estados Unidos e é livremente distribuído na Internet (<http://www.cfg.cornell.edu/>).

FRANC2D é um programa de elementos finitos altamente interativo para a análise de propagação de fissuras curvilíneas em estruturas bidimensionais (estado plano de tensões, estado plano de deformações e axissimetria). A Mecânica da Fratura Elástica Linear pode ser analisada com uma nova malha sendo construída automaticamente enquanto a fissura se propaga.

Antes de executar o programa FRANC2D é necessário que se tenham definidas todas as características da estrutura que se deseja ensaiar. Algumas dessas características são informadas em um pré-processador do FRANC2D denominado CASCA. A Figura 40 ilustra o pré-processador CASCA.

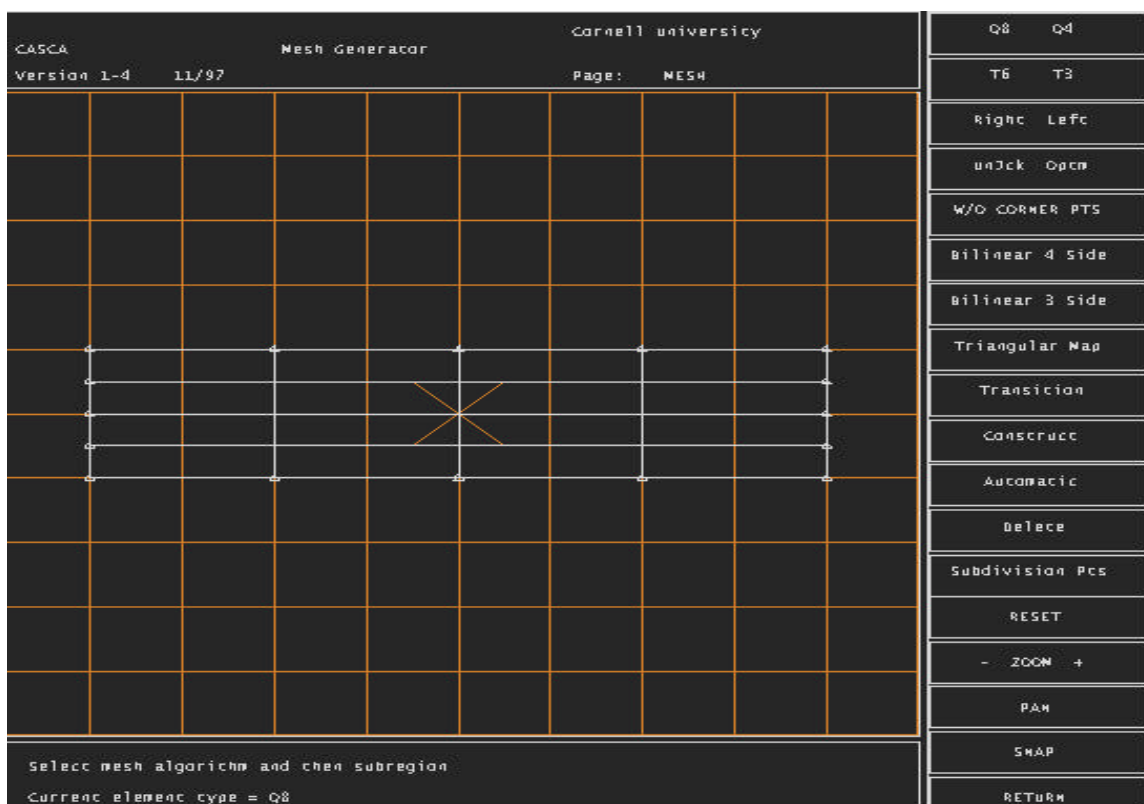


Figura 40 – Pré-Processador CASCA

No programa CASCA são informadas as dimensões da estrutura, as regiões constituídas por diferentes materiais e é feita a geração da malha de elementos finitos. Feita a descrição das características geométricas do elemento estrutural, bem como a

discretização da malha de elementos finitos no pré-processador CASCAS, pode-se ir para o FRANC2D, onde serão definidas as características do material (Módulo de Elasticidade, Coeficiente de Poisson, densidade, etc.), as condições de vinculação, o critério de cálculo (análise plana de tensões ou análise plana de deformações) e os carregamentos atuantes na peça.

Definidos os itens anteriores pode-se fazer a análise das tensões atuantes na peça como também inserir fissuras e propagá-las. O programa oferece diversos métodos para a determinação da energia de fraturamento e do fator de intensidade de tensões.

O programa FRANC2D possui vários módulos de análise, no entanto, obtém-se melhores resultados e menos problemas de processamento no módulo de análises lineares, que é voltado para materiais com comportamento elástico. O programa não fornece resultados apropriados para materiais como o concreto, que possui uma zona de processos inelásticos significativa na ponta da fissura para elementos estruturais de pequenas e médias dimensões.

O programa FRANC2D pode ser aplicado para estruturas de concreto de grandes dimensões, tais como barragens, pois neste caso a região de processos inelásticos formada no fronte da fissura é desprezível quando comparada com as outras dimensões da estrutura, e neste caso uma análise baseada na Mecânica da Fratura Elástica Linear é aplicável. A Figura 41 ilustra o programa FRANC2D.

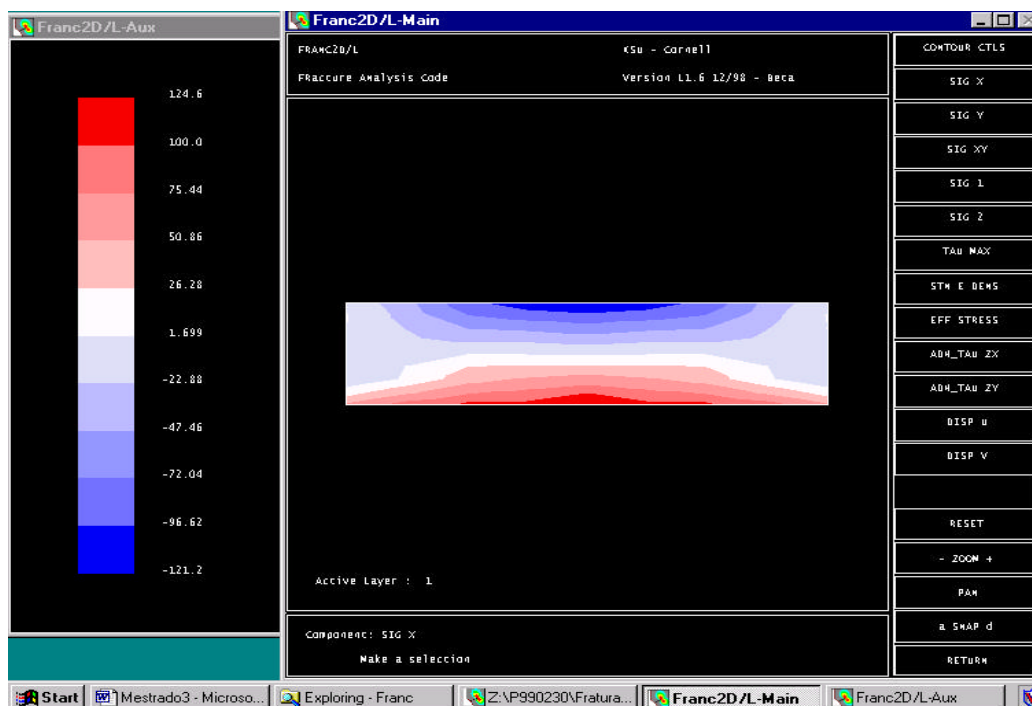


Figura 41 – Simulação utilizando FRANC2D

8.2 QUEBRA2D

O programa QUEBRA2D é um sistema computacional voltado para análises lineares e não-lineares. O programa tem grande aplicabilidade no presente trabalho, uma vez que disponibiliza a simulação de fraturamento bidimensional em materiais coesivos, com propagação de fissuras arbitrárias.

Na realidade, tratam-se de dois programas distintos que trabalham em conjunto. O QUEBRA2D é desenvolvido em linguagem C, utiliza bibliotecas gráficas e é responsável pela interface gráfica, pelo gerenciamento dos processos de fraturamento e pela entrada e saída de dados. O programa FEMOOP (“Finite Element Method – Object Oriented Program”), é desenvolvido em linguagem C++ e é um programa de elementos finitos capaz de resolver estruturas planas e espaciais, lineares e não-lineares, que funciona como um processador do QUEBRA2D. O Fluxograma apresentado na Figura 42 ilustra o funcionamento do QUEBRA2D.

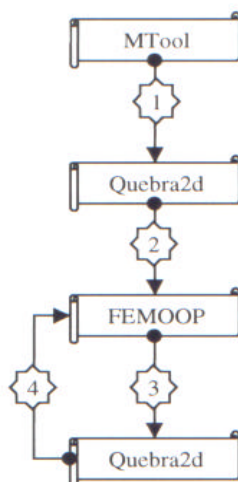


Figura 42 – Fluxograma de funcionamento do QUEBRA2D

De acordo com BUENO(1999), a função do sistema QUEBRA2D-FEMOOP é resolver a estrutura por meio do método dos elementos finitos para as malhas e carregamentos provenientes do QUEBRA2D. Os dois programas funcionam de forma integrada, o QUEBRA2D é responsável por toda entrada e saída de dados e gerenciamento do processo de fraturamento, enquanto o FEMOOP é responsável pela solução do problema de elementos finitos. A troca de dados e resultados entre os programas é feita através de arquivos tipo texto em ASCII, permitindo que o usuário trabalhe integralmente no ambiente gráfico QUEBRA2D.

O modelo coesivo de HILBERG et alii (1976) é o modelo de fraturamento implantado no sistema QUEBRA2D-FEMOOP. Esse modelo foi proposto por Hillerborg no final dos anos setenta após uma série de ensaios em corpos de prova de concreto, onde o pesquisador observou que após a carga máxima, a fissura inicial surgia numa pequena região com concentração de deformações. O modelo proposto por Hillerborg é utilizado com algumas hipóteses simplificadas:

- O material é considerado elástico, linear e isotrópico, com módulo de elasticidade E e coeficiente de Poisson ν ;
- A fissura surge na região em que ocorre a maior tensão principal de tração, que atinge o valor da tensão última de tração;

- É considerada apenas a abertura monotônica e normal a fissura, negligenciando-se o escorregamento.

O programa considera que a fissura se propaga na direção perpendicular a direção da máxima tensão principal de tração, quando esta atinge o valor da tensão última de tração do material, sendo que este critério de propagação permite que o comprimento de fissura fictícia aumente ou diminua ao longo do processo de fraturamento (BUENO, 1999).

O programa QUEBRA2D foi idealizado visando substituir o FRANC2D na maior parte de suas aplicações, com vantagens de uma estrutura de dados e uma interface para o usuário mais eficientes. No programa estão implementadas funcionalidades capazes de simular o comportamento coesivo de materiais cimentícios (concreto, rochas, cerâmicas). A Figura 43 ilustra o programa QUEBRA2D.

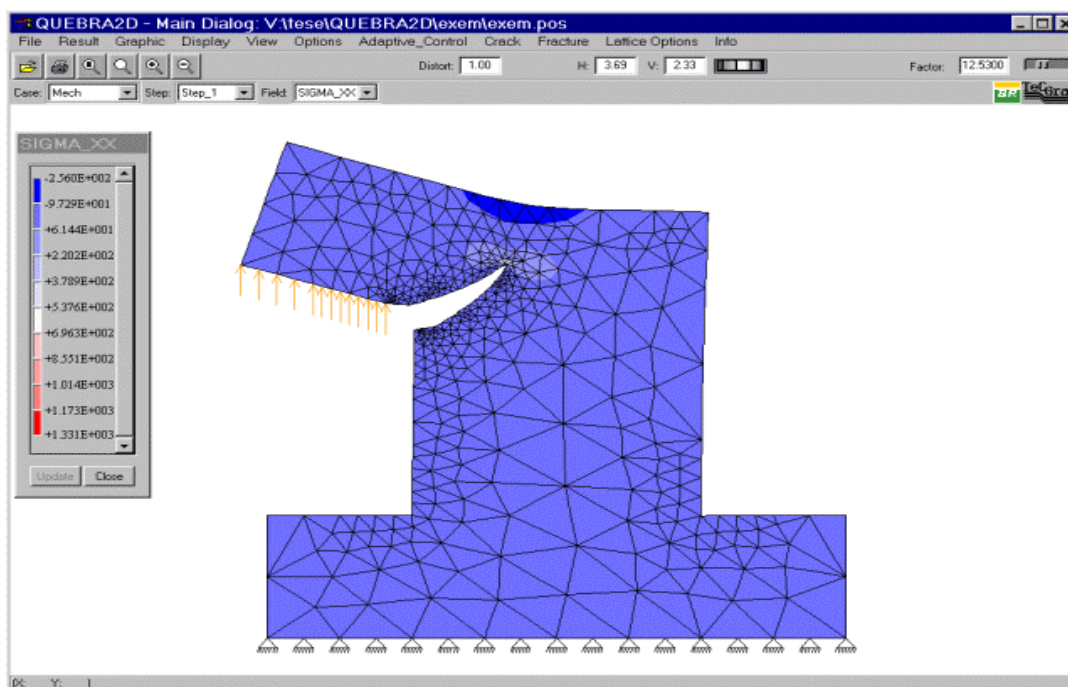


Figura 43 – Simulação utilizando QUEBRA2D
(Fonte: <http://www.tecgraf.puc-rio.br/recope-fratura/>)

8.3 FRANC3D

O programa FRANC3D (FRacture ANalysis Code for 3 Dimensions) vem sendo desenvolvido desde 1987 na Universidade Cornell, EUA, tendo com objetivo principal e inicial, a criação de uma ferramenta para simulação de fraturamento hidráulico.

O sistema é constituído pelo OSM (Object Solid Modeler), que é o modelador de geometria do sólido, pelo FRANC3D que é o pré e pós-processador e pelo BES (Boundary Element System) que é o programa que resolve as equações do conjunto (solver).

A simulação da propagação de fissuras é a principal característica do FRANC3D, possibilitando a representação da geometria de estruturas tridimensionais com fissuras arbitrárias não-planares que podem ser internas, superficiais, em interfaces de materiais e até mesmo em cruzamento com outras fissuras. A maioria dos programas disponíveis para a modelagem de sólidos são limitados à geometria das fissuras.

A propagação se dá de acordo com os critérios de direção e avanço de fissuras escolhido pelo usuário, sendo que os fatores de intensidade de tensões são analisados em pontos espaçados ao longo do fronte da fissura.

Outra característica importante do programa FRANC3D é a sua flexibilidade quanto a dependência de um esquema particular de análise numérica. Qualquer programa baseado no Método dos Elementos de Contorno ou no Método dos Elementos Finitos para estruturas tridimensionais e com capacidade de manipulação de fissuras é capaz de fornecer a resposta estrutural para os problemas em análise.

A Figura 44 ilustra uma aplicação do programa FRANC3D.

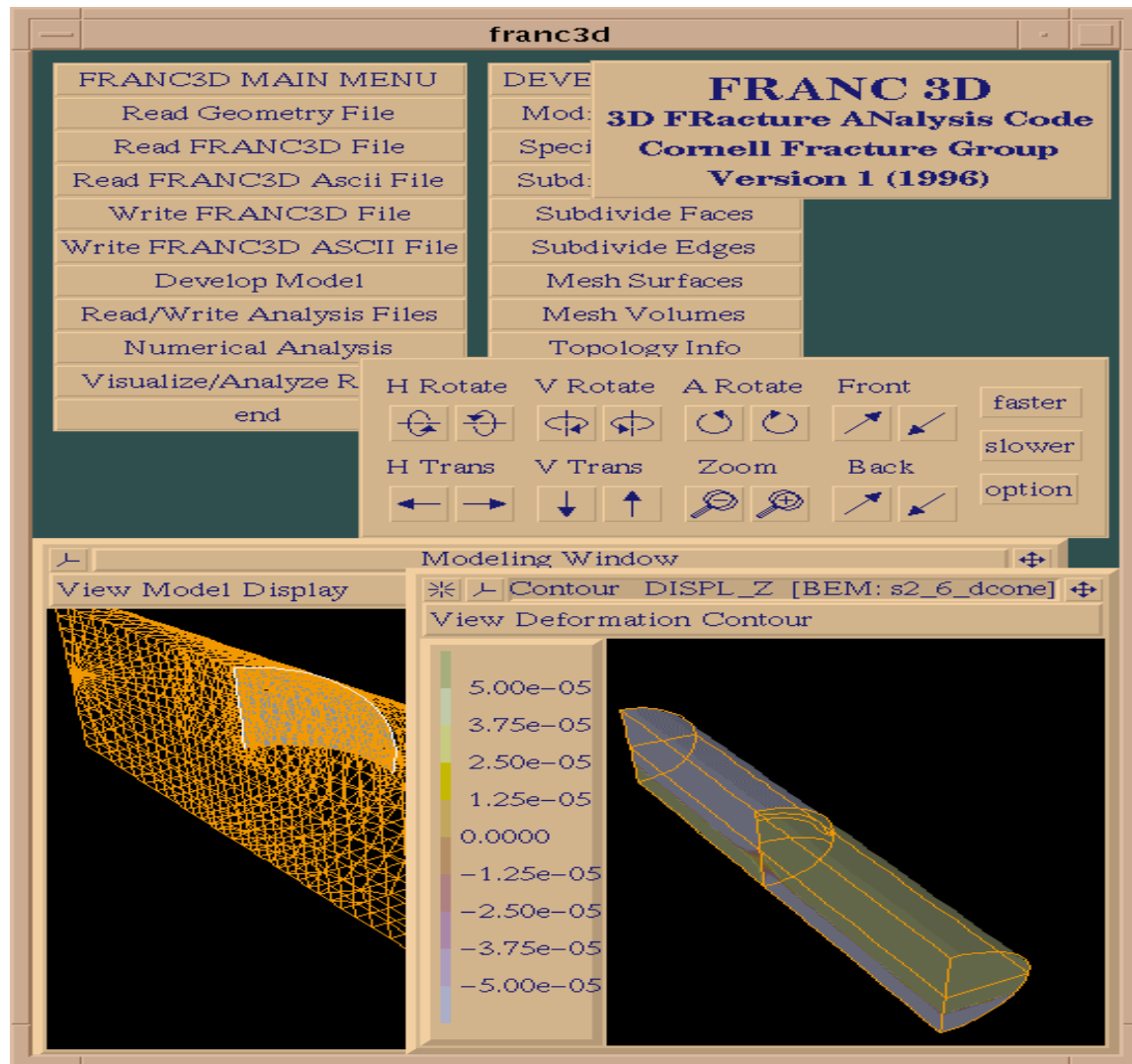


Figura 44 – Simulação utilizando FRANC3D

(fonte: <http://www.cfg.cornell.edu/software/FRANC3D.html>)

8.4 ANSYS

ANSYS é um programa computacional voltado para projetos e análises estruturais utilizando o Método dos Elementos Finitos. Trata-se de um bom programa comercial, utilizado em vários ramos da indústria: automobilística, aeroespacial, eletrônica, de máquinas, de geração de energia, biomecânica e em todas áreas da engenharia: estrutural, mecânica, elétrica, eletromagnética, eletrônica, térmica, de fluídos e biomédica. O programa ANSYS, ilustrado na Figura 45, também é utilizado como ferramenta educacional em universidades e em outras instituições acadêmicas.

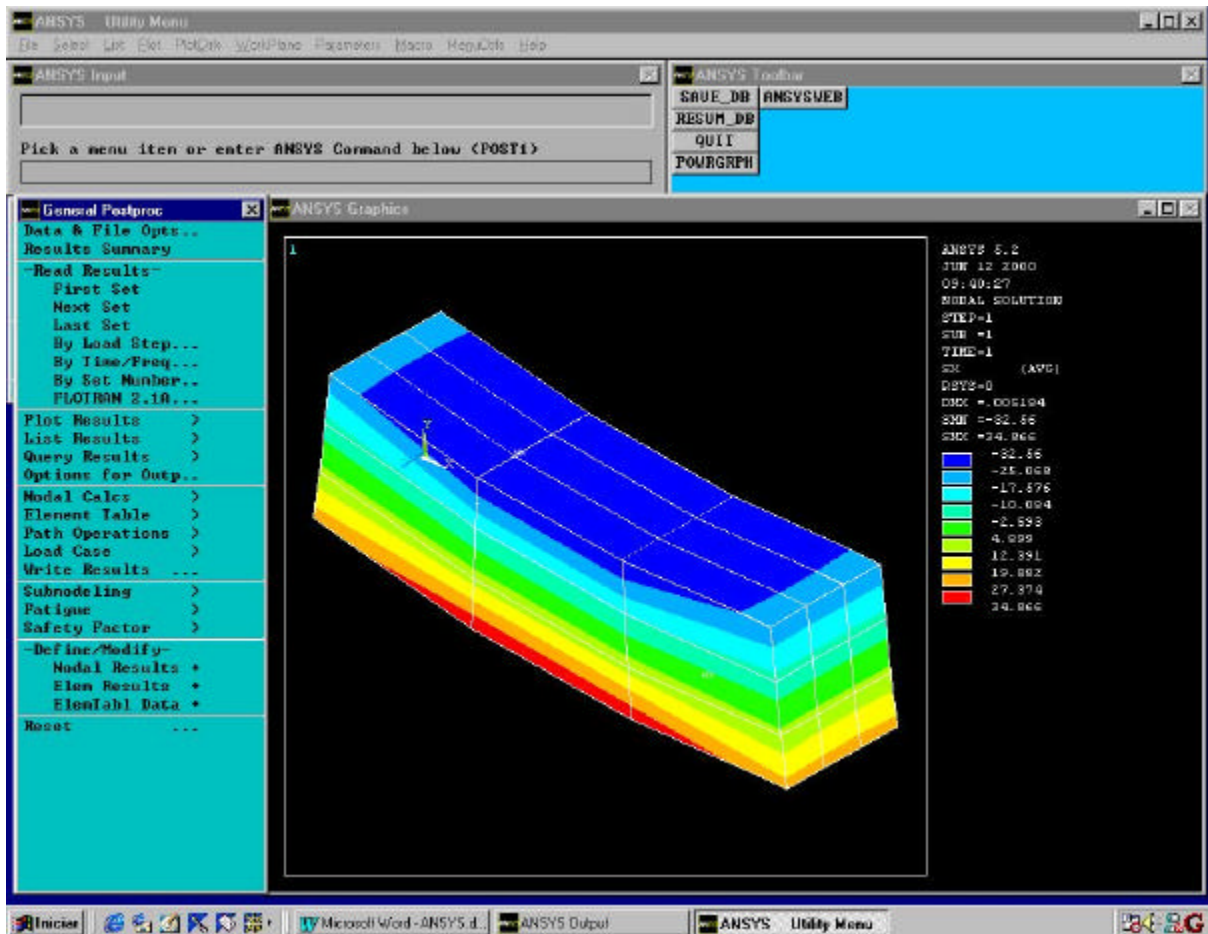


Figura 45 – Simulação utilizando ANSYS

O programa é capaz de resolver problemas de análise linear e não-linear como determinação de tensões, deformações e deslocamentos para um grande número de materiais.

Para concreto, existe no programa um elemento utilizado para a simulação do concreto simples e armado (elemento “SOLID65”), sendo que é possível estimar a fratura do elemento estrutural e identificar através de gráficos a localização de áreas fissuradas por tração e esmagadas por compressão.

O critério de ruína utilizado pelo ANSYS para o concreto devido a um estado de tensão multiaxial é expresso pela Equação (116).

$$\frac{F}{f_c} - S \geq 0 \quad (116)$$

Onde:

F = Função dos estados principais de tensão (σ_{xp} , σ_{yp} , σ_{zp});

S = Superfície de ruptura expressa em termos das tensões principais e de cinco parâmetros introduzidos pelo usuário: f_t , f_c , f_{cb} , f_1 e f_2 .

Se a Equação (116) não é satisfeita, não há esmagamento ou fissuração. Por outro lado, o material fissura se qualquer uma das tensões principais estiver sob tração ou esmaga se todas as tensões principais estiverem sob compressão.

Um total de cinco parâmetros de resistência (sendo que qualquer um pode ser dependente da temperatura) são necessários para definir a superfície de ruptura: resistência última à tração uniaxial(f_t), resistência última à compressão uniaxial (f_c), resistência última à compressão biaxial (f_{cb}), estado de tensões em ambiente hidrostático(σ_h^a), resistência última à compressão para um estado biaxial de compressão sobreposto com um estado hidrostático de tensão (f_1), resistência última à compressão para um estado uniaxial de compressão sobreposto com um estado hidrostático de tensão (f_2).

Contudo, a superfície de ruptura pode ser determinada com um mínimo de duas constantes, f_t e f_c . As outras três constantes são calculadas automaticamente de acordo com as considerações padrões embutidas no ANSYS apresentadas a seguir:

$$f_{cb} = 1,2f_c \quad (117)$$

$$f_1 = 1,45f_c \quad (118)$$

$$f_2 = 1,725f_c \quad (119)$$

Contudo, esses valores padrões são válidos apenas para os estados de tensões onde a Equação (120) é satisfeita.

$$|s_h| \leq \sqrt{3}f_c \quad (120)$$

$$s_h = \text{Estado de tensão hidrostática} = \frac{1}{3}(s_{xp} + s_{yp} + s_{zp}) \quad (121)$$

A Equação (120) é aplicada apenas a situações com baixas tensões hidrostáticas. Todos os cinco parâmetros de ruína devem ser especificados quando são esperados altos valores para as componentes de pressão hidrostática. Se a condição apresentada na Equação (120) não é satisfeita e os valores adotados apresentados nas Equações (117), (118) e (119) são adotados a resistência do modelo para concreto pode ser determinada de maneira incorreta.

As funções F e S são expressas em termos das tensões principais, denotadas como σ_1 , σ_2 e σ_3 onde:

$$s_1 = \max(s_{xp}, s_{yp}, s_{zp}) \quad (122)$$

$$s_3 = \min(s_{xp}, s_{yp}, s_{zp}) \quad \text{Com } s_1 \geq s_2 \geq s_3 \quad (123)$$

O modelo de ruína disponível para concreto no ANSYS é dividido em quatro domínios distintos:

$$0 \geq s_1 \geq s_2 \geq s_3 \text{ (compressão – compressão – compressão)}$$

$$s_1 \geq 0 \geq s_2 \geq s_3 \text{ (tração – compressão – compressão)}$$

$$s_1 \geq s_2 \geq 0 \geq s_3 \text{ (tração – tração – compressão)}$$

$$s_1 \geq s_2 \geq s_3 \geq 0 \text{ (tração – tração – tração)}$$

Os critérios de ruptura implementados no ANSYS foram elaborados a partir do modelo proposto por Willam e Warnke, descrito por CHEN(1982). Este critério é um dos mais avançados, sendo dependente de cinco parâmetros e só é possível sua utilização através do uso de um microcomputador.

A Figura 46 ilustra uma superfície típica de ruptura bidimensional para concreto e implementada no programa ANSYS.

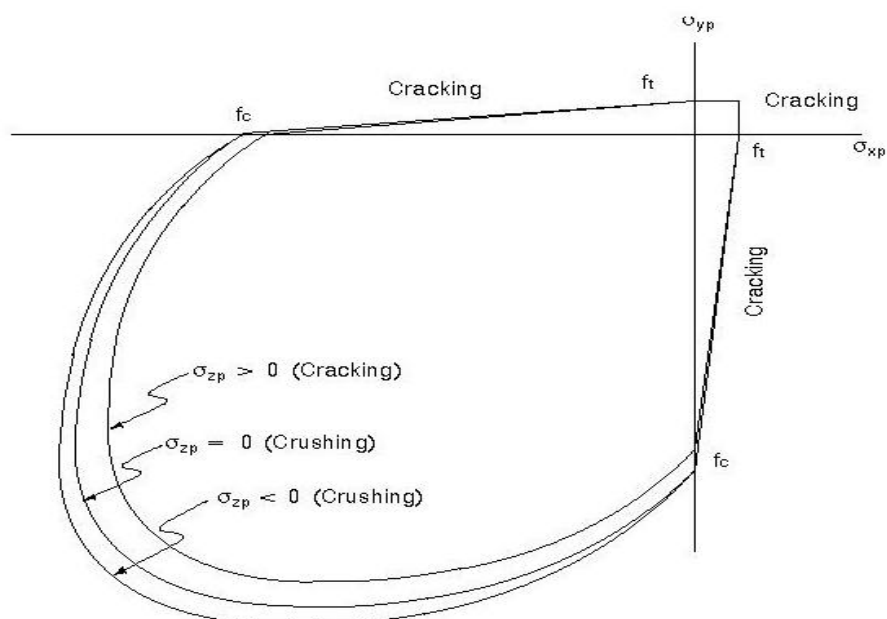


Figura 46 – Superfície de ruptura bidimensional implementada no programa ANSYS (fonte: ANSYS(1995))

Apesar de possuir um dos critérios de ruptura mais avançados, os manuais do programa não trazem nenhuma informação a respeito do modelo constitutivo implementado para concreto. Outra grande desvantagem é a utilização deste elemento apenas para estruturas tridimensionais, limitando casos onde um simples modelo bidimensional é suficiente para resolver um problema em estudo.

Conforme visto nos próximos capítulos, o elemento disponível no programa ANSYS para simulação de concreto causou muitas dúvidas e dificuldades, e por acreditar que o modelo disponível no ADINA é superior, optou-se pelo abandono do programa ANSYS.

8.5 ABAQUS

ABAQUS é um programa de elementos finitos projetado especificamente para análises estruturais avançadas, lineares e não-lineares com a capacidade de gerar uma malha auto-adaptativa que permite a solução de problemas complicados.

O programa apresenta elementos especializados para o comportamento não-linear do concreto em tração e compressão, que podem ser utilizados em conjunto com elementos de barras de armadura em regime elasto-plástico, embora não apresente solução para a modelagem da interface entre o concreto e o aço. A Figura 47 ilustra uma aplicação do programa ABAQUS.

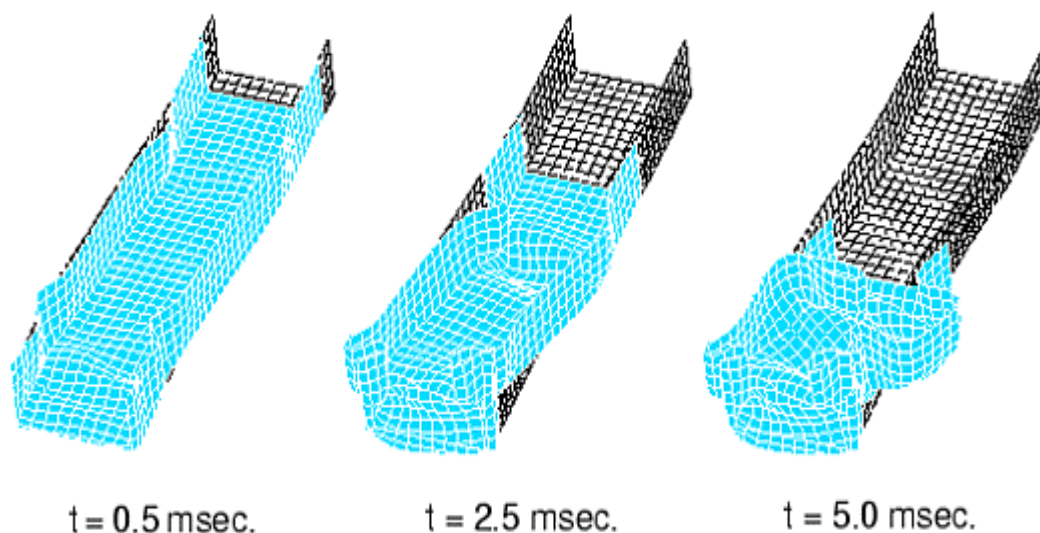


Figura 47 - Exemplo de aplicação do programa ABAQUS
(fonte: http://www.abaqus.com/products/p_app_rail-crush.html)

O programa dispõe de modelos constitutivos para metais, borracha, plástico, compósitos, concreto e solos, além da possibilidade de introduzir materiais definidos pelo próprio usuário. Podem ser simuladas estruturas unidimensionais, bidimensionais e tridimensionais como placas, membranas, vigas e treliças. O programa dispõe de vários modelos para elasticidade, plasticidade e fluência.

Nas condições de vinculação podem ser introduzidas condições cinemáticas como deslocamentos, velocidade e históricos de acelerações. Os carregamentos incluem forças pontuais e cargas distribuídas como pressão, cargas centrífugas e de gravidade.

A análise dos problemas pode ser feita em vários passos, sendo que o usuário divide o carregamento em vários “steps” como achar conveniente. A condição inicial para cada passo é o estado do modelo no final do passo anterior.

O programa ABAQUS possui dois elementos disponíveis para simulação do concreto. Um destes elementos é utilizado para a simulação apenas do concreto simples e o outro para simular o concreto armado.

O modelo disponível para concreto simples só pode ser utilizado para carregamentos monotônicos sob baixa pressão de confinamento (menor do que cinco vezes a máxima tensão de compressão que o concreto pode suportar em um teste de compressão axial).

O tipo de fissuração disponível no ABAQUS é do tipo distribuída (“smeared crack”) e para este elemento admite-se a ocorrência de fissuração quando as tensões atingem uma superfície de ruptura, superfície esta definida como sendo uma simples reta de Coulomb. O modelo também inclui considerações de anisotropia quando o material encontra-se fissurado.

O modelo constitutivo para concreto é do tipo elasto-plástico baseado em conceitos clássicos da Teoria da Plasticidade, onde admite-se que a deformação total pode ser decomposta em duas parcelas, sendo uma parcela elástica e outra parcela plástica.

O modelo disponível para a simulação de concreto armado no ABAQUS é feita pela combinação de um modelo de concreto simples sob fissuração com elementos de barra que utilizam teoria de deformação unidimensional. Os elementos de barra são superpostos na malha de elementos de concreto simples e modelos padrões de plasticidade para metais são

utilizados.

O Critério de Rankine é utilizado para detectar o início da fissuração no concreto armado. Este critério admite que uma fissura forma-se na direção normal à máxima tensão principal de tração quando esta ultrapassa a resistência a tração do concreto.

Como visto, os critérios adotados pelo ABAQUS são simplificados, sendo os critérios de Rankine e Coulomb freqüentemente utilizados para uma rápida e simples aproximação manual, desta maneira, acredita-se que o programa ADINA possui melhores vantagens e portanto, justifica-se a não utilização do programa ABAQUS no presente trabalho.

8.6 ADINA

O sistema ADINA é um programa de análise em elementos finitos que tem a capacidade de resolver uma variedade de problemas estruturais, térmicos e de escoamento de fluidos. O programa fornece potencialidades avançadas para a análise de tensões lineares e não-lineares em problemas bidimensionais e tridimensionais, estáticos e dinâmicos. O programa suporta elementos finitos versáteis geralmente aplicáveis a sólidos, treliças, vigas, tubos, placas e cascas e dentre os materiais suportados pelo programa estão: metais, solos e rochas, plástico, borracha, madeira, cerâmica e concreto. A Figura 48 ilustra uma aplicação do programa ADINA.

Uma das deficiências do programa ADINA está na limitação na introdução de fissuras. Pode-se introduzir uma única fissura para propagação, que deve estar localizada exatamente no eixo de simetria da estrutura em análise. Além disso, o modelo deve ser bidimensional.

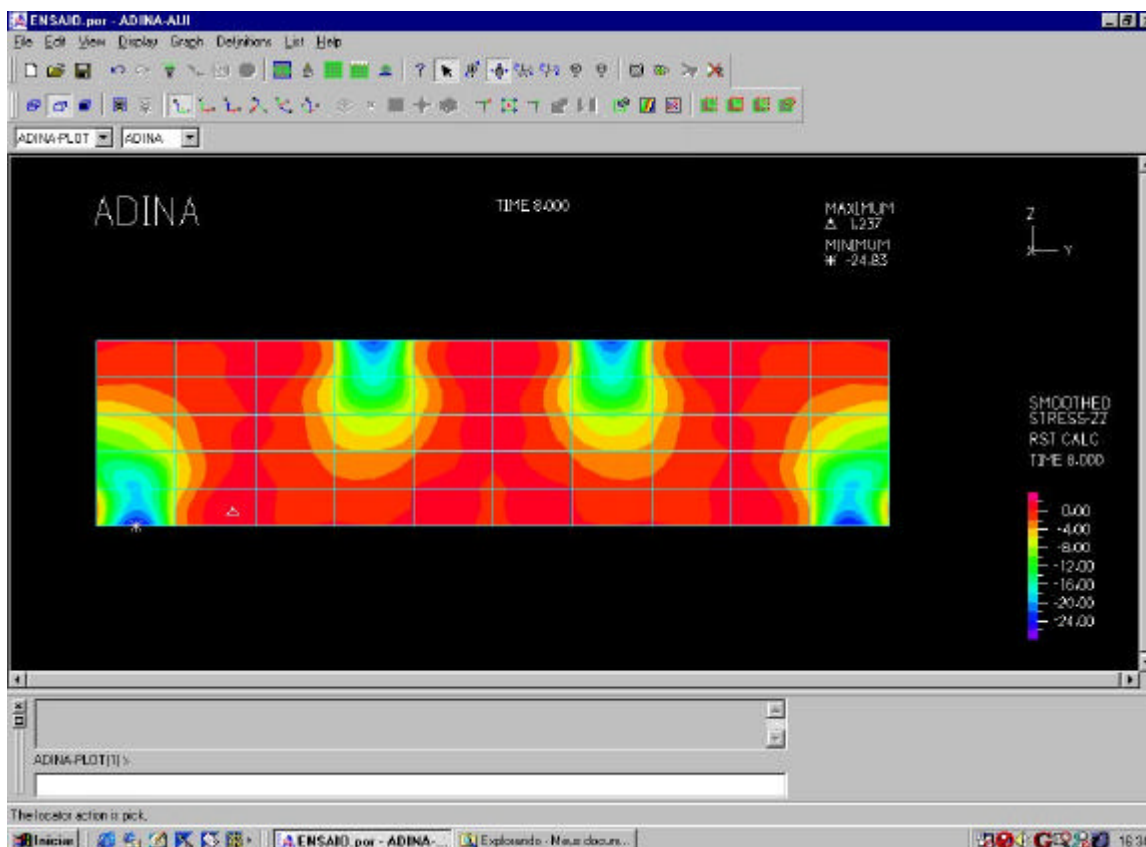


Figura 48 – Simulação utilizando ADINA

O modelo constitutivo disponível para concreto no ADINA é um modelo hipoeelástico baseado na relação tensão-deformação uniaxial que é generalizada para obter-se tensões biaxiais e triaxiais (BATHE et alii (1989), JEROME & ROSS (1997), KRAUS & WURZER (1997) e TEDESCO et alii (1997)).

De acordo com CHEN(1982), os modelos hipoeelásticos são utilizados para descrever o comportamento mecânico de uma série de materiais nos quais o estado de tensões depende do estado corrente de deformações e do caminho seguido pelas tensões para propiciar tal estado de deformações.

O modelo de concreto pode ser empregado no ADINA com os elementos “2D Solid” e “3D Solid”, com formulações de pequenos e grandes deslocamentos, no entanto, sempre são assumidas pequenas deformações. Aqui fica evidente a primeira vantagem do

ADINA, que é a possibilidade de uso dos elementos disponíveis para concreto em simulações bidimensionais e tridimensionais.

Embora o modelo seja intitulado “Modelo para Concreto”, as características constitutivas básicas podem ser muito úteis para outros tipos de materiais, como por exemplo, rochas. As características básicas do material são:

- Ruptura por tração;
- Esmagamento para altas compressões;
- Amolecimento devido à ruína por compressão e tração na deformação última.

Segundo KHATRI & ANDERSON (1995), o modelo para concreto disponível no ADINA apresenta ótimas vantagens:

- Possibilidade de calibração do material. O ADINA possibilita a opção de calibração do material para vários parâmetros de ductilidade e resistências do concreto. Os pacotes de ruína podem ser ajustados de maneira a encontrar o comportamento do concreto. Por exemplo, o usuário tem a opção de modelar conjuntamente um concreto de alta resistência e baixa ductilidade com um concreto de baixa resistência e alta ductilidade pelo ajuste de alguns parâmetros no modelo para concreto disponível no ADINA;
- Estado multiaxial de tensões. O programa ADINA possibilita a inclusão de efeitos multiaxiais de carregamento, sendo que o usuário pode especificar as condições de tensão para duas e três dimensões;
- Grande número de opções analíticas. O modelo de concreto disponível no ADINA oferece possibilidades de análise estática linear e não-linear, dinâmica, flambagem e análise de frequência em um único programa. Poucos programas possuem essas ferramentas em um único pacote;
- Desenhos de fissuração. O programa ADINA mostra a localização de fissuras na estrutura, caracterizando assim áreas susceptíveis a fraturamento. Esta característica é útil para observações experimentais e para reforço estrutural dessas áreas.

No programa ADINA está implementado um modelo de fissuração distribuída. Em modelos deste tipo, os deslocamentos associados à fissuração ainda são tratados como deformações e o elemento analisado permanece como um contínuo.

8.6.1 Modelo Constitutivo para Concreto Disponível no Programa ADINA

As relações gerais de tensão-deformação multiaxiais desenvolvidas no programa ADINA são derivadas da relação tensão-deformação uniaxial, ilustrada na Figura 49.

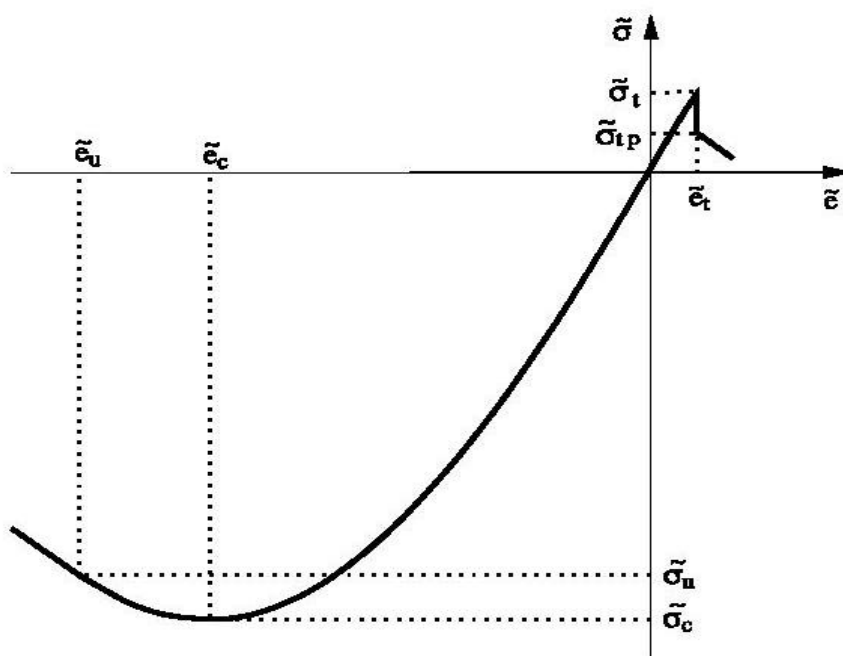


Figura 49 – Relação tensão-deformação uniaxial para concreto do programa ADINA
(fonte: ADINA(1999))

Essa relação tensão-deformação mostra que existem três fases distintas de deformação: $\epsilon \geq 0$, $0 > \epsilon > \epsilon_c$ e $\epsilon_c > \epsilon > \epsilon_u$, onde ϵ_c é a deformação correspondente a mínima tensão σ_c de esmagamento que é encontrada e σ_u é a deformação correspondente à tensão última de compressão. Os parâmetros necessários para definição da relação tensão-deformação apresentada na Figura 49 são obtidos a partir de testes uniaxiais.

- Critérios de ruína do material

Os critérios de ruína apresentados são empregados para estabelecer a relação tensão-deformação uniaxial levando em conta condições de tensão multiaxial e para estabelecer onde ocorrerá ruptura por tração ou esmagamento do material.

Tendo estabelecido as tensões principais ${}^t\sigma_{pi}$ com ${}^t\sigma_{p1} \geq {}^t\sigma_{p2} \geq {}^t\sigma_{p3}$ as tensões ${}^t\sigma_{p1}$ e ${}^t\sigma_{p2}$ são mantidas constantes e a mínima tensão que seria registrada na terceira direção principal para causar esmagamento do material é calculada usando o critério de ruína apresentado na Figura 50. Dessa maneira, é possível estabelecer uma lei de tensão-deformação uniaxial sob condições multiaxiais de tensão, conforme ilustra a Figura 51.

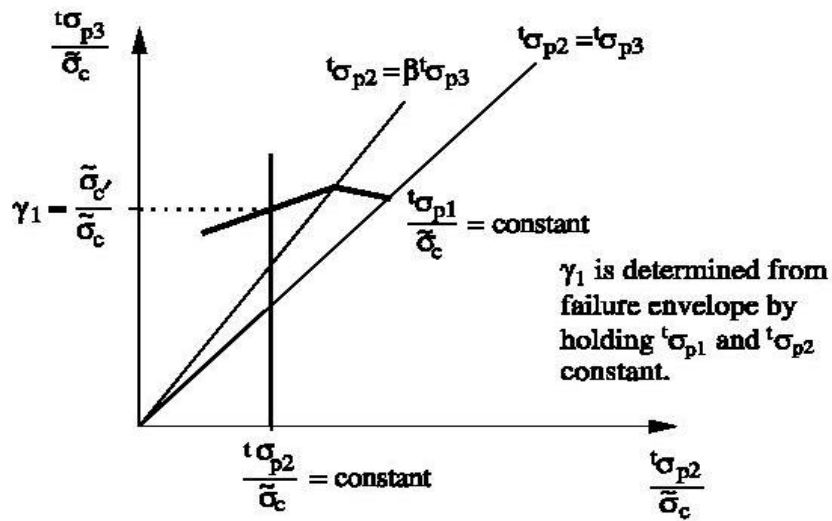


Figura 50 – Determinação de $\tilde{\sigma}'_c$ a partir de $({}^t\sigma_{p1}, {}^t\sigma_{p2})$

(fonte: ADINA(1999))

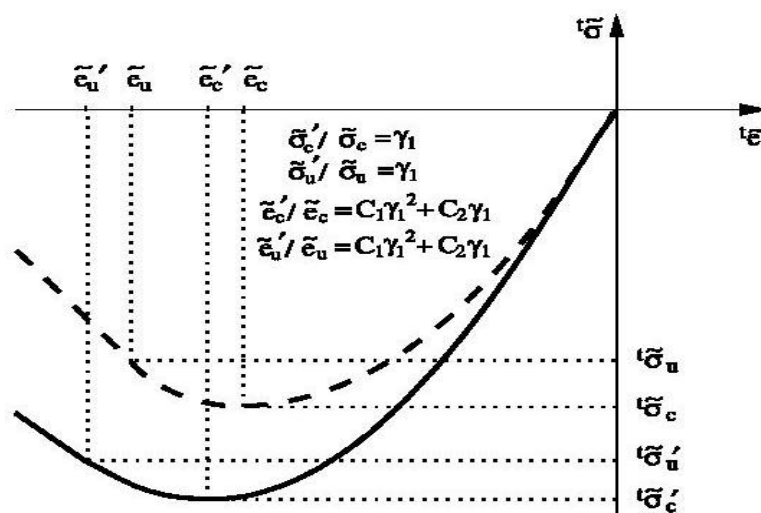


Figura 51 – Determinação do comportamento uniaxial para condições de tensão multiaxial
(fonte: ADINA(1999))

As funções que regem as relações entre tensão e deformação para o caso uniaxial são generalizadas para os casos bi e tridimensionais, levando-se em conta os efeitos que o confinamento traz para o comportamento do material. A aferição dos parâmetros para a descrição das curvas de ruptura do concreto não é tarefa fácil e por isso, já existem dois modelos incorporados ao programa, a partir de extensivos ensaios laboratoriais realizados por KUPFER et alli (1969) e Sandia. As curvas de ruína biaxial e triaxial do concreto utilizadas pelo programa ADINA são apresentadas nas Figuras 52 e 53.

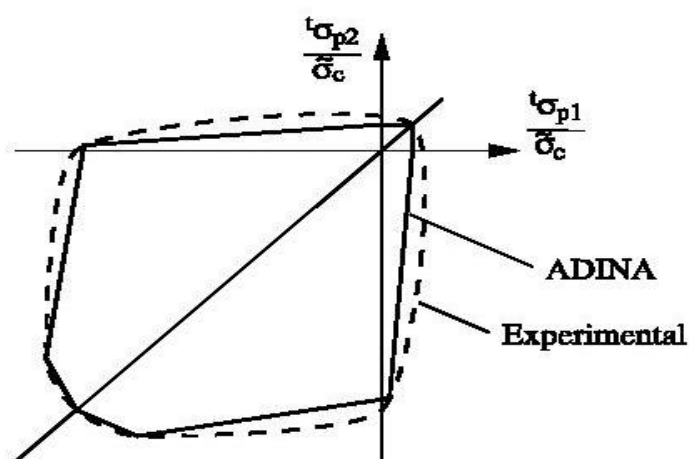


Figura 52 – Critério de ruptura biaxial disponível no programa ADINA
(fonte: ADINA(1999))

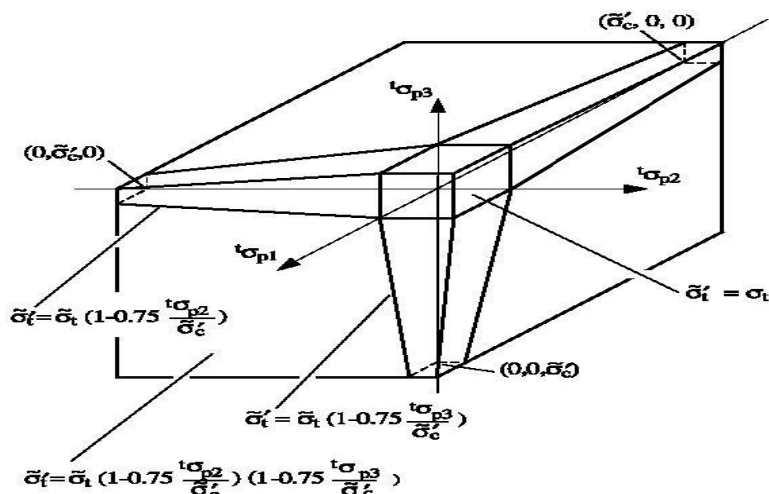


Figura 53 – Ruína por tração tridimensional disponível no programa ADINA
(fonte: ADINA(1999))

Para identificar o momento em que o material ruíu, as tensões principais são utilizadas para localizar o estado corrente de tensões. Nota-se que a resistência à tração do material em uma direção principal não depende das tensões principais de tração nas outras direções, mas depende das tensões de compressão nas outras direções. A Figura 54 ilustra com mais clareza as regiões das envoltórias triaxiais.

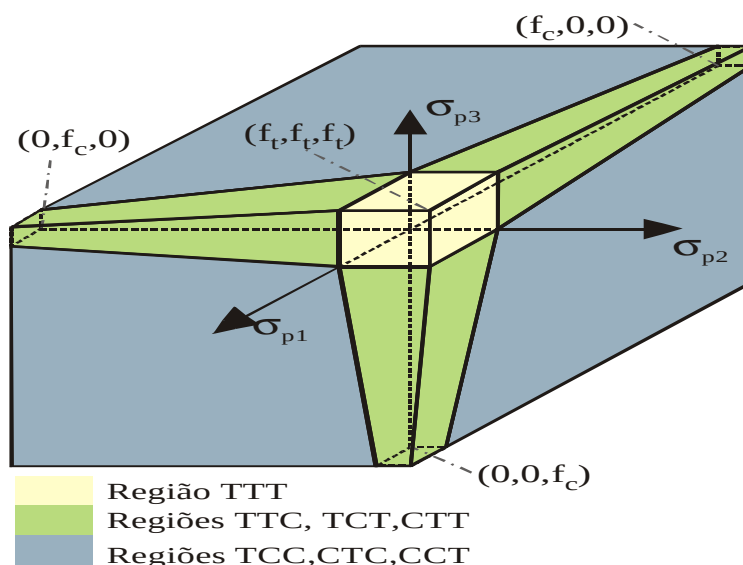


Figura 54 - Envoltórias triaxiais no espaço das tensões principais σ_{p1} , σ_{p2} , σ_{p3}
(fonte: PRADO & BITTENCOURT (2000))

A ruína por tração ocorre se a tensão de tração em uma direção principal de tensão exceder a tensão de resistência à tração do material. Neste caso é assumido que o plano de ruína se desenvolve perpendicularmente à correspondente direção principal de tração. O efeito desta ruptura é que a rigidez normal e cisalhante ao longo do plano de ruína são reduzidas e um estado plano de tensões é adotado.

De acordo com PRADO & BITTENCOURT (2000), onde o campo de tensões principais atuantes, σ_{pi} , é totalmente positivo (tensões de tração nas direções dos eixos principais 1, 2 e 3 ou TTT), a fissuração se dá quando ao menos uma dessas tensões alcança a resistência à tração uniaxial, f_t . A presença concomitante de tensões compressivas e de tração acarreta em redução da resistência à tração (regiões TTC, TCT, CTT, CCT, CTC e TCC) conforme equações contidas na Figura 53.

Foi apresentada uma visão superficial do modelo constitutivo disponível para concreto no programa ADINA, procurando apresentar apenas as principais características do modelo. Informações mais relevantes e aprofundadas sobre o modelo constitutivo para concreto implementado no programa ADINA podem ser obtidas em BATHE et alii (1989) e ADINA (1999).

9 Metodologia

Neste capítulo são apresentados os problemas estruturais em estruturas de concreto armado que são analisados utilizando os programas de análise estrutural apresentados anteriormente. São descritas as características geométricas das estruturas, as propriedades dos materiais constituintes, as condições de vinculação, os carregamentos atuantes e os resultados obtidos nas simulações.

Os programas são aplicados inicialmente a problemas observados em ensaios experimentais e posteriormente a aplicação é estendida a um caso real de colapso estrutural. Simulações numéricas são aplicadas aos seguintes casos:

- Vigas de concreto de alto desempenho;
- Vigas de concreto de alto desempenho com armaduras longitudinais mínimas de flexão;
- Vigas de concreto de alto desempenho com armaduras longitudinais de flexão;
- Ensaios de compressão diametral;
- Ensaios de compressão axial;
- Viga de concreto armado comum com aberturas na alma;
- Arco em concreto;
- Fundação da Ponte Schoharie Creek.

9.1 Vigas de Concreto de Alto Desempenho Carregadas até o Colapso com Dados Obtidos de Ensaio Experimental

Apresenta-se aqui uma análise elástica bidimensional e uma análise elástica tridimensional de vigas de concreto de alto desempenho submetidas ao teste “Four Point Bending” com o auxílio de programas computacionais de análise estrutural (ADINA, ANSYS, FRANC2D e QUEBRA2D) e da teoria clássica da Resistência dos Materiais. As informações necessárias para a realização deste estudo foram obtidas através de ensaio experimental relatado a seguir.

9.1.1 Ensaio Experimental

Foram ensaiadas 4 vigas de concreto de alto desempenho com dimensões 15 x 12 x 50 cm, submetidas a duas cargas pontuais nos terços de vão (“Four Point Bending”) conforme ilustra a Figura 55. Além disso, foram ensaiados 12 corpos-de-prova cilíndricos (10 x 20cm) para se determinar a resistência à compressão, à tração e o módulo de elasticidade.

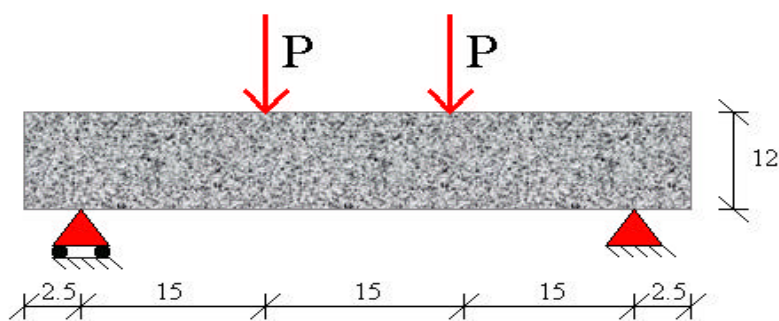


Figura 55 - Ensaio “Four Point Bending ”

As vigas foram executadas com concreto de alto desempenho com resistência à compressão em torno de 80 MPa e o teste foi realizado com deformação controlada (0,25 mm/min) em uma prensa Test Star II, da marca MTS com capacidade de 100 kN, no Laboratório de Propriedades Mecânicas da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas (Figura 56). Os corpos-de-prova cilíndricos foram

ensaiados no Laboratório de Materiais de Construção e Estruturas da Faculdade de Engenharia Civil (UNICAMP).



Figura 56 - Viga sendo submetida ao teste “Four Point Bending”

9.1.2 Materiais, Dosagem e Fabricação dos Corpos-de-Prova

Foram empregados os seguintes materiais na fabricação das vigas e dos corpos de prova:

- (a) cimento Portland – tipo CP2E-32;
- (b) agregado graúdo (composto por agregado com diâmetro máximo igual a 19 mm e pedrisco com diâmetro máximo de 12 mm) e agregado miúdo (areia natural);

A proporção de mistura do concreto usado nos corpos-de-prova é apresentada na Tabela 5, sendo que a mistura foi projetada de modo a resultar uma resistência à compressão em torno de 80 MPa aos 28 dias.

Tabela 5 - Proporções de mistura do concreto (kN/m³)

	Cimento	M.S.	Água(l)	Areia	Pedra01	Pedrisco	S.P.
Conteúdo	6,5280	0,6528	173,60	8,0400	11,0560	1,2240	9,6%

M.S. : Micro-Sílica; S.P. : Superplastificante.

9.1.3 Resultados Experimentais

A Figura 57 ilustra o deslocamento vertical em função do carregamento e a Tabela 6 apresenta os valores obtidos nos testes de compressão e de tração dos corpos-de-prova cilíndricos. A partir desses resultados foi possível estimar a taxa de resistência do concreto aos 28 dias. O concreto utilizado apresentou um módulo de elasticidade médio de 40 GPa.

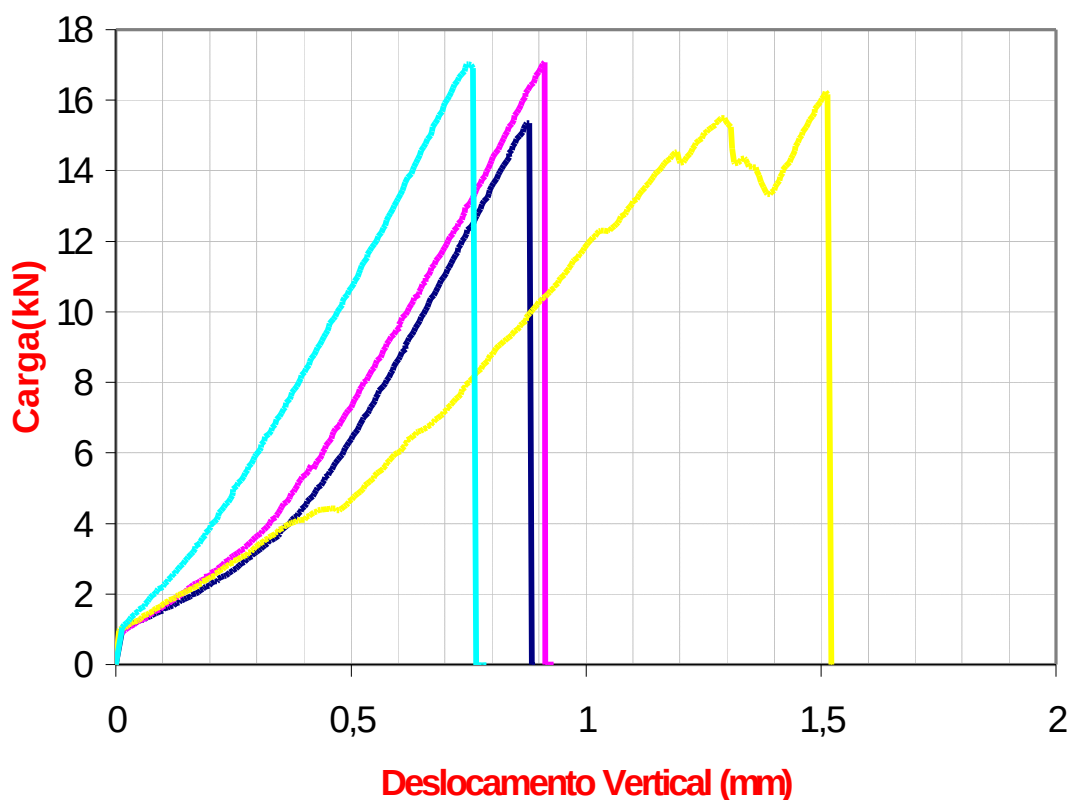


Figura 57 - Deslocamento vertical em função da carga aplicada

Tabela 6 – Resistências obtidas para o concreto utilizado

Idade (dias)	$f_{cm}(\text{axial})$ (MPa)	$f_{tm}(\text{diametral})$ (MPa)	$f_{tm}(\text{na flexão})$ (tf)
3	50,6		
7	60,4		
14	75,1	4,7	6,81

9.1.4 Malha de Elementos Finitos Adotada

Foi adotada uma malha com 33 elementos retangulares e 128 nós conforme ilustra a Figura 58.

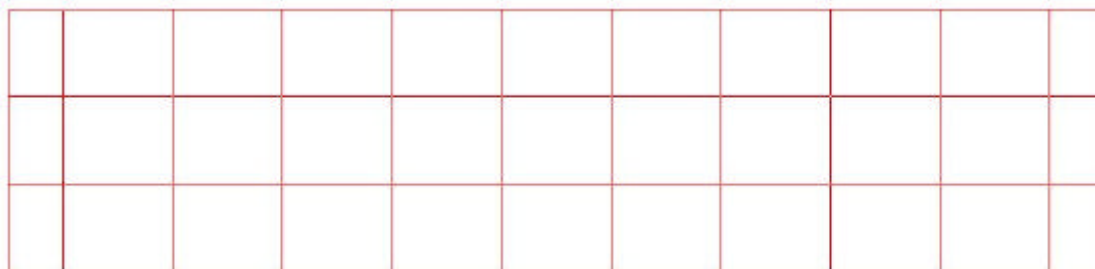


Figura 58 – Malha de elementos finitos utilizada para o modelo 2D

A malha de elementos finitos apresentada anteriormente foi utilizada nos programas FRANC2D, QUEBRA2D, ADINA e ANSYS visando comparar as tensões normais e cisalhantes, bem como, os deslocamentos verticais. Nos modelos foi admitida uma análise em estado plano de tensões e as seguintes propriedades foram admitidas:

Condições de Vinculação = Viga Biapoiada apresentada na Figura 55;

Módulo de elasticidade = 40 GPa ;

Coefficiente de Poisson = 0,25;

Resistência à compressão = 80 MPa ;

Resistência à tração = 4,7 MPa;

Espessura da viga = 15 cm;

$P_{Ruptura} = 16 \text{ kN}$ ($P_{Ruptura}$ aplicado pelo pistão = 32 kN);

Deslocamento vertical = 0,85 mm (Observado meio do vão).

9.1.5 Análise do Modelo pela Resistência dos Materiais

Analisando a viga apresentada na Figura 55, obtém-se os seguintes diagramas de esforços solicitantes, conforme ilustra a Figura 59:

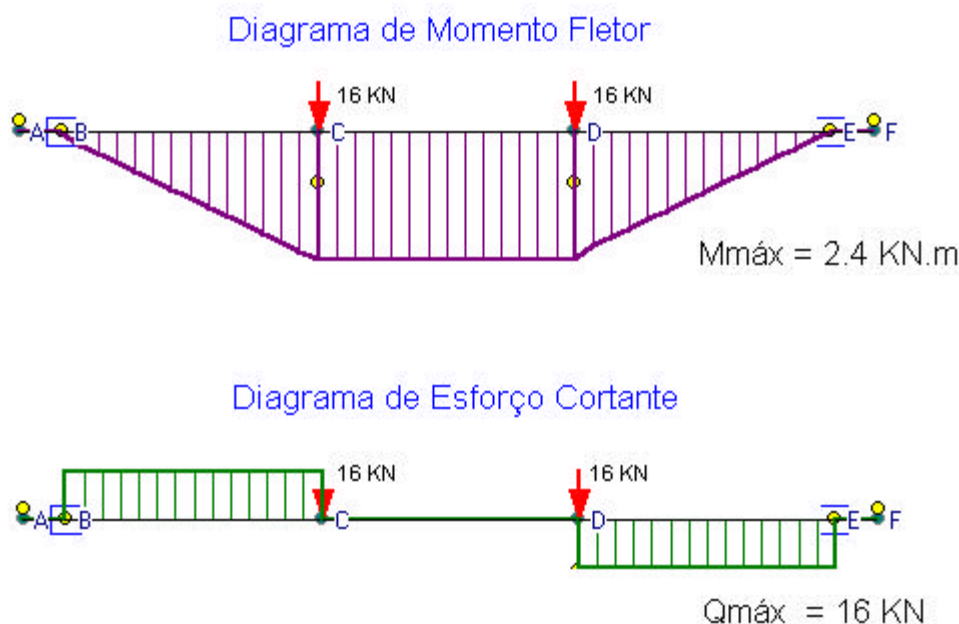


Figura 59 – Diagramas de esforços solicitantes
(Momento Fletor e Esforço Cortante)

Pela Resistência dos Materiais, admite-se que as maiores tensões na direção x surgirão na região onde se tem o maior momento fletor, dessa maneira, ocorrem tensões máximas de compressão e de tração no trecho compreendido entre as duas cargas concentradas, ou seja, na região onde se tem momento fletor máximo de 2,4 kN.m.

Calculando a tensão na borda mais afastada da linha neutra obtém-se as máximas tensões de tração e de compressão na direção x . Utilizando a Equação (124) tem-se:

$$s_x = \frac{M}{W} \quad (124)$$

$$s_x = \frac{2,4}{\frac{0,15 \cdot 0,12^3}{12}} * 0,060 \quad s_x = 6,67 \text{ MPa}$$

Com o máximo esforço cortante para a viga obtém-se as máximas tensões cisalhantes no plano xy. Utilizando a Equação (125) tem-se:

$$t_{xy} = 1,5 \frac{Q}{bh} \quad (125)$$

$$t_{xy} = 1,5 \frac{16}{0,15 \cdot 0,12} \quad t_{xy} = 1,3 \text{ MPa}$$

O deslocamento vertical máximo pode ser obtido aplicando-se a Equação (126).

$$f = \frac{Pl^3}{48EI} \quad (126)$$

$$f = \frac{3200 \cdot 45^3}{48 \cdot 400000 \cdot 2160} \quad f = 0,00703 \text{ cm}$$

9.1.6 Análise Elástica Linear Bidimensional com Auxílio de Programas Computacionais

- ANSYS

Para simulação elástica bidimensional no programa ANSYS utilizou-se o elemento “Solid Quad 4Node 42”, indicado para sólidos bidimensionais com espessura. Os resultados obtidos para as tensões são apresentados na Tabela 7 e ilustrados nas Figuras 60, 61 e 62.

Tabela 7 – Tensões obtidas no programa ANSYS (Modelo 2D)

Variável Analisada	Máxima Tração (MPa)	Máxima Compressão (MPa)
Tensão Normal em X	6,78	-6,55
Tensão Cisalhante	1,05	-1,05

O máximo deslocamento calculado na direção Y foi de 0,0070 cm.

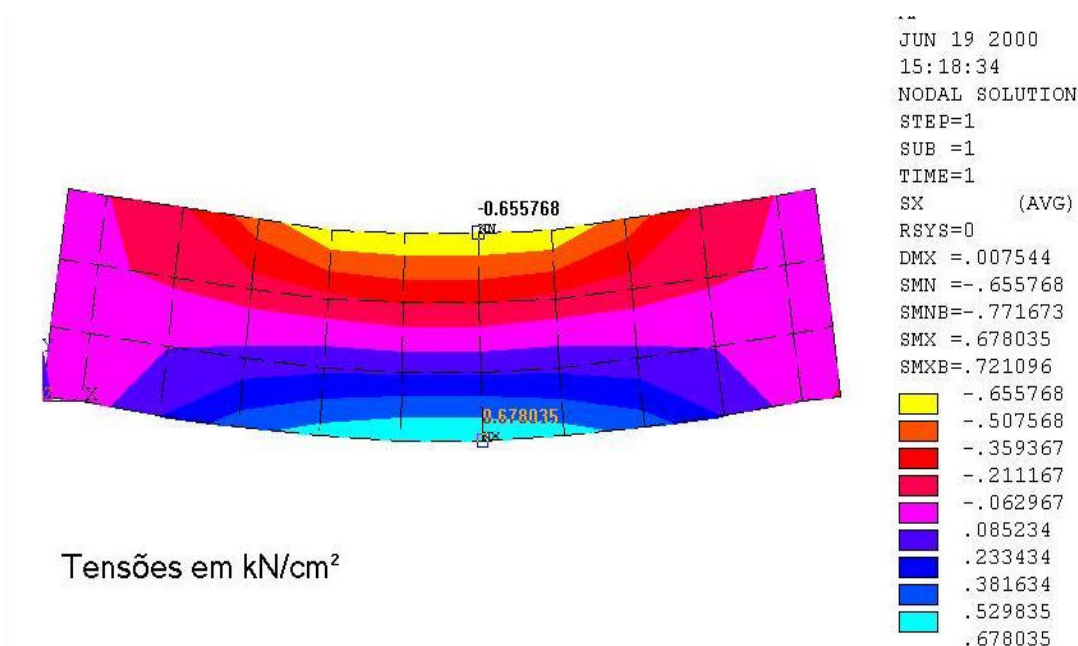


Figura 60 – Tensões normais na direção X - Modelo 2D Elástico (ANSYS)

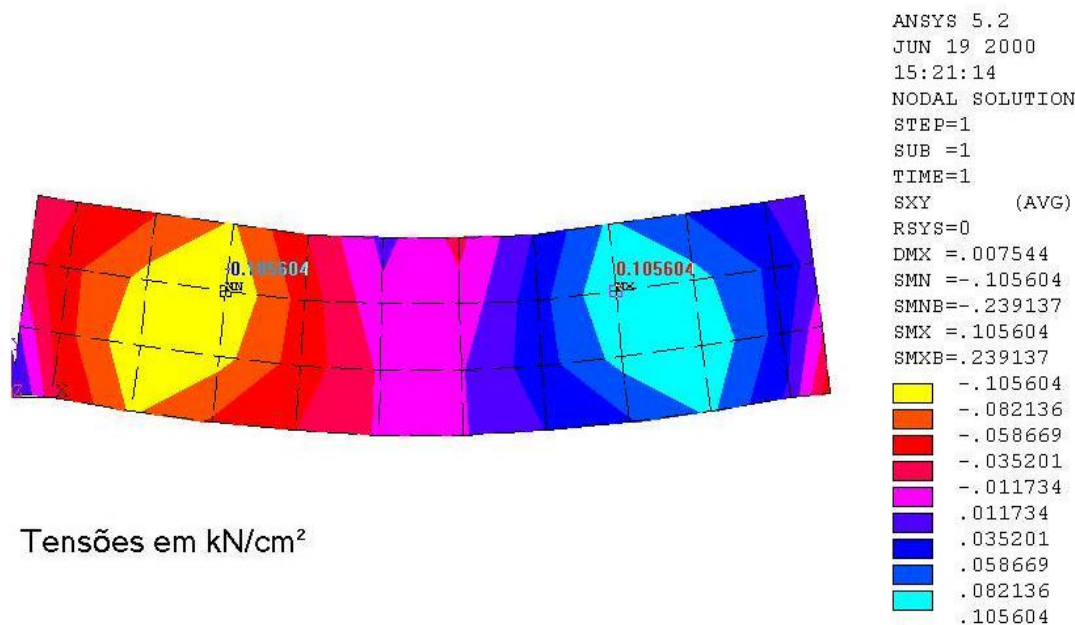


Figura 61 – Tensões cisalhantes no plano XY - Modelo 2D Elástico (ANSYS)

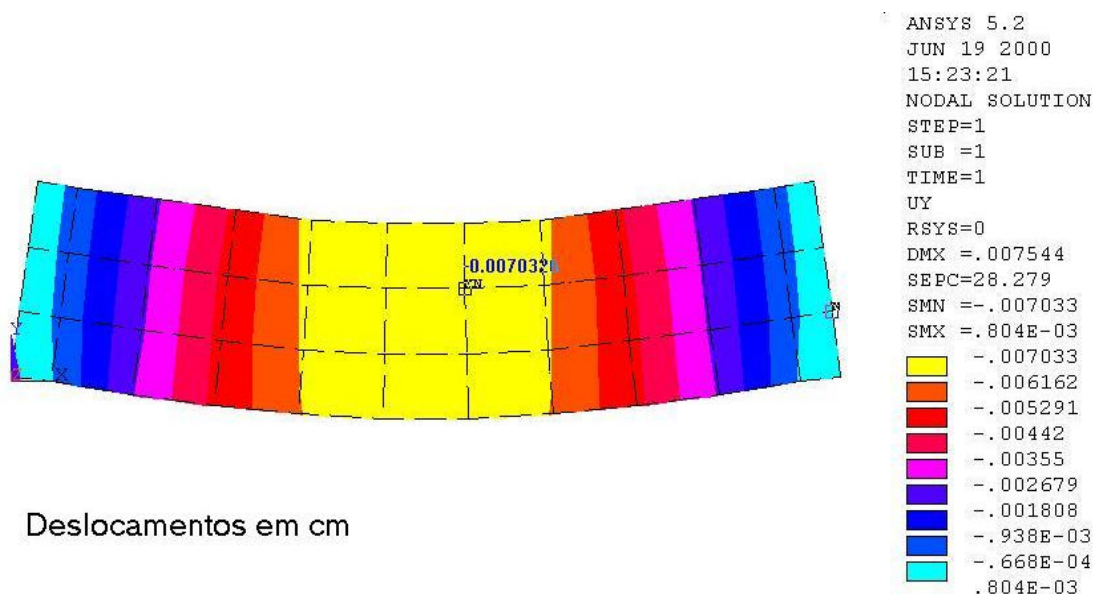


Figura 62 – Deslocamentos verticais - Modelo 2D Elástico (ANSYS)

- **FRANC2D**

Na Tabela 8 são apresentados os resultados e nas Figuras 63, 64 e 65 são ilustrados as tensões e deslocamentos obtidos com a utilização do programa FRANC2D.

Tabela 8 – Tensões obtidas no programa FRANC2D (Modelo 2D)

Variável Analisada	Máxima Tração (MPa)	Máxima Compressão (MPa)
Tensão Normal em X	6,90	-6,97
Tensão Cisalhante	1,44	-1,44

O máximo deslocamento calculado na direção Y foi de 0,0073 cm.

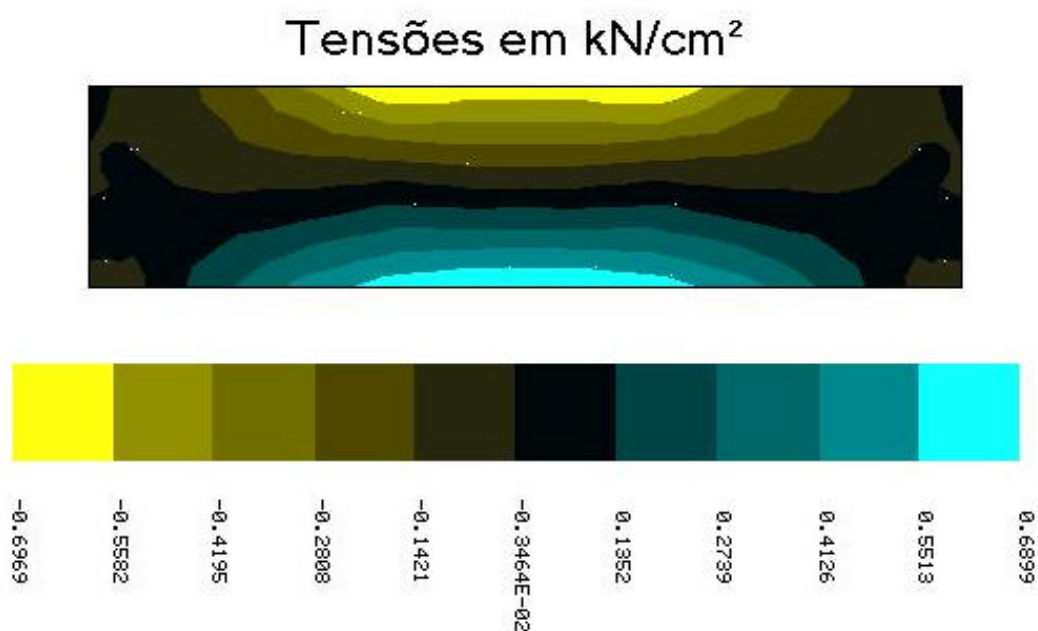


Figura 63 – Tensões normais na direção X - Modelo 2D Elástico (FRANC2D)

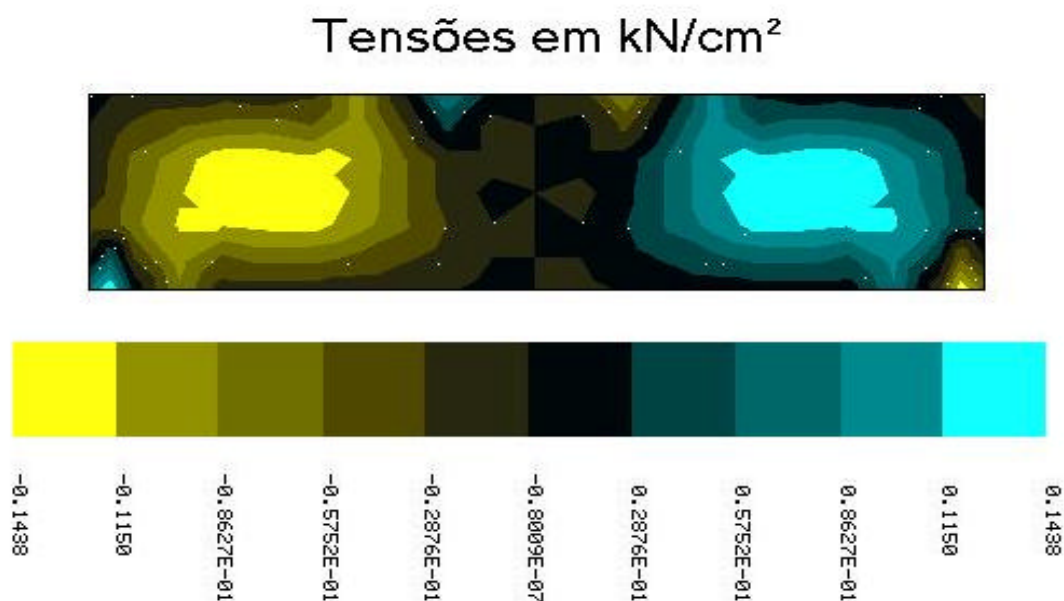


Figura 64 – Tensões cisalhantes no plano XY - Modelo 2D Elástico (FRANC2D)



Figura 65 – Deslocamentos verticais - Modelo 2D Elástico (FRANC2D)

- **ADINA**

Na Tabela 9 são apresentados os resultados máximos de tensões obtidos no programa ADINA e nas Figuras 66, 67 e 68 são ilustrados os resultados obtidos. O elemento utilizado para essa simulação foi o “2D Solid”.

Tabela 9 – Tensões obtidas no programa ADINA (Modelo 2D)

Variável Analisada	Máxima Tração (MPa)	Máxima Compressão (MPa)
Tensão Normal em X	6,94	-8,21
Tensão Cisalhante	1,65	-1,65

O máximo deslocamento calculado na direção Y foi de 0,0073 cm.

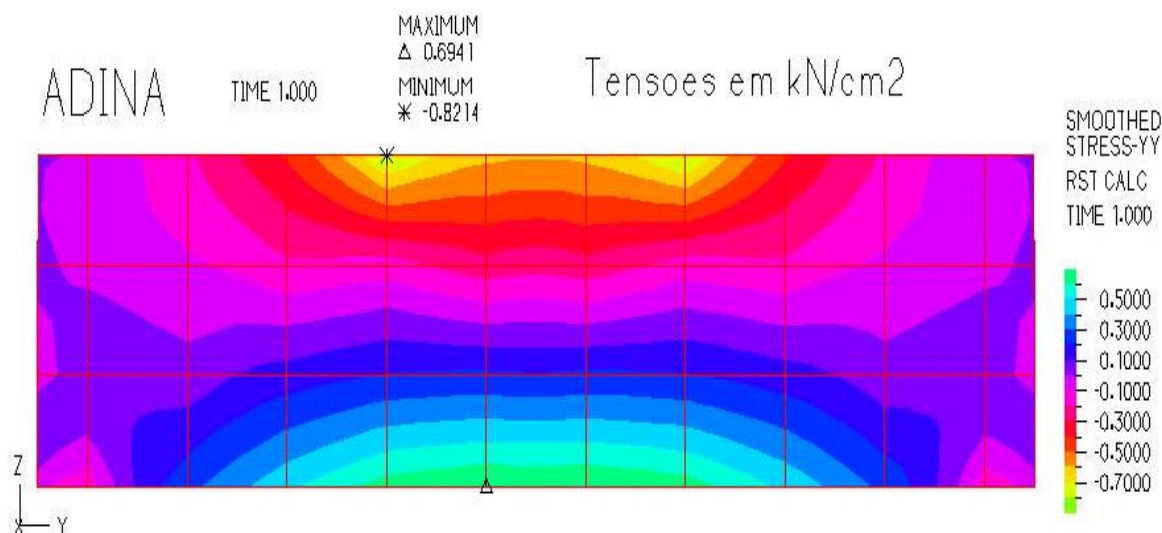


Figura 66 – Tensões normais na direção X - Modelo 2D Elástico (ADINA)

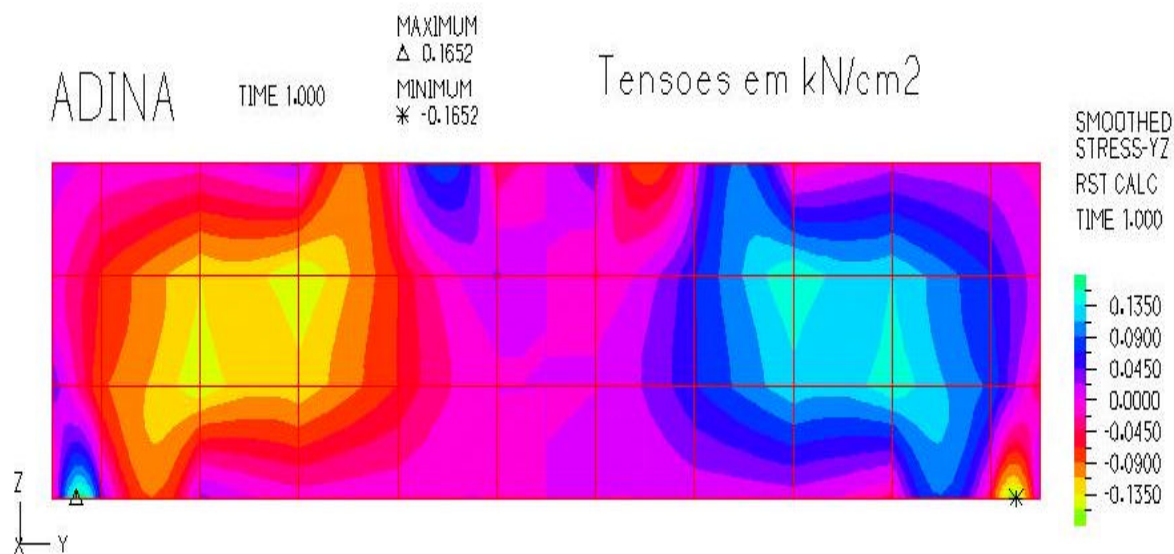


Figura 67 – Tensões cisalhantes no plano XY - Modelo 2D Elástico (ADINA)

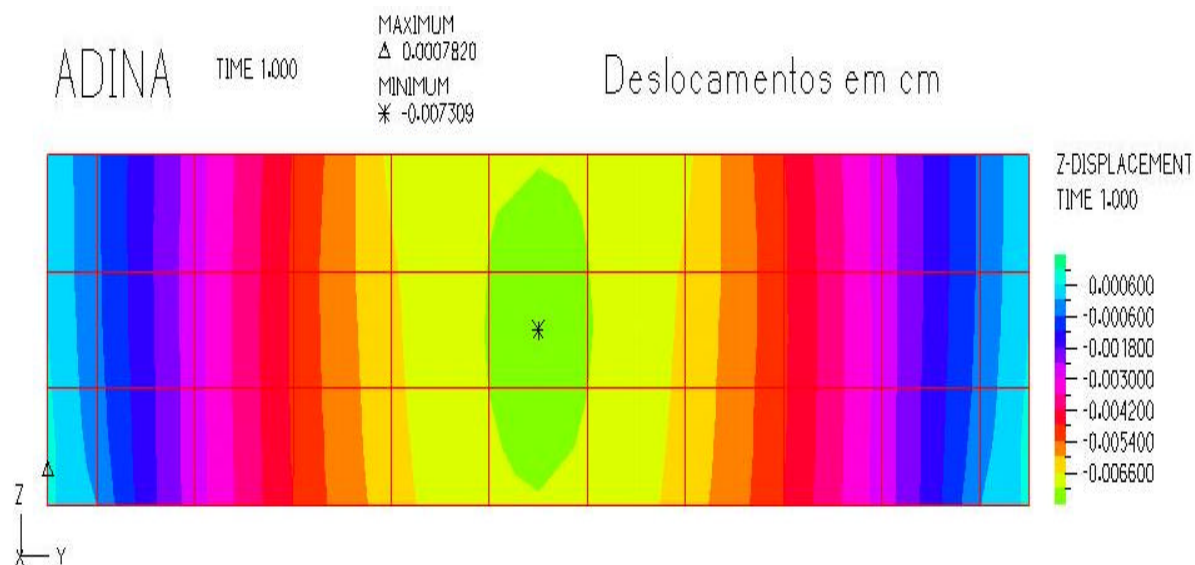


Figura 68 – Deslocamentos verticais - Modelo 2D Elástico (ADINA)

- **QUEBRA2D**

Na Tabela 10 são apresentados os resultados máximos de tensões obtidos no programa QUEBRA2D e nas Figuras 69 e 70 são ilustrados os resultados obtidos. O elemento utilizado para essa simulação foi o “2D Solid”.

Tabela 10 – Tensões obtidas no programa QUEBRA2D (Modelo 2D)

Variável Analisada	Máxima Tração (MPa)	Máxima Compressão (MPa)
Tensão Normal em X	6,57	-6,96
Tensão Cisalhante	2,38	-2,38

O máximo deslocamento não foi possível ser calculado pois o programa ainda se encontra em fase de acabamento e no momento só disponibiliza o cálculo das tensões.

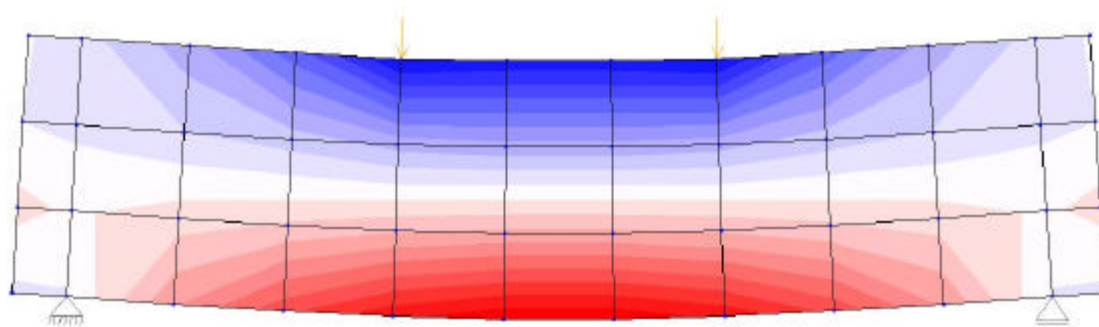


Figura 69 – Tensões normais na direção X - Modelo 2D Elástico (QUEBRA2D)

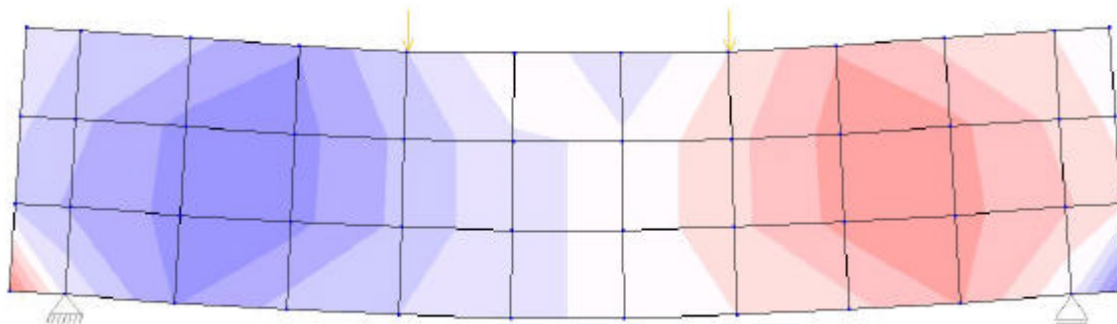


Figura 70 – Tensões cisalhantes no plano XY - Modelo 2D Elástico (QUEBRA2D)

9.1.7 Comparações Entre os Resultados Obtidos no Modelo Elástico Bidimensional

Na Tabela 11 são apresentados os resultados máximos de tensões normais, cisalhantes e deslocamentos verticais obtidos com os programas utilizados e com a Resistência dos Materiais.

Tabela 11 - Tensões máximas e deslocamentos máximos obtidos(Modelo 2D)

Variável Analisada	ANSYS	FRANC2D	ADINA	QUEBRA2D	Resistência dos Materiais
Máxima Tensão Normal em X (MPa)	6,78	6,90	6,94	6,57	6,67
Mínima Tensão Normal em X (MPa)	-6,55	-6,97	-8,21	- 6,96	-6,67
Máxima Tensão Cisalhante (MPa)	1,05	1,44	1,65	2,38	1,30
Mínima Tensão Cisalhante (MPa)	-1,05	-1,44	-1,65	-2,38	-1,30
Máximo Deslocamento Vertical(cm)	0,0070	0,0073	0,0073	-	0,0070

Nota-se que as tensões normais máximas de tração na direção X são praticamente as mesmas fornecidas pelos programas FRANC2D e ADINA. A Resistência dos Materiais fornece um valor um pouco abaixo e mais próximo do resultado fornecido pelos programas ANSYS e QUEBRA2D.

As tensões normais máximas de compressão se diferenciam razoavelmente. O programa ADINA fornece um valor muito maior do que os outros programas. Esse fato deve-se a malha de elementos finitos utilizada, onde uma singularidade produzida pela aplicação da carga é captada com grande intensidade. Nota-se que o programa ADINA é muito mais sensível a pontos de singularidade, uma vez que a mesma malha foi utilizada

para todos programas. O programa ADINA se aproxima mais da realidade uma vez que a região de aplicação de cargas é uma zona de alta perturbação de tensões. Para anular este efeito é necessário transformar a carga puntual em uma carga distribuída, o que é mais próximo da realidade, uma vez que uma carga dificilmente estará localizada em um único ponto.

Para as máximas tensões cisalhantes de tração e compressão observa-se que os resultados obtidos com o programa ANSYS e com a Resistência dos Materiais (RM) são os menores valores. O programa QUEBRA2D fornece os maiores valores para as tensões cisalhantes.

Os deslocamentos máximos obtidos foram praticamente os mesmos para todos as ferramentas utilizadas, no entanto, uma comparação com o resultado real não pode ser feita, uma vez que o comportamento da viga de concreto de alto desempenho não é elástico e os deslocamentos verticais são muito maiores que os calculados no modelo elástico.

Nota-se que a aproximação fornecida pela Resistência dos Materiais para as tensões é excelente, uma vez que consegue se aproximar bem da situação real de ruptura.

9.1.8 Análise Elástica Linear Tridimensional com Auxílio de Programas Computacionais

Na simulação elástica tridimensional utilizou-se uma malha constituída por 656 nós e 99 elementos. Foi adotada a utilização desta malha devido à limitação de nós imposta pelas versões educacionais dos programas ANSYS e ADINA, utilizadas na simulação deste problema. Uma malha mais refinada, ou seja, com um número maior de elementos poderia fornecer melhores resultados, no entanto, para este modelo em estudo a diferença é pequena, e portanto a malha adotada é satisfatória. A malha utilizada na simulação elástica tridimensional nos programas ANSYS e ADINA é apresentada na Figura 71.

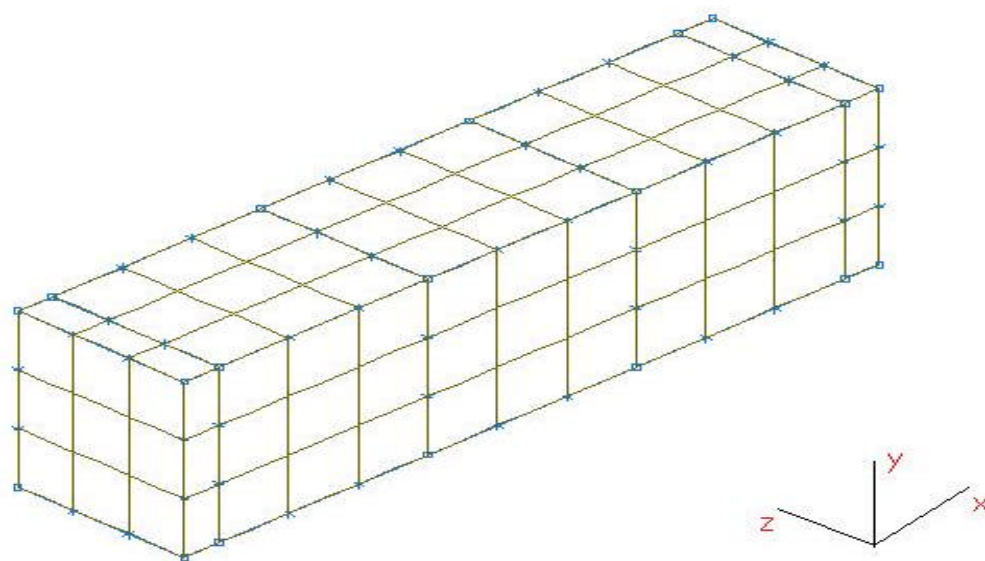


Figura 71 – Malha tridimensional adotada para a viga ensaiada

- **ANSYS**

Para a simulação elástica tridimensional no programa ANSYS, utilizou-se o elemento “**Solid 65 - Conc**”, indicado para sólidos tridimensionais e para modelagem de elementos de concreto. Os resultados obtidos para as tensões são apresentados na Tabela 12 e as Figuras 72, 73 e 74 ilustram as tensões normais, cisalhantes e deslocamentos verticais máximos.

Tabela 12 – Tensões obtidas no programa ANSYS (Modelo 3D)

Variável Analisada	Máxima Tração (MPa)	Máxima Compressão (MPa)
Tensão Normal em X	6,82	-6,87
Tensão Cisalhante	1,33	-1,33

O máximo deslocamento calculado na direção Y foi de 0,0071 cm.

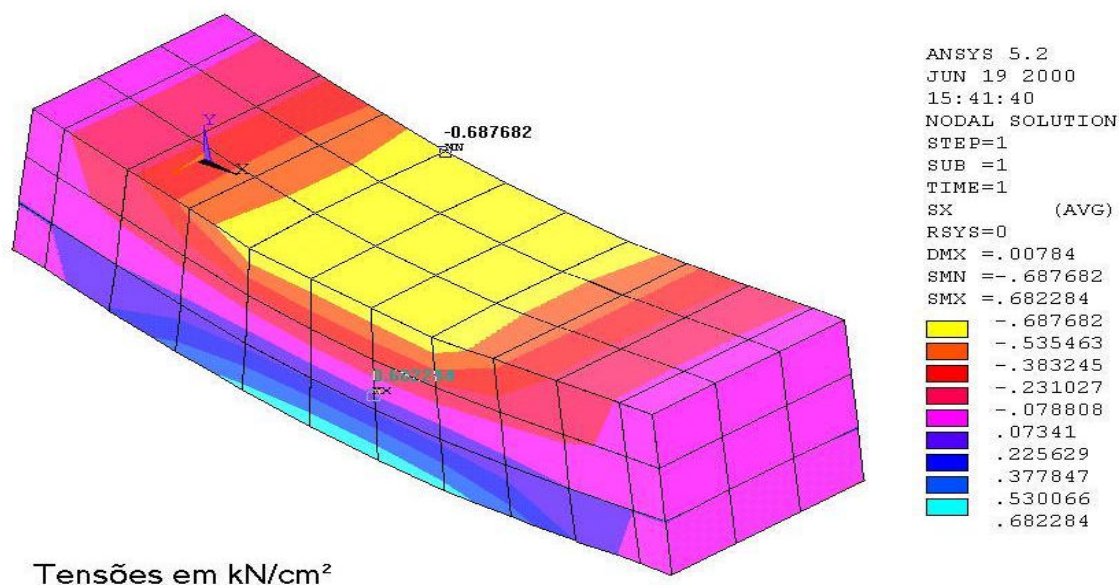


Figura 72 – Tensões normais na direção X - Modelo 3D Elástico (ANSYS)

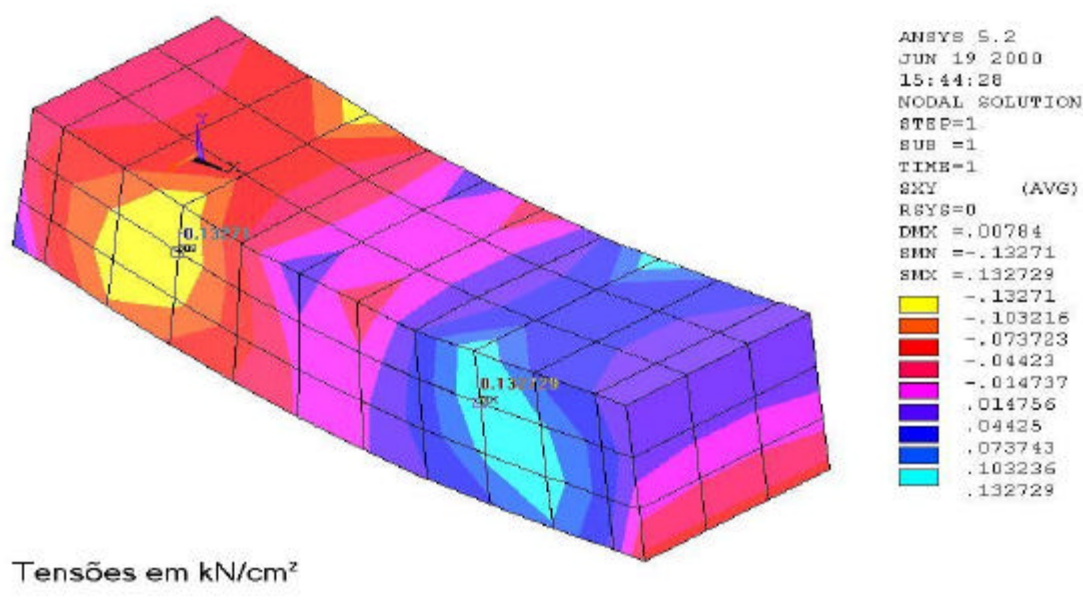


Figura 73 – Tensões cisalhantes no plano XY - Modelo 3D Elástico (ANSYS)

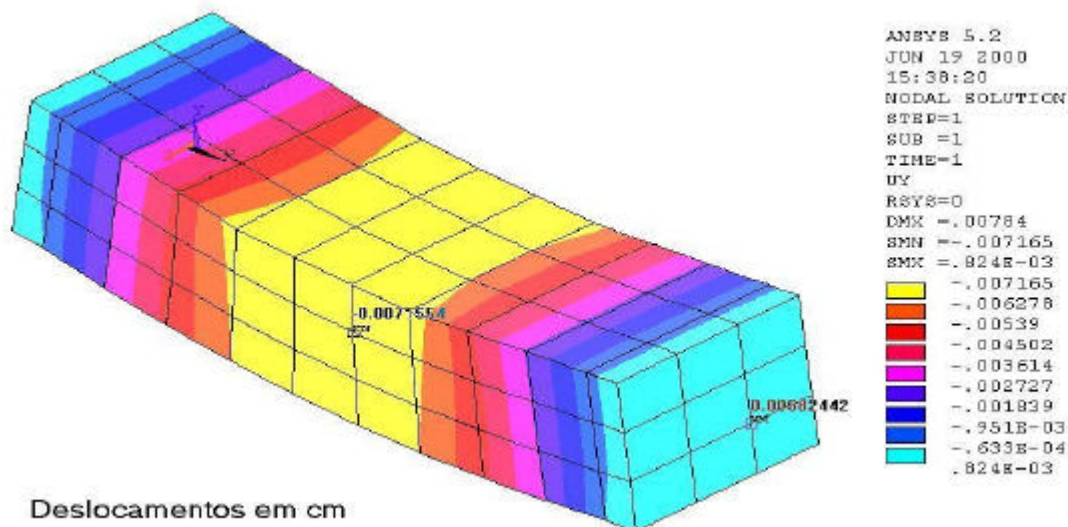


Figura 74 – Deslocamentos na direção Y - Modelo 3D Elástico (ANSYS)

- **ADINA**

Para a simulação elástica tridimensional no programa ADINA utilizou-se o elemento “**Solid 3D**”, indicado para sólidos tridimensionais. Os resultados obtidos para as tensões são apresentados na Tabela 13 e as Figuras 75, 76 e 77 ilustram as tensões normais, cisalhantes e deslocamentos verticais máximos respectivamente.

Tabela 13 – Tensões obtidas no programa ADINA (Modelo 3D)

Variável Analisada	Máxima Tração (MPa)	Máxima Compressão (MPa)
Tensão Normal em X	6,97	-8,63
Tensão Cisalhante	1,86	-1,86

O máximo deslocamento calculado na direção Y foi de 0,0074 cm.

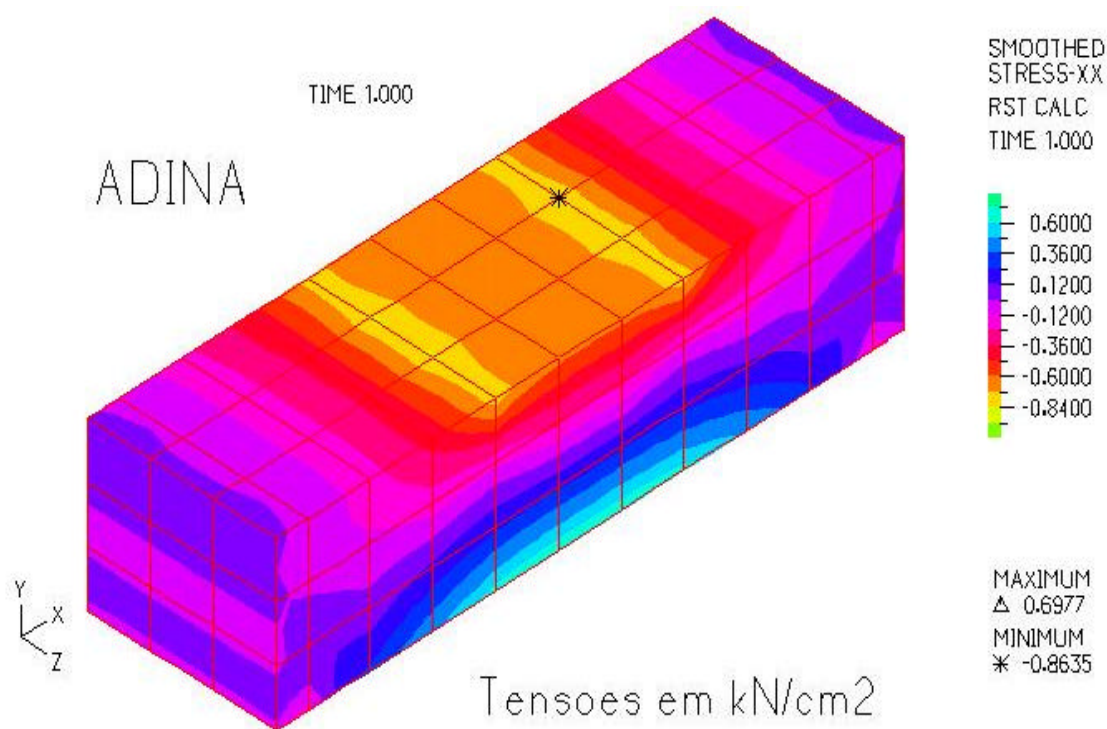


Figura 75 – Tensões normais na direção X - Modelo 3D Elástico (ADINA)

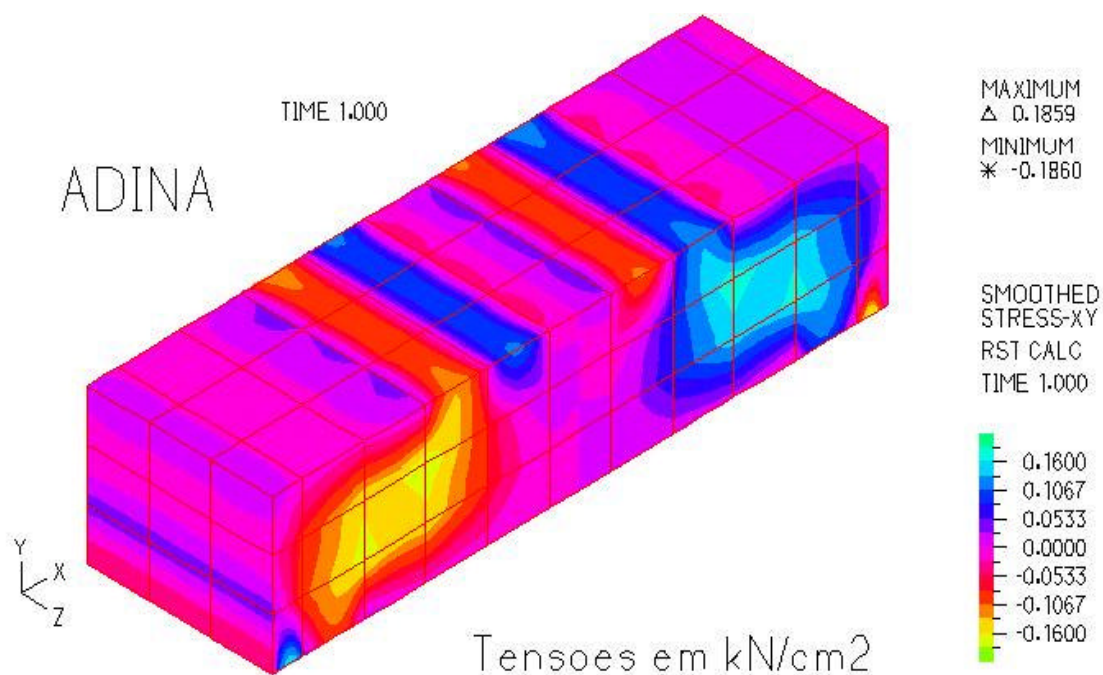


Figura 76 – Tensões Cisalhantes no Plano XY - Modelo 3D Elástico (ADINA)

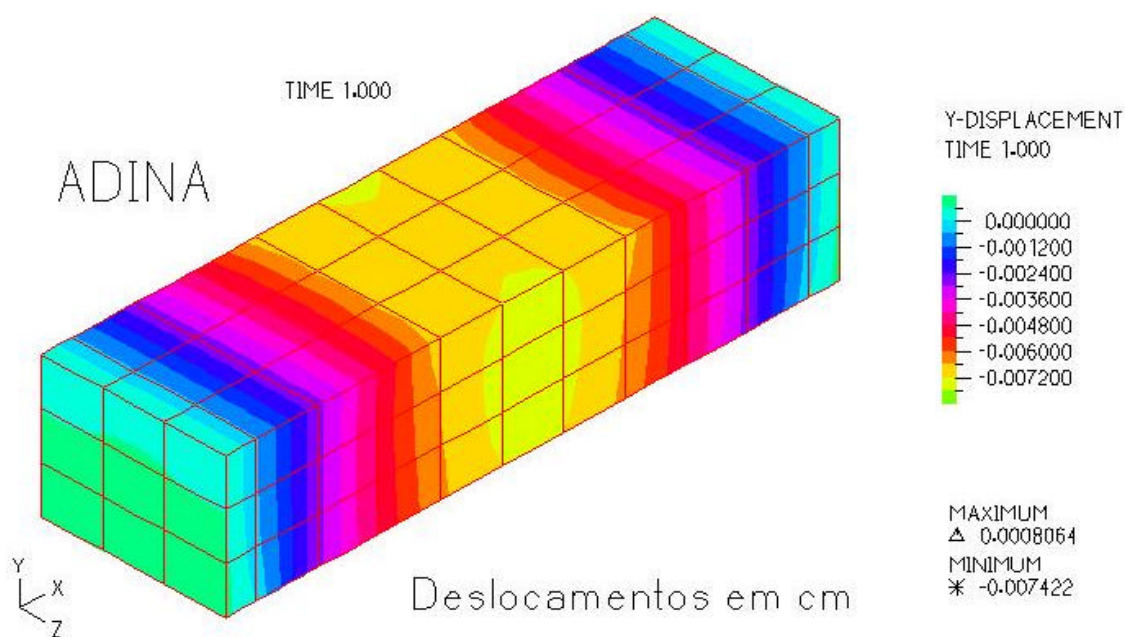


Figura 77 – Deslocamentos na Direção Y - Modelo 3D Elástico (ADINA)

9.1.9 Comparações Entre os Resultados Obtidos no Modelo Elástico Tridimensional

A Tabela 14 apresenta os resultados máximos de tensões normais, cisalhantes e deslocamentos verticais obtidos com o auxílio dos programas ANSYS e ADINA.

Tabela 14 – Tensões máximas e deslocamentos máximos obtidos(Modelo 3D)

Variável Analisada	ANSYS	ADINA
Máxima Tensão Normal em X (MPa)	6,82	6,97
Mínima Tensão Normal em X (MPa)	-6,87	-8,63
Máxima Tensão Cisalhante (MPa)	1,33	1,86
Mínima Tensão Cisalhante (MPa)	-1,33	-1,86
Máximo Deslocamento Vertical (cm)	0,0074	0,0074

Observa-se que as tensões normais máximas de tração, os deslocamentos e as tensões cisalhantes estão bem próximas, no entanto, o programa ADINA fornece um valor muito maior que o programa ANSYS para a mínima tensão cisalhante. Nota-se aqui que o programa ADINA possui um algoritmo mais especializado para identificar regiões de singularidade de tensões. O resultado fornecido pelo ADINA é coerente, uma vez que o ponto onde se deu esse mínimo é o ponto de aplicação da carga e essa região é caracterizada por grande perturbação com a característica das tensões tenderem para o infinito.

Observam-se pequenas diferenças nas tensões e deslocamentos utilizando a simulação elástica bidimensional e tridimensional. Fica evidente que para uma estrutura unidimensional (estrutura onde uma dimensão prevalece sobre as outras dimensões) é muito mais viável trabalhar-se com um modelo bidimensional do que com um modelo

tridimensional.

9.1.10 Análise Elástica Não-Linear Bidimensional e Tridimensional

Enfrentaram-se grandes dificuldades para a simulação da viga de concreto utilizando os recursos de análise não-linear disponíveis para concreto no programa ANSYS. O elemento “*Solid65*”, utilizado para materiais como rochas, concreto simples ou armado, é utilizado unicamente para estruturas tridimensionais. Daí a primeira limitação, uma vez que muitas estruturas de concreto podem ser analisadas com um simples modelo bidimensional, economizando-se tempo na geração do modelo geométrico, da malha de elementos finitos, das condições de vinculação e dos carregamentos.

Outro problema encontrado no programa ANSYS é a visualização de fissuras nas estruturas de concreto. É necessária a informação de vários parâmetros que se encontram dispersos nas caixas de diálogo do programa. Para a visualização das fissuras também é necessária a elaboração de passos de cargas muito pequenos para que haja convergência e os resultados possam ser mostrados com coerência, mas isso só é conseguido após várias séries de tentativa e erro.

Dessa maneira, optou-se pelo abandono do programa ANSYS nesta dissertação, pelos problemas apresentados anteriormente e por acreditar-se que o programa ainda não oferece uma análise clara e de fácil operação para a simulação de elementos de concreto, apesar de oferecer um dos mais avançados critérios de ruptura para concreto, o modelo de Willam-Warnke, baseado em 5 parâmetros.

O programa ADINA mostrou-se uma ferramenta eficaz para a análise não-linear das vigas de concreto de alto desempenho ensaiadas, ilustrando com bastante clareza as regiões de aparecimento de fissuras e fornecendo com bastante rapidez os resultados desejados. O programa é muito intuitivo, uma vez que os parâmetros necessários para caracterização mecânica do concreto são introduzidos em uma caixa de dialogo única. A Figura 78 ilustra a caixa de dialogo presente no ADINA, onde são informados os parâmetros da relação tensão-deformação uniaxial do concreto que se deseja modelar.

Define Concrete Material

Material Number: 1

Density: 0

Fracture Energy: 0

Poisson Ratio: ☒ Constant ☐ Variable

Initial Value: 0.25

Principal Stress Ratio: 0.75

Tangent Modulus at Zero Strain: 4000

Uniaxial Cut-Off Tensile Stress: 0.47

Post-Cracking Tensile Stress: 0

Uniaxial Maximum Compressive Stress: -8

Uniaxial Maximum Compressive Strain at Above Stress: -0.004

Uniaxial Ultimate Compressive Stress: -6.8

Uniaxial Ultimate Compressive Strain: -0.0063

Critical Strain Constant, C1: 1.4

Critical Strain Constant, C2: -0.4

Constant for Tensile Strain Definition: 8

Normal Stiffness Reduction Factor: 0.0001

Shear Stiffness Reduction Factor: 0.5

Mean Coef. of Thermal Expansion: 0

Reference Temperature: 0

Triaxial Failure Curve

Input Method: Kupfer

Principal Stress	1	31	32	33
Curve 1:	0	1	1.2999999	1.25
Curve 2:	0.25	1.3999999	1.5	1.4500000
Curve 3:	0.5	1.7000000	2	1.9500000
Curve 4:	0.75	2.2000000	2.2999999	2.25
Curve 5:	1	2.5	2.7000000	2.6500000
Curve 6:	1.2000000	2.7999999	3.2000000	3.1500000

☐ Temperature Dependent

Auto... Import... Export... Clear Del Row Ins Row

	Temperature	Tangent Modulus at Zer
1		
2		
3		
4		
5		
6		

Figura 78 – Definição das propriedades do concreto no programa ADINA

Os parâmetros introduzidos na caixa de dialogo ilustrada na Figura 78 são obtidos de testes de compressão e tração uniaxial. Desta maneira, são criadas curvas de ruptura para as situações de carregamento biaxial e triaxial, através de parâmetros fornecidos pelo usuário ou a partir de investigações experimentais realizadas por KUPFER et alii (1969) e Sandia. Para esta modelagem foi adotado o modelo de Kupfer.

A Figura 79 ilustra a relação tensão x deformação uniaxial resultante da entrada de dados da Figura 78. Essa relação tensão-deformação representa a curva utilizada na simulação não-linear da viga de concreto de alto desempenho ensaiada experimentalmente.

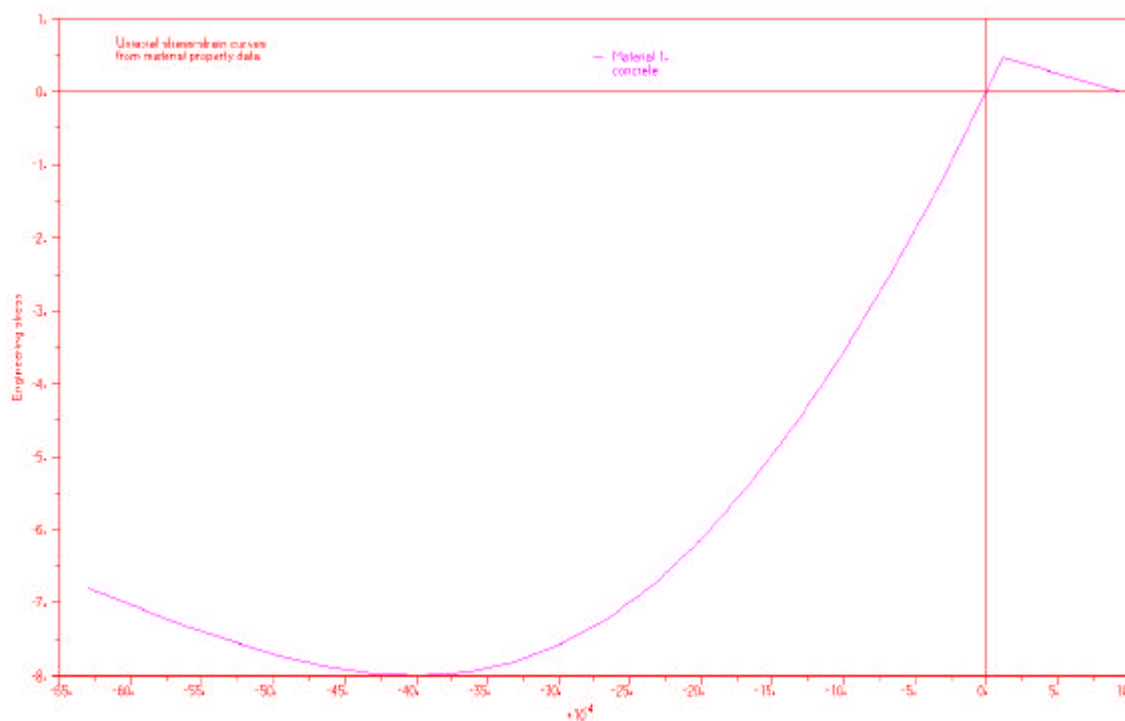


Figura 79 – Curva Tensão x Deformação reproduzida no programa ADINA

(Obs. Dados em kN/cm²)

Conforme visto anteriormente, para o caso de uma viga biapoiada uma simulação tridimensional não oferece muitas vantagens quanto comparada com uma simulação bidimensional. A simulação tridimensional é mais complicada na informação da geometria, na elaboração da malha de elementos finitos e os resultados são praticamente os mesmos obtidos em uma simulação bidimensional. Dessa maneira, optou-se em simular apenas o modelo não-linear bidimensional, por acreditar-se que os resultados condizem com a situação real de comportamento das vigas de concreto de alto desempenho ensaiadas.

A malha de elementos finitos é a mesma utilizada nas outras simulações bidimensionais, ou seja, um modelo com 128 nós e 33 elementos. Também foi adotado estado plano de tensões e o elemento utilizado foi o “Solid2D”. Foram utilizados 100 passos de carga, sendo a carga máxima considerada igual a 16 kN. Isso significa que cada passo de carga equivale a 0,16 kN.

A viga se rompeu no passo de carga 89,5, o que equivale a uma carga de ruptura de 14,41 kN, ou seja, um valor abaixo do que o observado em laboratório (16 kN). O deslocamento vertical máximo observado em laboratório foi de 0,085 cm enquanto o máximo observado no programa ADINA utilizando um modelo não-linear foi de 0,0069 cm.

Acredita-se que o resultado experimental não forneceu bons resultados quanto ao valor do deslocamento vertical devido ao valor excessivo deste. Chega-se a esta conclusão por comparação com dados existentes na literatura (BOSCO et alii, 1990) em vigas com as mesmas características das vigas ensaiadas e que serão simuladas adiante no presente trabalho.

São apresentadas nas Figuras 80, 81, 82 e 83 as configurações mais importantes encontradas no momento da ruptura para a viga de concreto de alto desempenho, utilizando um modelo elástico bidimensional não-linear para concreto no programa ADINA.

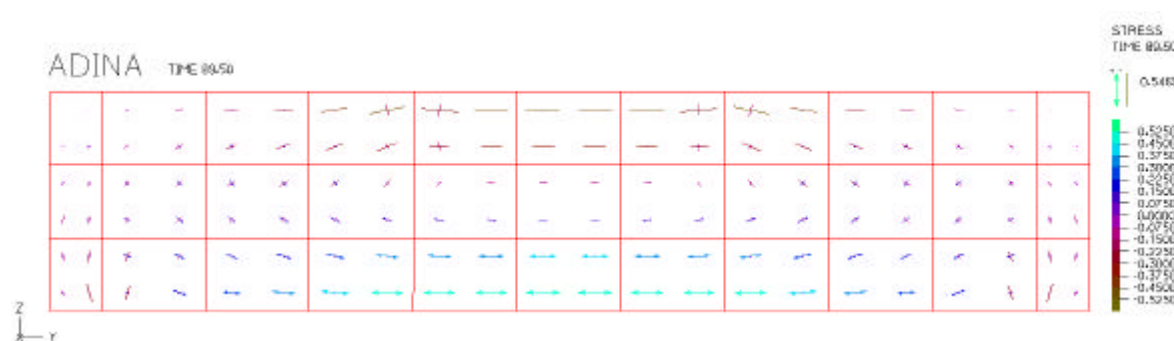


Figura 80 – Direção das tensões na viga simulada

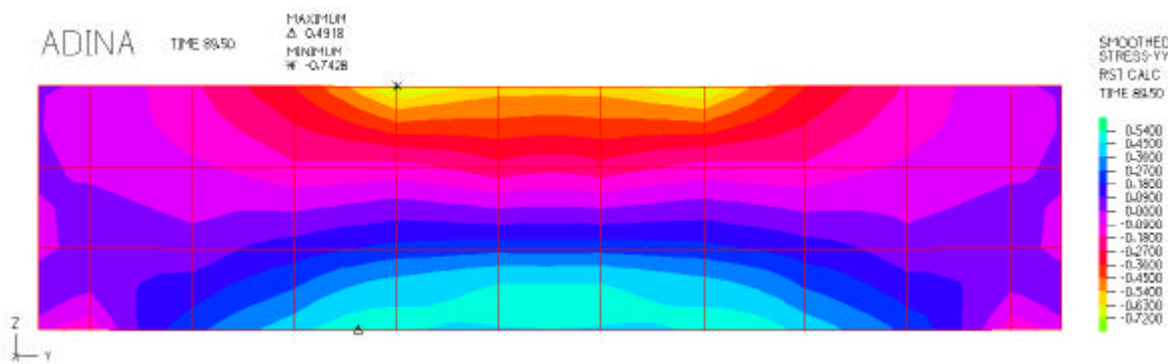


Figura 81 – Tensões na direção y para viga simulada (Obs. Tensões em kN/cm²)

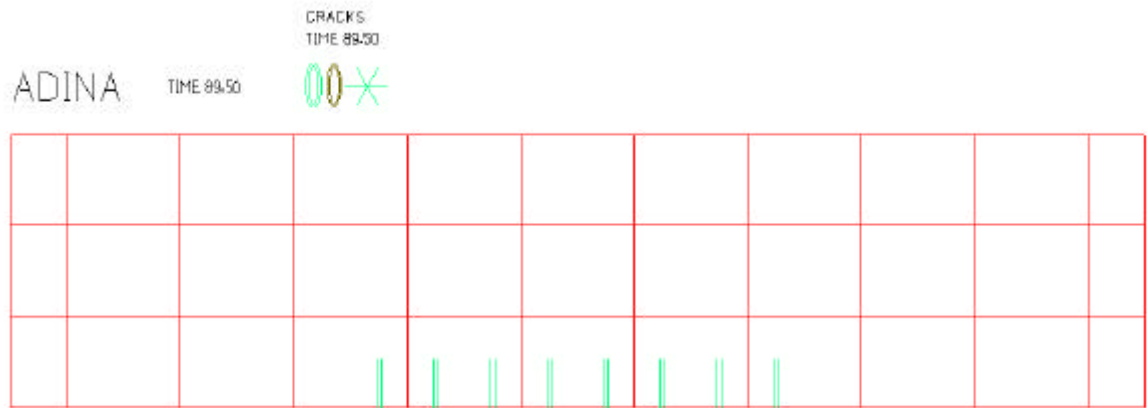


Figura 82 – Quadro de fissuração no instante da ruptura

Carga(kN) x Deslocamento Vertical(cm)

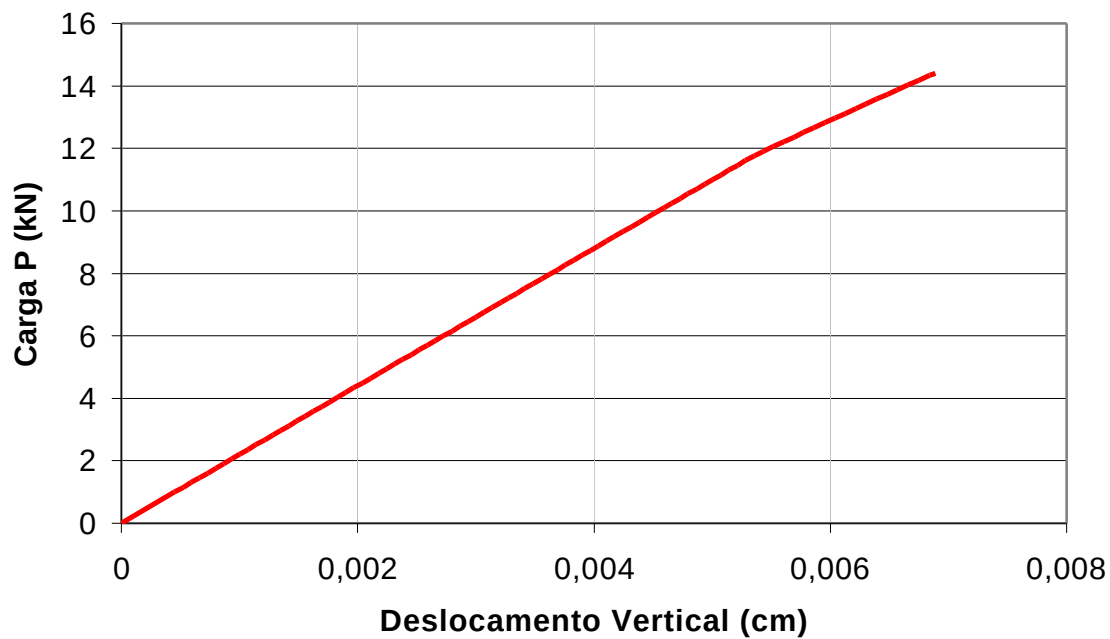


Figura 83 – Gráfico Carga (kN) x Deslocamento Vertical (cm) no meio do vão

9.2 Vigas de Concreto de Alto Desempenho Carregadas até o Colapso com Dados Obtidos da Literatura

Apresenta-se aqui uma análise não-linear das vigas de concreto de alto desempenho ensaiadas por BOSCO et alii (1990), utilizando o programa ADINA. Pelas informações a respeito de alguns parâmetros e pela estimativa de outros, procurou-se reproduzir computacionalmente o ensaio realizado pelos pesquisadores, investigando se a carga de ruptura e o deslocamento vertical máximo obtido no meio do vão no momento da ruptura utilizando o programa coincide com os resultados obtidos experimentalmente.

9.2.1 Ensaio Experimental

BOSCO et alii (1990) ensaiaram várias vigas de concreto de alto desempenho para a determinação de armaduras mínimas de flexão. Nestes ensaios foram relatados parâmetros importantes tais como: resistência à compressão, módulo de elasticidade secante, energia de fraturamento, tensão de escoamento para o aço utilizado, cargas de aparecimento de primeira fissura, carga de ruptura, além da descrição completa das características geométricas das vigas ensaiadas. Com estas informações e por adoção de algumas outras variáveis baseadas em estudos realizados por outros pesquisadores, uma simulação computacional pôde ser reproduzida.

As vigas utilizadas por BOSCO et alii (1990) foram feitas de concreto com agregado máximo de 12,7 mm, taxa de 4,8 kN/m³ de cimento e relação água-cimento de 0,27. A resistência à compressão foi obtida pelo ensaio de 20 corpos-de-prova cúbicos medindo 160 mm e o valor médio encontrado para a resistência à compressão foi de 91,2 MPa, com desvio padrão de 8,8 MPa. O período de cura para as vigas foi feito em duas etapas: a primeira etapa, de três dias, foi feita com temperatura de 30°C e a segunda etapa com temperatura de 20°C. Em média, os testes foram realizados 20 dias depois de terem sido moldados as vigas. Os ensaios de módulo de elasticidade foram realizados em três corpos-de-prova com dimensões de 150 x 150 x 450 mm e forneceram valor médio para o módulo de elasticidade secante (entre zero e um terço da carga última) igual a 34.300 MPa.

BOSCO et alii (1990) ensaiaram 2 amostras para três vigas com diferentes dimensões conforme ilustra a Figura 84 e obtiveram os resultados médios conforme Tabela 15.

Obs: Desenhos fora de escala

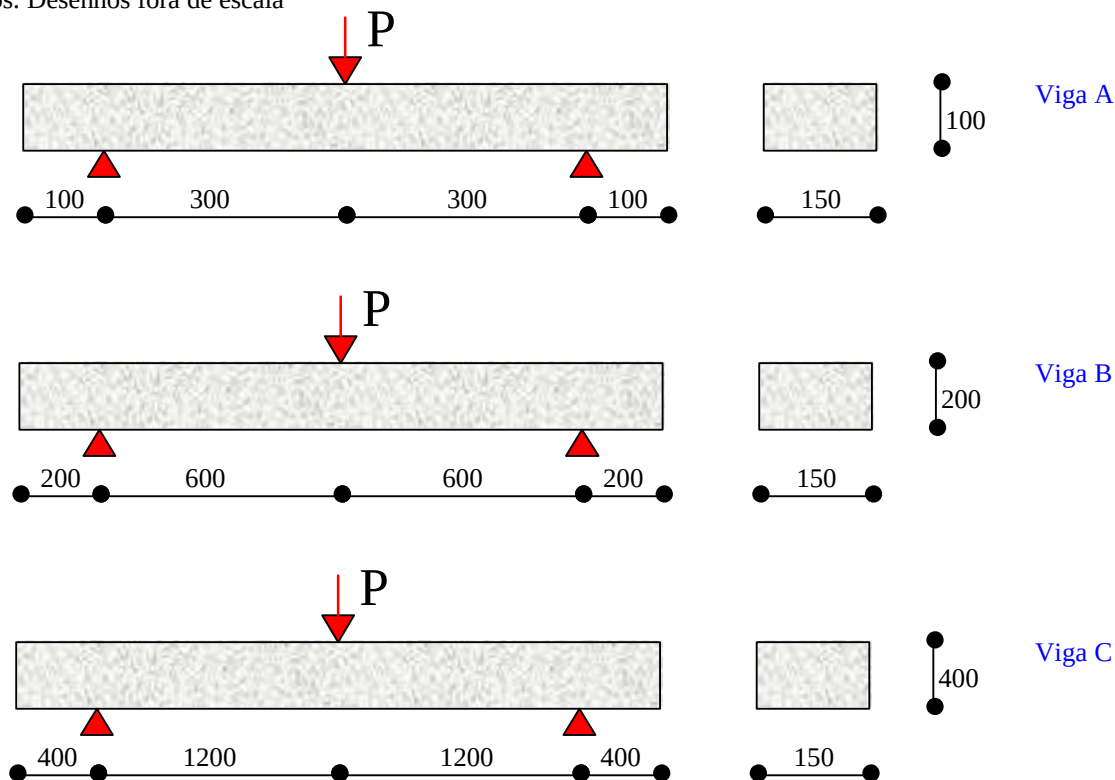


Figura 84 – Vigas de Concreto de Alto Desempenho ensaiadas por BOSCO et alii (1990)

*Tabela 15 – Cargas de ruptura e deslocamentos verticais para vigas CAD
(BOSCO et alii, 1990)*

Viga	Dimensões (mm)	Carga de Ruptura (kN)	Deslocamento Vertical (mm)
A	150 x 100 x 800	11,77	0,20
B	150 x 200 x 1600	22,55	0,24
C	150 x 400 x 3200	40,20	0,40

Como não foram informados os valores da resistência à tração, do coeficiente de Poisson, do módulo de elasticidade inicial, das deformações na resistência máxima e última e da resistência última à compressão do concreto houve a necessidade da estimativa destes

valores, que foram obtidos através de dados da literatura baseados na resistência à compressão do concreto utilizado.

De acordo com MARZOUK & CHEN (1995) *apud* NASCIMENTO & FILHO (1999) a resistência à tração do concreto de alta resistência é cerca de 4,5 % da resistência à compressão. Dessa maneira foi adotada uma resistência de 4,104 MPa para a viga de concreto de alto desempenho a ser simulada.

A ABCP (1999) recomenda para projetos o valor de 0,20 para o coeficiente de Poisson e um valor de 85% do módulo de elasticidade secante para o valor a ser adotado para o módulo de elasticidade inicial. Assim, o módulo de elasticidade inicial adotado foi de 29.155 MPa.

TEDESCO et alii (1997) recomendam o uso de 85% da resistência máxima à compressão para estimar o valor da resistência última do concreto e, dessa maneira, SIGMAU foi escolhido como sendo igual a 75 MPa.

Abaixo são apresentados os parâmetros informados ao programa ADINA para definição do concreto:

Módulo tangente inicial: 29.155 MPa;

Coeficiente de Poisson: 0,20;

Resistência à tração uniaxial: 4,104 MPa;

Máxima resistência à compressão uniaxial (SIGMAC): 91,2 MPa;

Deformação correspondente a SIGMAC: 0,0032;

Resistência última à compressão uniaxial(SIGMAU): 75 MPa;

Deformação correspondente a SIGMAU: 0,0045;

Outros parâmetros adotados: Adotado os dados padrões do programa ADINA

9.2.2 Simulações Computacionais

Os modelos de elementos finitos utilizados nas simulações são ilustrados na Figura 85. Foram utilizados elementos do tipo estado plano de tensões (“plane stress”) de 8 nós para modelar o concreto e procurou-se em todas vigas utilizar elementos com as mesmas dimensões para largura e altura. Dessa maneira, cada viga apresentou um total de 8 elementos e 43 nós.

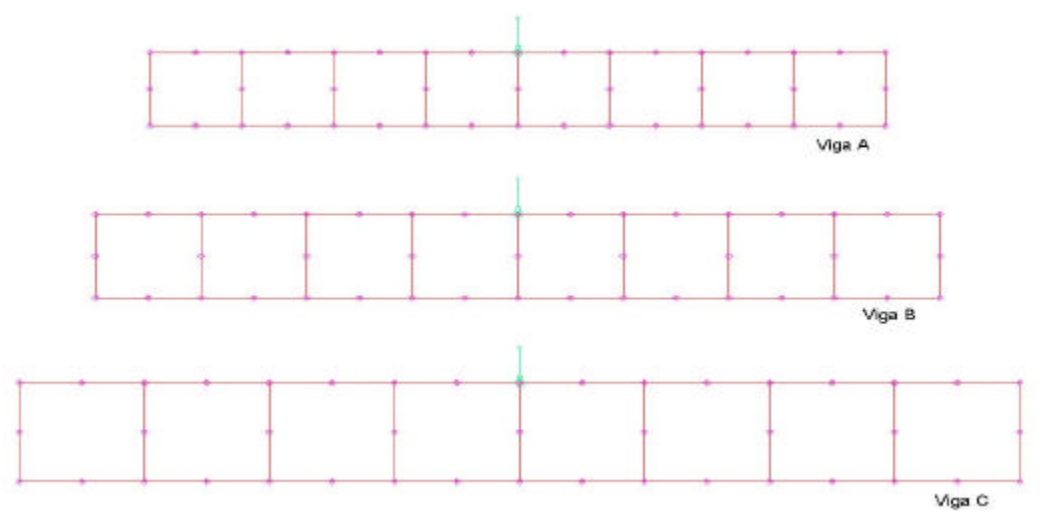


Figura 85 – Malhas de elementos finitos adotadas para as vigas CAD

Os parâmetros dos materiais são os apresentados anteriormente e a solução foi obtida utilizando o Método de Iteração Completo de Newton, baseado no critério de convergência de energia e 100 passos iguais de carga de 0,13 kN para a Viga A; 0,26 kN para a Viga B e 0,55 kN para a Viga C. Os resultados obtidos utilizando o programa ADINA são apresentados na Tabela 16.

Tabela 16 – Cargas de ruptura e deslocamentos verticais para vigas CAD utilizando ADINA

Viga	Dimensões(mm)	Carga de Ruptura(kN)	Deslocamento Vertical(mm)
A	150 x 100 x 800	13,65	0,29
B	150 x 200 x 1600	21,58	0,43
C	150 x 400 x 3200	37,95	0,52

A Tabela 17 ilustra uma comparação entre os resultados obtidos por BOSCO et alii (1990) e os resultados obtidos com as simulações computacionais efetuadas no programa ADINA utilizando os recursos disponíveis para análise não-linear.

Tabela 17 – Comparação entre resultados experimentais e simulação computacional

Viga	Dimensões(mm)	BOSCO et alii (1990)		ADINA	
		Carga de Ruptura (kN)	Deslocamento Vertical (mm)	Carga de Ruptura (kN)	Deslocamento Vertical (mm)
A	150 x 100 x 800	11,77	0,20	13,65	0,29
B	150 x 200 x 1600	22,55	0,24	21,58	0,43
C	150 x 400 x 3200	40,20	0,40	37,95	0,52

Observa-se pela Tabela 17 que os resultados obtidos com o programa ADINA foram bons, uma vez que muitos dos parâmetros utilizados foram estimados. As cargas de ruptura se aproximaram bastante da situação real e os deslocamentos também são bastante coerentes, ao contrário da simulação anterior, em que o ensaio experimental apresentou um deslocamento vertical cerca de 10 vezes maior que o resultado fornecido pelo programa.

Acredita-se que exista algum problema na leitura dos deslocamentos verticais para o ensaio realizado anteriormente, pois os valores dos deslocamentos verticais encontrados no equipamento são bastante excessivos. Através das simulações aqui realizadas pôde-se descobrir um problema que até então era desconhecido por um grande número de usuários do equipamento. Recomenda-se o uso de relógios defletômetros(LVDT) para a leitura dos deslocamentos verticais, pois os resultados são mais confiáveis.

9.3 Vigas de Concreto de Alto Desempenho com Armaduras Mínimas de Flexão Carregadas até o Colapso

Foram conduzidos ao longo desta dissertação, dois ensaios experimentais em vigas de concreto de alto desempenho com armaduras mínimas de flexão, armaduras estas determinadas sob o ponto de vista da Mecânica da Fratura. Os ensaios resultaram em três artigos científicos (SOUZA et alli ^(a) (2000), SOUZA et alli ^(b) (2000) e BORGES et alli (2001)) e, dessa maneira, serão aqui apresentadas as principais idéias a respeito deste assunto de grande polêmica na engenharia estrutural.

9.3.1 Cálculo das Armaduras Mínimas de Flexão pela Mecânica da Fratura

O concreto de alto desempenho se caracteriza por uma ruptura frágil, fenômeno que pode resultar em acidentes sérios pela ruína da estrutura sem aviso prévio. Devido a esse fato deve ser melhorada a capacidade do material em se deformar adicionando barras de aço, fibras de aço, polímeros ou qualquer outro material que possa contribuir para aumentar sua tenacidade.

Por se tratar de um material recente, ainda não existe no Brasil uma norma específica para o dimensionamento de estruturas de concreto de alto desempenho. Por isso, atualmente seguem-se recomendações da Associação Brasileira de Cimento Portland (ABCP) e de códigos internacionais como o CEB (Comité Euro-Internacional du Beton), o ACI (American Concrete Institute) e o Eurocode (Comission of the European Communities), que prescrevem cuidados no dimensionamento do concreto de alto desempenho.

A armadura mínima de flexão em vigas de concreto de alto desempenho tem-se constituído como uma das dúvidas mais freqüentes devido ao fato de haver muitas diferenças entre códigos internacionais, que prevêm fórmulas empíricas geralmente baseadas em parâmetros como a resistência à tração do concreto e tensão de escoamento do aço, deixando de lado características importantes como as dimensões da peça e a energia de fraturamento.

Segundo BOSCO & CARPINTERI (1992), é possível levar em consideração as características geométricas da viga na determinação da taxa mínima da armadura longitudinal utilizando conceitos de Mecânica da Fratura através da utilização de um número de fragilidade N_p , dado em função da resistência de escoamento do aço (f_y), do fator de intensidade de tensões crítico do concreto (K_{Ic}), da porcentagem de aço (A_s/A) e da altura da viga (h) de concreto.

$$N_p = \frac{f_y h^{1/2} A_s}{K_{Ic} A} \quad (127)$$

onde

f_y = escoamento do aço em N/mm^2 ;

h = altura da viga em mm;

A_s = área de aço em mm^2 ;

A = área de concreto em mm^2 ;

K_{Ic} = fator de intensidade de tensões em $N/mm^{3/2}$;

N_p = número de fragilidade.

De acordo com BOSCO & CARPINTERI (1992), a Equação (128) pode ser usada para expressar o número de fragilidade que fornece a taxa mínima de armadura para estruturas de concreto, sendo que esse número de fragilidade representa a transição entre o comportamento frágil e o comportamento dúctil do material.

$$N_{pc} = 0,1 + 0,0023 \cdot f_{cm} \quad (128)$$

onde N_{pc} = Índice de fragilidade correspondente à armadura mínima

f_{cm} = Resistência à compressão do concreto em N/mm^2

Ensaio realizado por BOSCO, CARPINTERI & DEBERNARDI (1990) em vigas de concreto de alto desempenho indicam que N_{pc} se situa por volta de 0,26. O fator de intensidade de tensões crítico do concreto $K_{Ic}(N/mm^{3/2})$ é calculado a partir do módulo de elasticidade E (N/mm^2) e da energia de fraturamento G_F (N/mm), esta última obtida no ensaio “Three-Point Bending” recomendado pela Norma RILEM TC-50 FMC.

$$K_{Ic} = \sqrt{G_F E} \quad (129)$$

Quando não realizado o teste recomendado pelo RILEM na determinação de G_F , BALUCH, AZAD & ASHMAWI (1992) aconselham adotar, com base no CEB Model Code 90, a energia de fraturamento do concreto em Nm/m^2 estimada pela equação empírica apresentada na Equação (130):

$$G_F = g \cdot f_{cm}^{0,7} \quad (130)$$

Onde f_{cm} é a resistência à compressão do concreto em N/mm^2 e g é um coeficiente que depende do diâmetro máximo do agregado $d_{m\acute{a}x}$ em mm que está sendo utilizado.

$$g = 2,828e^{0,0454d_{m\acute{a}x}} \quad (131)$$

Com os dados obtidos em laboratório como resistência à compressão, módulo de elasticidade e os dados obtidos empiricamente, como número de fragilidade e fator de intensidade de tensões crítico, pode-se obter a taxa mínima de armadura longitudinal mínima para vigas de concreto de alto desempenho através da Mecânica da Fratura. Um exemplo de cálculo de armadura mínima utilizando conceitos de Mecânica da Fratura é apresentado a seguir:

Dados:

$$d_{max} = 19 \text{ mm}$$

$$E = 40 \text{ GPa}$$

$$f_{cm} = 80 \text{ MPa}$$

$$f_y = 736,8 \text{ MPa}$$

$$N_{pc} = 0,26$$

Cálculo da armadura mínima utilizando $N_{pc} = 0,26$:

$$g = 2,828e^{0,0454 \times 19} = 6,70$$

$$G_F = 6,70 \times 80^{0,7} = 143,967 \text{ N/m} = 0,143 \text{ N/mm}$$

$$K_{Ic} = \sqrt{0,143 \times 40000} = 75,63 \text{ N/mm}^{3/2}$$

$$A_{s,min} = \frac{N_p \cdot K_{Ic} \cdot A}{f_y \cdot h^{1/2}} = \frac{0,26 \cdot 75,63 \cdot 150 \cdot 120}{736,8 \cdot 120^{1/2}} = 43,85 \text{ mm}^2 = 0,44 \text{ cm}^2 \Rightarrow 0,244\%$$

9.3.2 Ensaio Experimental e Simulação Computacional

Os conceitos de Mecânica da Fratura apresentados anteriormente serviram de base para a elaboração de um ensaio experimental com vigas de concreto dotadas unicamente de armaduras de flexão, isto é, sem a presença de estribos, visando obter a taxa mínima de armadura a ser utilizada em vigas.

Foram realizados ensaios do tipo “Three Point Bending” em vigas de concreto com resistências à compressão na ordem de 30 e 80 MPa. Procurou-se variar nestes ensaios a altura e o comprimento das vigas, visando contemplar o efeito de escala e também as taxas de armação. As vigas apresentaram dimensões conforme ilustra a Figura 86.

Obs: Desenhos fora de escala

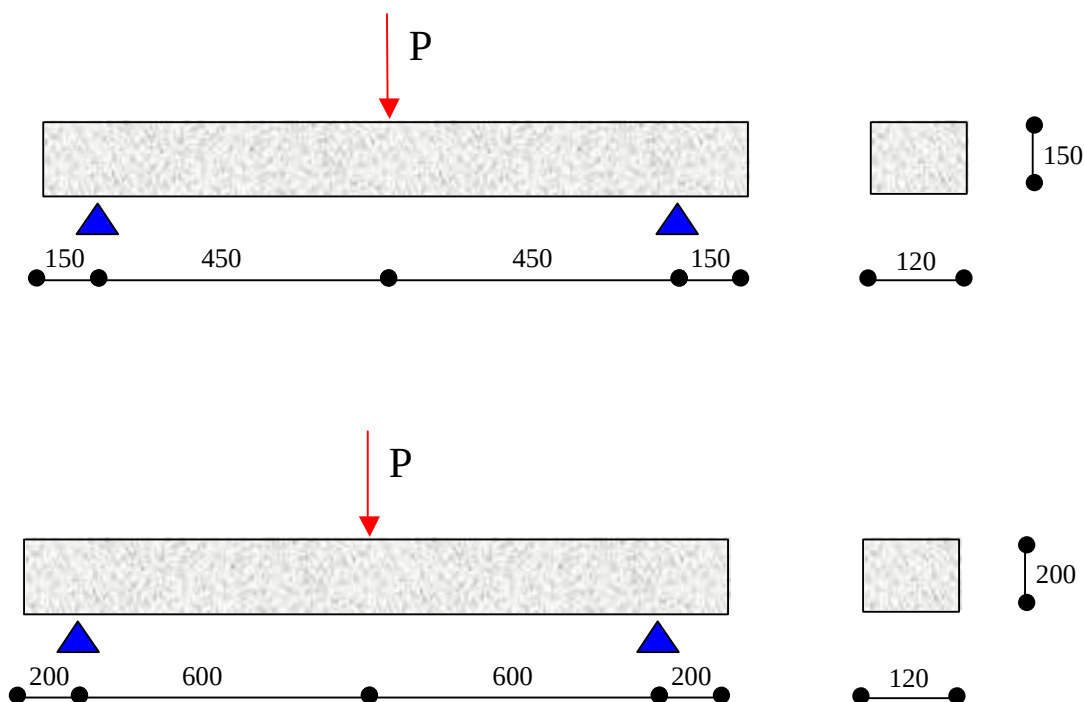


Figura 86 – Vigas de concreto ensaiadas visando obter os efeitos de escala

Foram realizadas duas séries distintas de ensaios, sendo as vigas submetidas ao ensaio com as seguintes taxas de armação: sem armadura, com armadura abaixo da mínima, aproximadamente igual a mínima e superior a mínima. Lembra-se que a armadura mínima se refere a armadura calculada pelas formulações da Mecânica da Fratura. As Tabelas 18 e 19 ilustram os cálculos iniciais.

Série A:

$f_c = 30 \text{ MPa}$

$N_{pc} = 0,169$

Tabela 18 – Armaduras utilizadas para a Série A

Viga	Armadura	As (mm ²)	Ac (mm ²)	r (%)	Np
A1-1	-	0	120x150	0	0
A1-2	1Ø4.2	13,8	120x150	0,077	0,132
A1-3	1Ø5.0	19,6	120x150	0,109	0,207
A1-4	2Ø4.2	27,6	120x150	0,153	0,264
A2-1	-	0	120x200	0	0
A2-2	1Ø4.2	13,8	120x200	0,058	0,114
A2-3	1Ø5.0	19,6	120x200	0,082	0,179
A2-4	2Ø4.2	27,6	120x200	0,115	0,229

Série B:

$f_c = 80 \text{ MPa}$

$N_{pc} = 0,284$

Tabela 19 – Armaduras utilizadas para a Série B

Viga	Armadura	As (mm ²)	Ac (mm ²)	r (%)	Np
B1-1	-	0	120x150	0	0
B1-2	1Ø5.0	19,6	120x150	0,109	0,125
B1-3	1Ø5.0 + 2Ø4.2	47,2	120x150	0,262	0,272
B1-4	4Ø5.0	78,4	120x150	0,436	0,499
B2-1	-	0	120x200	0	0
B2-2	1Ø4.2	13,8	120x200	0,058	0,069
B2-3	1Ø4.2 + 2Ø5.0	53,0	120x200	0,221	0,292
B2-4	6Ø5.0	117,6	120x200	0,490	0,648

Com as informações relatadas anteriormente foi possível fazer uma previsão das cargas de ruptura e dos deslocamentos verticais com o auxílio do programa ADINA. As Tabelas 20 e 21 ilustram os resultados obtidos com uma análise não-linear utilizando o programa ADINA.

Série A:

$f_c = 30 \text{ MPa}$

$N_{pc} = 0,169$

Tabela 20 – Resultados obtidos com simulação em ADINA para Série A

Viga	Armadura Longitudinal	Seção Transversal Da Viga(mm)	Carga de Ruptura (kN)	Deslocamento Vertical (mm)
A1-1	-	120x150x1200	12,375	0,2168
A1-2	1Ø4.2	120x150x1200	12,470	0,2216
A1-3	1Ø5.0	120x150x1200	12,470	0,2200
A1-4	2Ø4.2	120x150x1200	13,325	0,2425
A2-1	-	120x200x1600	16,460	0,2919
A2-2	1Ø4.2	120x200x1600	17,030	0,3113
A2-3	1Ø5.0	120x200x1600	17,125	0,3122
A2-4	2Ø4.2	120x200x1600	17,315	0,3129

Características dos materiais utilizados na simulação:

Concreto:

Módulo tangente inicial: 30876 MPa;

Coeficiente de Poisson: 0,20;

Resistência à tração uniaxial: 4,0 MPa;

Máxima resistência à compressão uniaxial(SIGMAC): 30,40 MPa;

Deformação correspondente a SIGMAC: 0,0020;

Resistência última à compressão uniaxial(SIGMAU): 25,84 MPa;

Deformação correspondente a SIGMAU: 0,0030;

Outros parâmetros adotados: Dados padrões do programa ADINA.

Aço:

Barras de 4.2 mm:

$\epsilon_y = 5,4 \text{ } ^0_{/00}$

$f_y = 681,9 \text{ MPa}$;

$E = 201,9 \text{ GPa};$

Barras de 5.0 mm:

$\epsilon_y = 6,0 \text{ ‰}$

$f_y = 707,8 \text{ MPa}; E = 180,1 \text{ GPa};$

Série B:

$f_c = 80 \text{ MPa}$

$N_{pc} = 0,284$

Tabela 21 - Resultados obtidos com simulação em ADINA para Série B

Viga	Armadura Longitudinal	Seção Transversal Da Viga(mm)	Carga de Ruptura (kN)	Deslocamento Vertical (mm)
B1-1	-	120x150x1200	14,560	0,1946
B1-2	1Ø5.0	120x150x1200	14,750	0,2011
B1-3	1Ø5.0 + 2Ø4.2	120x150x1200	15,890	0,2179
B1-4	4Ø5.0	120x150x1200	15,890	0,2173
B2-1	-	120x200x1600	19,500	0,2640
B2-2	1Ø4.2	120x200x1600	19,975	0,2770
B2-3	1Ø4.2 + 2Ø5.0	120x200x1600	20,450	0,2767
B2-4	4Ø5.0	120x200x1600	20,925	0,2800

Características dos materiais utilizados na simulação:

Concreto:

Módulo tangente inicial: 40.000 MPa;

Coefficiente de Poisson: 0,20;

Resistência à tração uniaxial: 4,7 MPa;

Máxima resistência à compressão uniaxial(SIGMAC): 80 MPa;

Deformação correspondente a SIGMAC: 0,0030;

Resistência última à compressão uniaxial(SIGMAU): 68 MPa;

Deformação correspondente a SIGMAU: 0,0045;

Outros parâmetros adotados: Dados padrões do programa ADINA.

Aço:

Barras de 4.2 mm:

$\epsilon_y = 5,4 \text{ ‰}$

$f_y = 681,9 \text{ MPa};$

$E = 201,9 \text{ GPa};$

Barras de 5.0 mm:

$\epsilon_y = 6,0 \text{ }^0_{00}$; $f_y = 707,8 \text{ MPa}; E = 180,1 \text{ GPa}.$

Infelizmente, devido a problemas operacionais não foi possível comparar os resultados obtidos numericamente com os resultados observados experimentalmente, uma vez que o ensaio experimental não havia sido realizado até o término desta dissertação. De qualquer forma o programa ADINA forneceu um grande suporte na obtenção de respostas rápidas quanto às cargas de ruptura e deslocamentos das vigas em análise.

Desta maneira, o ensaio pôde ser estruturado com maior precisão, uma vez que foi possível saber com antecedência qual seria a capacidade necessária para a prensa e quais seriam os instrumentos de medição de deslocamentos a serem utilizados.

9.4 Vigas de Concreto de Alto Desempenho com Armaduras de Flexão Carregadas até o Colapso com Dados Obtidos da Literatura

BOSCO et alii (1990) ensaiaram várias vigas de concreto de alto desempenho para a determinação da taxa mínima de armadura de flexão relatando informações suficientes para a reprodução computacional do ensaio experimental. Apresenta-se aqui uma análise não-linear de uma viga de concreto de alto desempenho armada ensaiada por BOSCO et alii (1990) utilizando o programa ADINA.

9.4.1 Ensaio Experimental

BOSCO et alii (1990) ensaiaram trinta vigas apenas com armadura de flexão, sem estribos e com seção transversal $b = 150$ mm e altura variável $h = 100, 200$ e 400 mm. O vão entre os apoios foi assumido como igual a seis vezes a altura das vigas e o cobrimento de armadura adotado foi igual a $1/10$ da altura das vigas.

Foram utilizadas nos ensaios barras de aço com diâmetros de 4, 5, 8 e 10 mm, no entanto, devido ao grande número de vigas ensaiadas e ao grande número de resultados, foi escolhida apenas uma viga com um único tipo de armadura para simulação computacional. Dessa maneira, adotou-se uma viga pertencente ao grupo A e classe de fragilidade 4 das vigas ensaiadas por BOSCO et alii (1990).

A viga estudada na presente simulação possui largura de 150 mm, altura de 100 mm e armadura longitudinal de flexão constituída por duas barras de 10 mm, cujo escoamento é atingido na tensão de 456 MPa.

A Figura 87 ilustra a seção longitudinal e a seção transversal da viga de concreto de alto desempenho estudada na presente simulação.

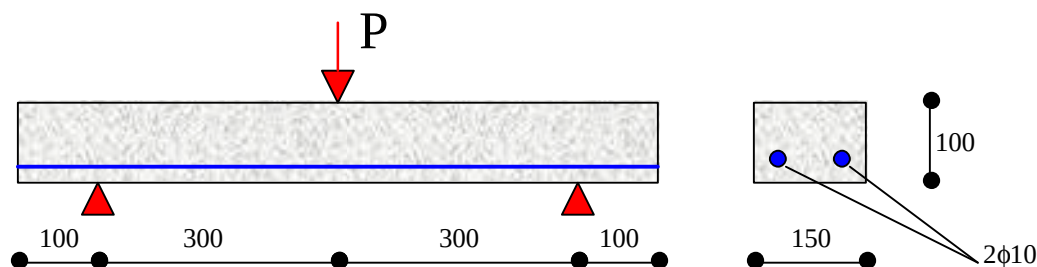


Figura 87 – Seção longitudinal e transversal de viga de concreto de alto desempenho ensaiada por BOSCO et alii (1990)

A Tabela 22 apresenta os valores médios encontrados por BOSCO et alii (1990) para a viga de concreto de alto desempenho em estudo.

Tabela 22 – Resultados experimentais para viga em estudo

b x h (mm)	Armadura Utilizada	Limite de Escoamento do Aço(MPa)	Carga de Fissuração(kN)	Carga de Escoamento(kN)	Carga Última(kN)
150 x 100	2φ10,00	456,00	14,91	34,51	47,81

Como não foram informados os valores da resistência à tração, do coeficiente de Poisson, do módulo de elasticidade inicial, das deformações na resistência máxima e última e da resistência última à compressão do concreto procedeu-se como na simulação anterior, por estimativa destes parâmetros através de dados encontrados na literatura.

9.4.2 Simulação Computacional

O programa ADINA dispõe de dois modelos para a simulação de armaduras de aço no concreto armado: o modelo “plástico-bilinear” e o modelo “plástico-multilinear”, baseados no critério de escoamento de von Mises. O processo de enrijecimento pode ser isotrópico ou cinemático. A Figura 88 ilustra estes modelos disponíveis no programa.

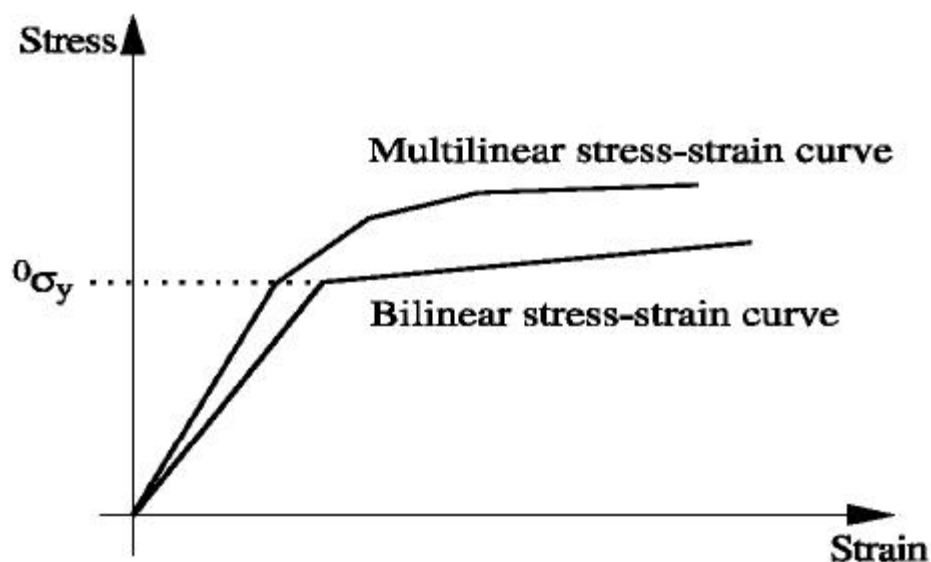


Figura 88 – Modelos usuais para aço no programa ADINA
(fonte:ADINA)

A Figura 89 ilustra a superfície de ruptura baseado no critério de von Mises.

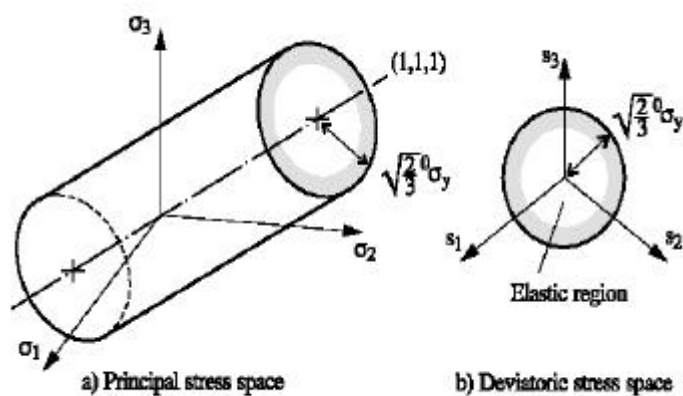


Figura 89 – Superfície de ruptura para o aço disponível no programa ADINA
(fonte:ADINA)

O modelo escolhido na presente simulação é o modelo plástico-bilinear com enrijecimento isotrópico.

O malha de elementos finitos utilizada nesta simulação é ilustrada na Figura 90. Foram utilizados 32 elementos do tipo “plane stress” de 8 nós para modelar o concreto e 8 elementos do tipo “truss” com 3 nós para simular a armadura. Dessa maneira, o modelo teve um número total de 121 nós e 40 elementos.

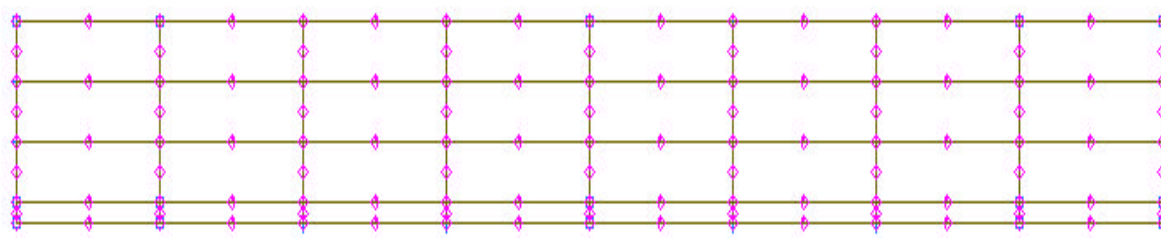


Figura 90 – Malha de elementos finitos utilizada

Os parâmetros fornecidos para a caracterização dos materiais são apresentados abaixo:

Aço:

Modelo Plástico Bilinear:

Módulo de Young: 228.000 MPa;

Tensão inicial de Escoamento: 456 MPa.

Concreto:

Módulo tangente inicial: 29.155 MPa;

Coefficiente de Poisson: 0,20;

Resistência à tração uniaxial: 4,104 MPa;

Máxima resistência à compressão uniaxial(SIGMAC): 91,2 MPa;

Deformação correspondente a SIGMAC: 0,0032;

Resistência última à compressão uniaxial(SIGMAU): 75 MPa;

Deformação correspondente a SIGMAU: 0,0045;

Outros parâmetros adotados: Adotado os dados padrões do programa ADINA.

A solução foi obtida utilizando 100 passos iguais de carga de 500 N, iteração completa de Newton com procura de linhas e critério de convergência baseado em deslocamentos. A curva tensão x deformação para o concreto utilizada é apresentada na Figura 91 e a curva para o aço é apresentada na Figura 92.

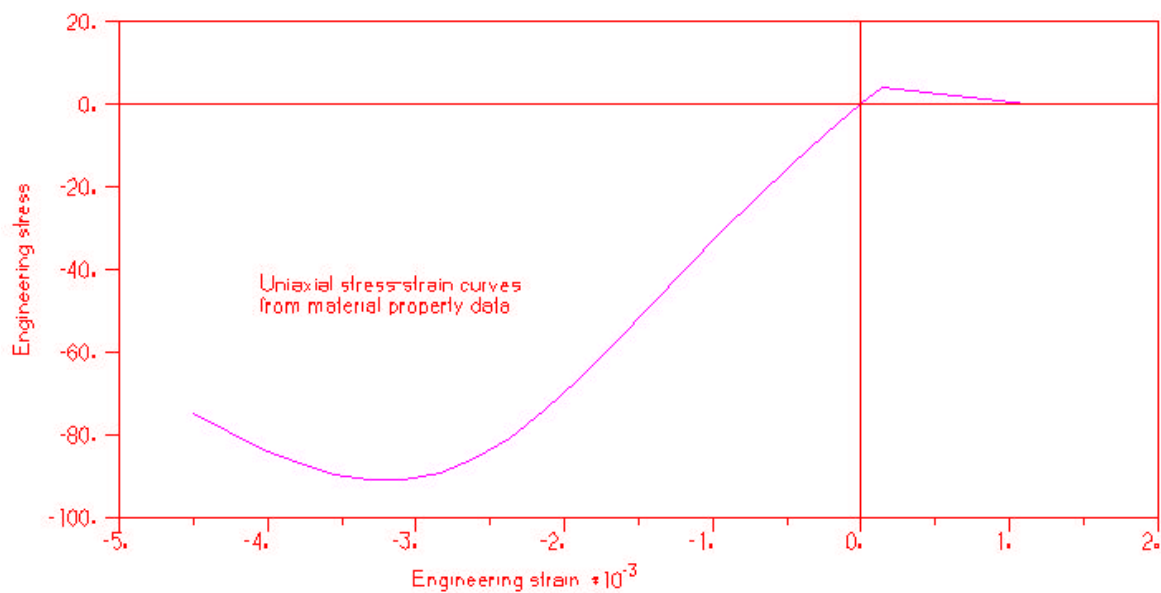


Figura 91 – Curva tensão x deformação para o concreto utilizado

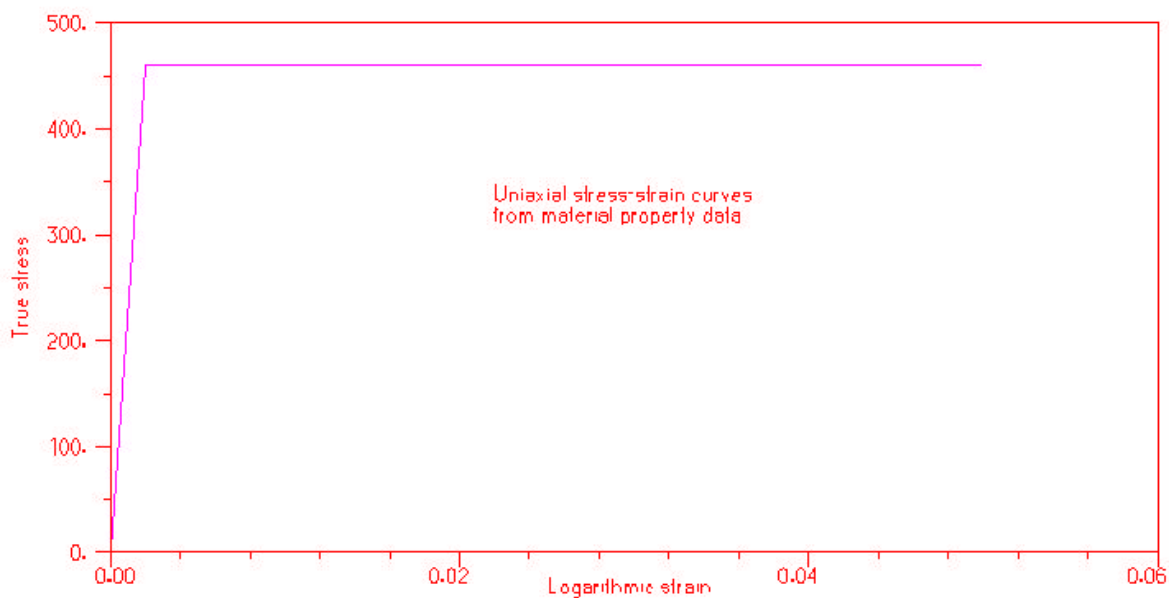


Figura 92 – Curva tensão x deformação para o aço utilizado

A carga de fissuração encontrada na simulação efetuada no programa ADINA deu-se no passo de carga 18, o que corresponde a uma carga de 9 kN. O escoamento da armadura, correspondente a deformação de 2 ‰, deu-se no passo de carga 90, correspondente a uma carga de 45 kN e a ruptura deu-se no passo de carga 96, correspondente a uma carga de 48 kN e com deformação plástica de armadura fornecida pelo programa igual a 3,74 ‰. O deslocamento vertical máximo obtido no meio do vão no momento da ruptura foi de 2,78 mm.

A Tabela 23 ilustra uma comparação entre os resultados encontrados experimentalmente e por meio da simulação efetuada no programa ADINA.

Tabela 23 – Comparação entre ensaio experimental e ADINA

Carga de Fissuração(kN)		Carga de Escoamento(kN)		Carga de Ruptura(kN)	
BOSCO et allii (1990)	ADINA	BOSCO et allii (1990)	ADINA	BOSCO et allii (1990)	ADINA
14,91	9,00	34,51	45,00	47,81	48,00

Observa-se um bom resultado para a carga de ruptura, uma vez que o programa conseguiu uma boa aproximação da situação real. No entanto, nota-se grandes diferenças entre o ensaio experimental e o programa ADINA para a carga de fissuração e a carga de escoamento. Estas diferenças podem ter origem nas seguintes afirmativas:

- A primeira suspeita recai na estimativa dos parâmetros utilizados na simulação. O ideal é que todos parâmetros necessários para uma simulação fossem obtidos de ensaios laboratoriais, assim a tentativa de reproduzir o ensaio experimental no microcomputador poderia se aproximar mais da realidade;
- BOSCO et allii (1990) utilizaram uma película de esmalte na região onde esperava-se o aparecimento da primeira fissura. Dessa maneira, foi utilizado um critério visual que pode causar resultados pouco confiáveis;
- Pode ser que a deformação da armadura não tenha sido máxima no meio do vão conforme BOSCO et allii (1990) esperavam. O resultado fornecido pelo ADINA é referente a uma extensão de 100 mm a esquerda e a direita do meio do vão.

Uma comparação entre o deslocamento vertical obtido no meio do vão é ilustrada na Figura 93. Infelizmente, os dados de BOSCO et alii (1990) foram adaptados, uma vez que só existem os dados referentes até a carga de aproximadamente 25 kN, dessa maneira, não se pode comparar o deslocamento vertical máximo com o fornecido pelo ADINA.

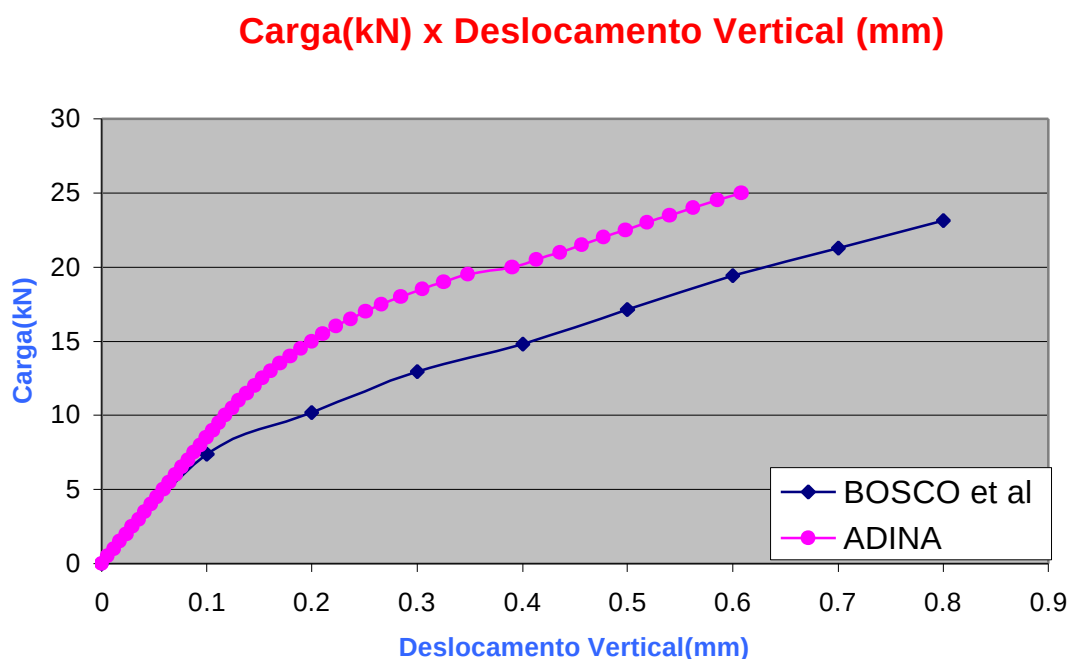


Figura 93 – Carga(kN) x Deslocamento Vertical (mm) no meio do vão

A Figura 94 ilustra a configuração de fissuração da viga de concreto de alto desempenho no momento da ruptura simulada com o programa ADINA.

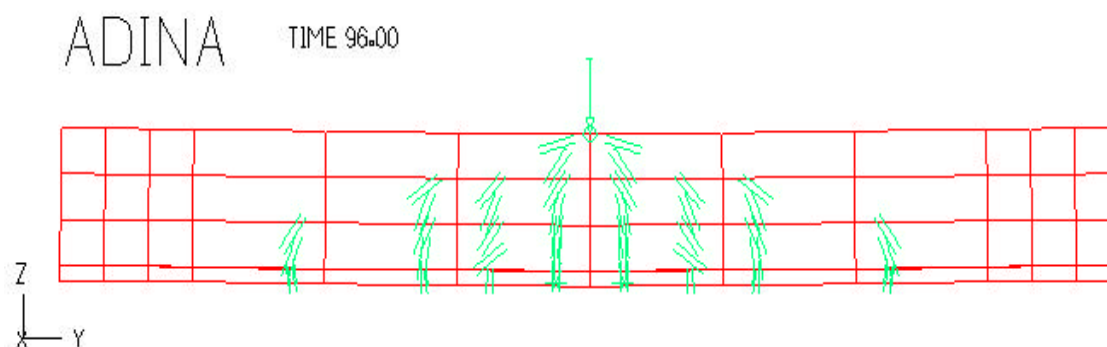


Figura 94 – Configuração de fissuração no momento da ruptura

Os resultados obtidos com o programa ADINA foram bons, uma vez que muitos dos dados utilizados foram estimados. No entanto, acredita-se que é necessário o ensaio de número maior de vigas de concreto armado para avaliação da confiabilidade do programa e também a realização de um ensaio experimental realizando todos os testes para obtenção dos parâmetros necessários para a simulação no programa ADINA, pois acredita-se que somente desta maneira poderá ser avaliado com mais confiabilidade o modelo para concreto armado disponível no programa.

9.5 Ensaios de Compressão Diametral

De acordo com VANDERLEI & GIONGO (2000), a resistência à tração do concreto pode ser obtida por três maneiras:

- Resistência à tração por compressão diametral do corpo-de-prova cilíndrico de concreto. O ensaio de compressão diametral (splitting test, brazilian test), proposto pelo brasileiro Lobo Carneiro em 1949 é o ensaio mais utilizado para se avaliar a resistência à tração do concreto. Este ensaio é de fácil execução e oferece a grande vantagem de poder utilizar os corpos-de-prova de mesmo tamanho e formato dos usados no ensaio de compressão axial;
- Resistência à tração na flexão. Neste ensaio aplica-se uma ação concentrada em um prisma padronizado de concreto de 150mm x 150 mm x 500 mm. A ação pode ser aplicada no meio do vão ou com duas forças aplicadas nas seções transversais dos terços. A tensão teórica máxima de tração é então determinada nas fibras inferiores;
- Resistência à tração direta. Fornece os menores resultados entre os ensaios de tração, principalmente devido à dificuldade de se conseguir uma excentricidade nula na aplicação da força de tração, acarretando assim uma pequena flexão. É um ensaio de difícil execução, mas é considerado como um teste padrão.

Quando se aplica compressão transversal, no plano diametral surgem tensões normais de tração quase uniformemente distribuídas, de intensidade média dada pela Equação (132) (TEDESCO et alii (1997), FUSCO (1995)). A Figura 95 ilustra o ensaio de compressão diametral, bem como a região submetida a tensões quase uniformes.

$$s_y = \frac{2P}{p d l} \quad (132)$$

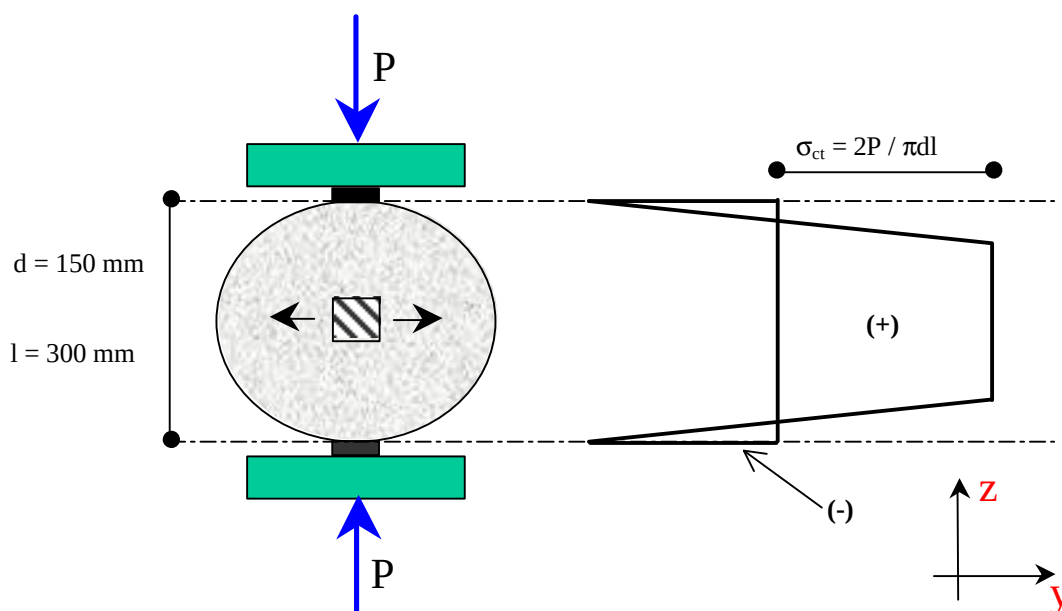


Figura 95 – Ensaio de compressão diametral

De acordo com TEDESCO et alii (1997), as tensões de compressão em um plano passado pelo eixo de simetria vertical são dadas pela Equação (133).

$$s_z = \frac{2P}{p d l} \left[\frac{d^2}{z(d-z)} - 1 \right] \quad (133)$$

Onde z é a profundidade do ponto em análise

9.5.1 Resultados Experimentais

TEDESCO et alii (1997) ensaiaram uma série de corpos-de-prova cilíndricos sujeitos à compressão diametral com diferentes tipos de dosagens e obtiveram vários parâmetros úteis para a descrição do comportamento mecânico do concreto. A Tabela 24 ilustra estes resultados.

Tabela 24 – Parâmetros para concretos com diferentes dosagens

Dosagem	SIGMAT (MPa)	SIGMAC (MPa)	EPSC (‰)	EPSU (‰)
A	8,617	54,52	0,0027	0,0043
B	11,72	56,78	0,0021	0,0032
C	6,928	39,22	0,0033	0,0045
D	6,177	38,37	0,0029	0,0048
E	4,219	27,93	0,0017	0,0030

Onde:

SIGMAT = Resistência à tração;

SIGMAC = Resistência à compressão;

EPSC = Deformação de pico;

EPSU = Deformação última.

Como não foram informados os valores de outros parâmetros, tais como: módulo de elasticidade tangente (inicial) e o coeficiente de Poisson, foi necessária a estimativa destes valores através de dados obtidos na literatura.

De acordo com VANDERLEI & GIONGO (2000), o módulo de elasticidade tangente (E_{ci}) é obtido através da inclinação da reta tangente a origem da curva tensão x deformação do concreto e só é utilizado para cálculos em que o nível de carregamento é baixo e não acarreta em formação de fissuras. O módulo secante (E_c) é obtido através da inclinação da reta que liga a origem ao ponto da curva que corresponde a 40% da tensão de ruptura e é de grande importância para o cálculo de elementos estruturais. Em geral, o valor do módulo secante é 10% menor que o valor tangente.

A norma brasileira NBR 6118 (1978), que contempla concretos com resistência à compressão inferiores a 50 MPa, relata que o módulo de deformação longitudinal tangente pode ser determinado pela utilização da Equação (134):

$$E_{ci} = 6600 \sqrt{f_{ck} + 3,5} \quad (MPa) \quad (134)$$

De acordo com NASCIMENTO & FILHO (1999), o coeficiente de Poisson (ν) é definido como a relação entre a deformação lateral e a deformação na direção da carga uniaxial e seu valor varia entre 0,18 e 0,24. Para esta simulação será utilizado um valor de 0,20 que é o recomendado pela NBR 6118 (1978).

TEDESCO et alii (1997) recomendam o uso de 85% da resistência máxima à compressão para estimar o valor da resistência última do concreto.

Com os parâmetros apresentados anteriormente é possível construir uma curva uniaxial tensão x deformação para o concreto tipo E, ensaiado por TEDESCO et alii (1997) e que será aqui simulado como material constituinte de um corpo-de-prova cilíndrico de dimensões : 150 mm x 300 mm, ensaiado à compressão diametral.

9.5.2 Simulação Computacional

Para simular o corpo-de-prova cilíndrico submetido à compressão diametral foi escolhido o modelo apresentado na Figura 96.

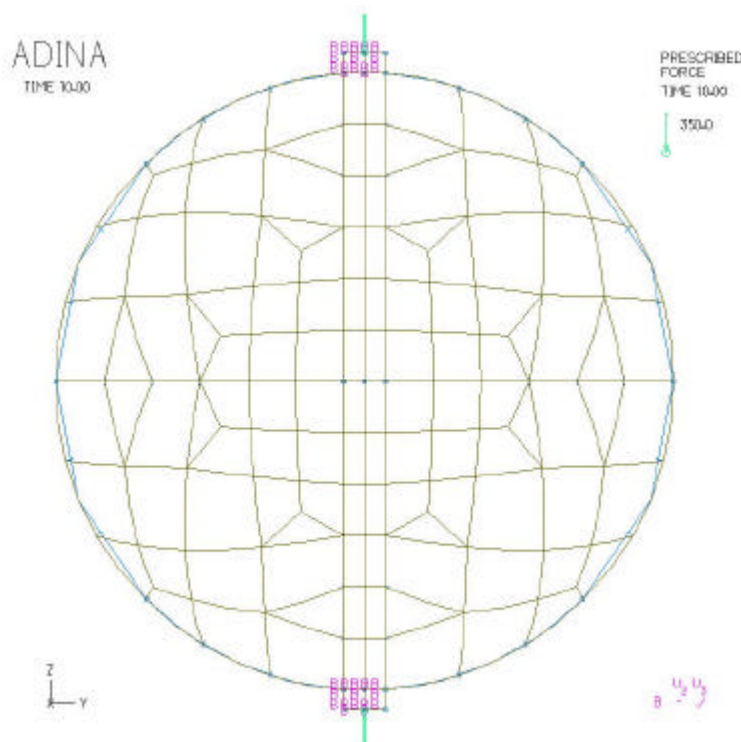


Figura 96 – Modelo adotado para o corpo-de-prova cilíndrico

O modelo apresenta um total de 389 nós e 124 elementos (2D solid), sendo destes 120 elementos para simular o concreto e 4 elementos para simular as placas rígidas de transmissão de carregamento. Os materiais foram definidos com as seguintes propriedades:

Placas Rígidas:

Módulo de Elasticidade = $1\text{E}16$ MPa;

Concreto:

Módulo tangente inicial: 37.000 MPa;

Coefficiente de Poisson: 0,20;

Resistência à tração uniaxial: 4,219 MPa;

Máxima resistência à compressão uniaxial(SIGMAC): 27,93 MPa;

Deformação correspondente a SIGMAC: 0,0017;

Resistência última à compressão uniaxial(SIGMAU): 23,741 MPa;

Deformação correspondente a SIGMAU: 0,0030;

Outros parâmetros adotados: Dados padrões do programa ADINA.

Foi adotado método de interação completo de Newton com critério de convergência baseado em energia e 10 passos de carga de 35 kN, resultando em uma carga final de 350 kN. O carregamento foi aplicado nas duas placas situadas no eixo de simetria vertical do corpo-de-prova e estas mesmas placas foram definidas como possuindo apenas liberdade de translação vertical.

O programa parou a execução da solução no passo de carga número cinco, o que corresponde a uma carga concentrada total de 175,5 kN. A Figura 97 ilustra o quadro de fissuração do corpo-de-prova cilíndrico no momento da ruptura.

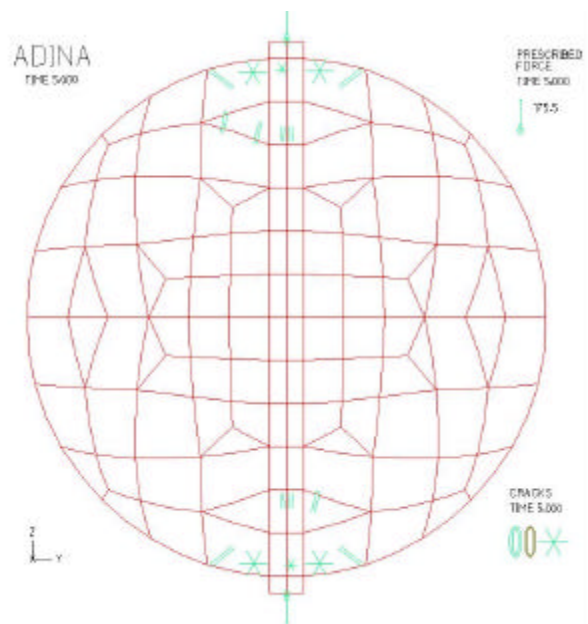


Figura 97 – Quadro de fissuração do corpo-de-prova cilíndrico no instante da ruptura

As configurações em forma de estrela na Figura 97 representam a ruína por esmagamento enquanto as configurações em formas de linha representam ruína por tração. A Figura 98 ilustra as tensões na direção y do corpo-de-prova cilíndrico submetido à compressão diametral.

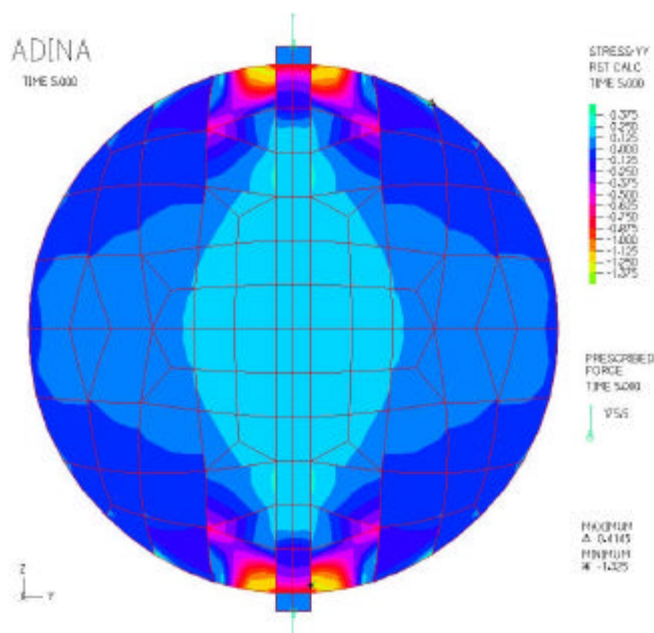


Figura 98 – Tensões na direção y para o corpo-de-prova cilíndrico(kN/cm²)

As Figuras 99 e 100 ilustram uma comparação entre os resultados obtidos com ADINA em relação às respostas analíticas em um plano que passa pelo eixo vertical de simetria do corpo-de-prova cilíndrico. A Figura 99 ilustra as tensões de tração (σ_y) enquanto a Figura 100 ilustra as tensões de compressão (σ_z) e lembra-se aqui que os resultados analíticos foram obtidos a partir da carga de 175,5 kN, que foi a carga de ruptura calculada pelo programa ADINA.

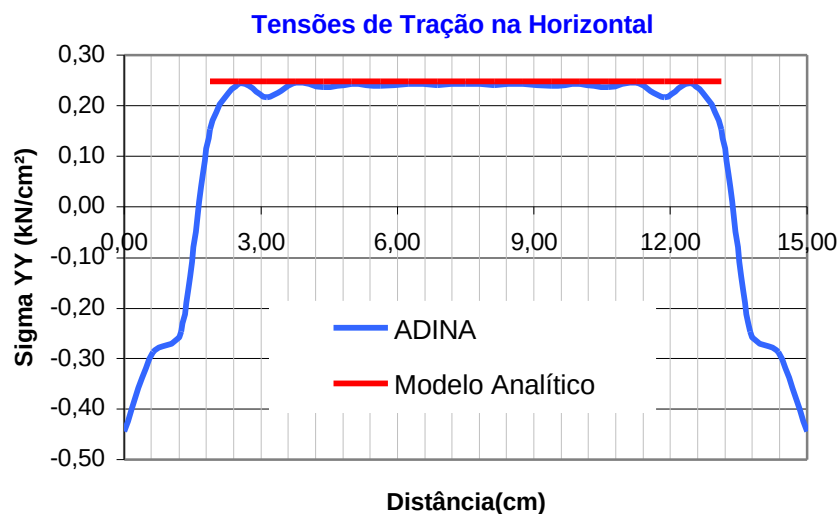


Figura 99 – Configuração das tensões σ_y no eixo vertical de simetria

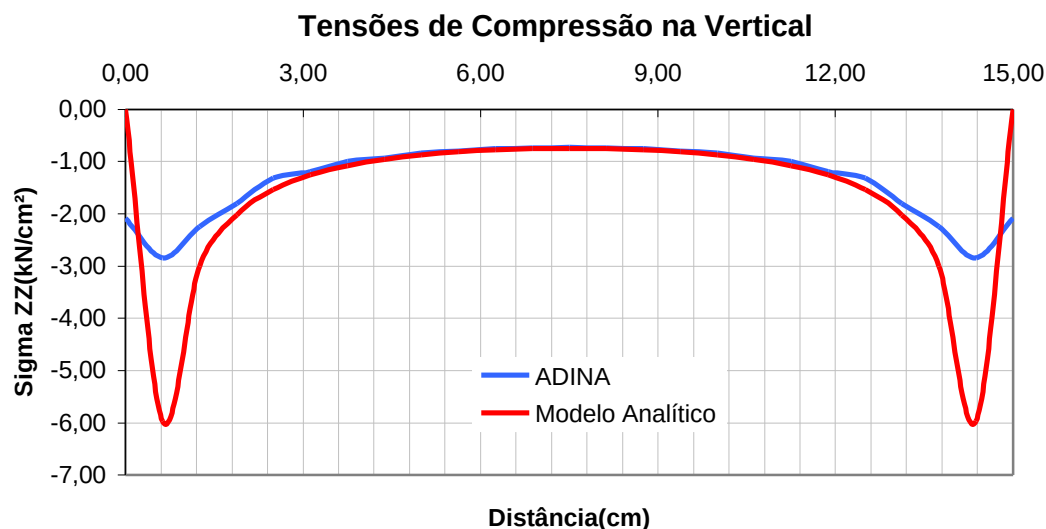


Figura 100 – Configuração das tensões σ_z no eixo vertical de simetria

Pelas Figuras 99 e 100 observa-se uma boa resposta fornecida pelo programa na região central, no entanto, nas regiões de aplicação do carregamento observa-se que o resultado numérico não se aproximou com muita precisão do resultado analítico para as tensões σ_z .

Pelo modelo analítico apresentado na Equação (132) é possível saber qual a carga de ruína de um corpo-de-prova cilíndrico submetido à compressão diametral se for conhecida a resistência à tração do concreto utilizado. Como foi ensaiado um concreto com resistência à tração de 4,219 MPa a carga de ruptura esperada era de aproximadamente 298,072 kN, mas o valor encontrado utilizando o programa ADINA foi de 175,5 kN. Além disso, observa-se pelas Figuras 99 e 100, que o corpo-de-prova chegou a ruína por esmagamento do concreto comprimido, fato este que não é concordante com o ensaio experimental de corpos-de-prova cilíndricos submetidos à compressão diametral, onde a ruína se dá por tração.

O fator que gera essa discordância de resultados e faz com que o corpo-de-prova chegue a ruína por compressão está na largura escolhida para a placa rígida (largura = 1 cm). Essa largura é inapropriada e faz com que o corpo-de-prova tenha um esmagamento local. De acordo com CARMONA et alii (1998), essa área de contato entre as placas rígidas e o corpo-de-prova deve ser igual a 1/6 do diâmetro do espécime, isto é, uma largura igual a 2,5 cm. Dessa maneira, elimina-se o esmagamento local e o corpo-de-prova chega à ruína por tração.

Redefinindo o modelo com uma nova largura para a placa rígida (largura igual a 2,5 cm), a malha de elementos finitos adotada é ilustrada na Figura 101. São mantidas as mesmas características dos materiais e condições de vinculação da simulação anterior, bem como, o número de passos de carga e os critérios de convergência.

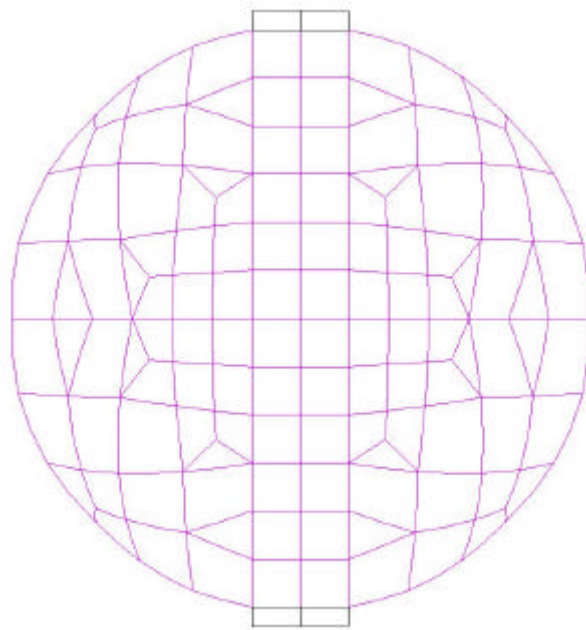


Figura 101 – Modelo redefinido com nova largura para as placas rígidas

Executando o processo de cálculo do novo modelo o programa para a execução no passo de carga número oito, correspondente a uma carga total de 240,2 kN. A Figura 102 ilustra o novo quadro de fissuração obtido no instante da ruptura.

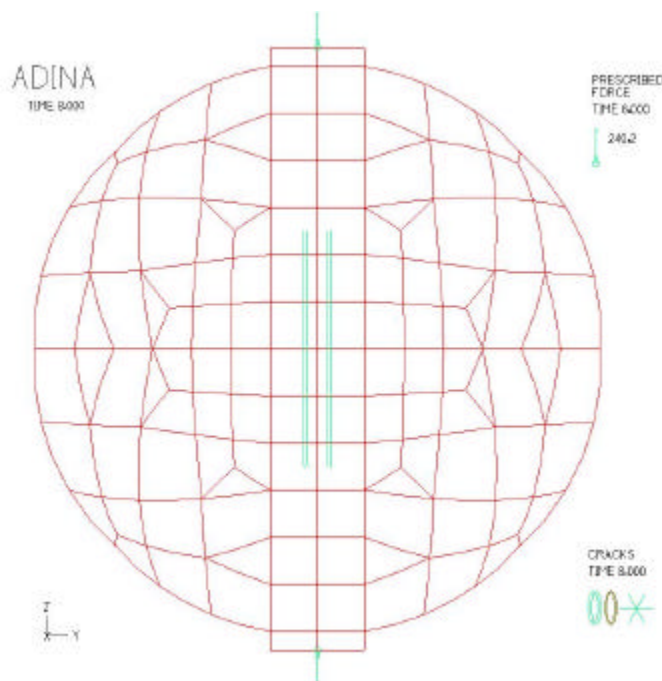


Figura 102 – Novo quadro de fissuração no instante da ruptura

Pela Figura 102 observa-se que o corpo-de-prova chegou a ruína por tração com fissuras paralelas de grande intensidade no centro do espécime, o que é verificado no ensaio experimental de corpos-de-prova submetidos à compressão diametral (Figura 103) e era esperado na simulação computacional. No entanto, a carga de ruptura fornecida pelo programa ADINA (240,2 kN) é um pouco menor do que a carga esperada experimentalmente, cerca de 298,72 kN.

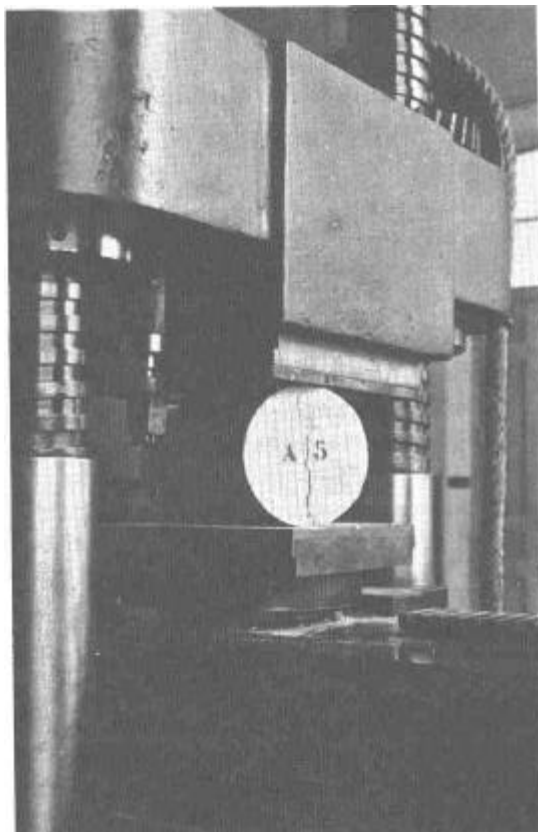


Figura 103 – Configuração de fissuração em corpo-de-prova ensaiado à compressão diametral (Fonte: MONTROYA(1969))

A Figura 104 ilustra as tensões principais (σ_1) para o corpo-de-prova cilíndrico submetido à compressão diametral.

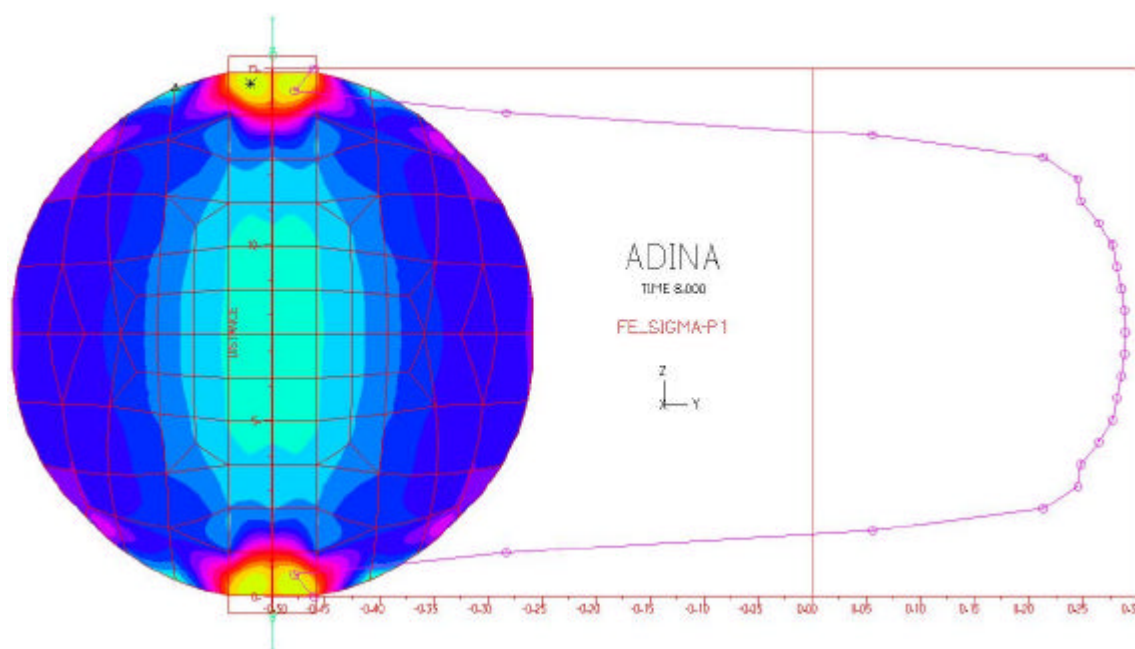


Figura 104 – Tensões principais de tração (σ_1) (kN/cm²)

Nesta simulação ficou claro que uma falta de atenção para detalhes construtivos de um ensaio experimental pode gerar resultados numéricos que não satisfazem com a realidade observada. É importante saber com muita clareza todos os aspectos de execução do ensaio experimental, seus detalhes construtivos, para obter a maior fidelidade possível no processo de simulação computacional.

Acredita-se também que se forem determinados experimentalmente todos os parâmetros necessários para a descrição da relação uniaxial tensão x deformação do concreto, pode-se chegar a uma carga ruína numérica muito próxima da carga de ruína observada experimentalmente. Apesar da diferença observada entre as cargas de ruptura, nota-se que o modelo numérico aproxima-se quase que com exatidão do modelo analítico, quando em análise um mesmo valor da ação P.

9.6 Ensaios de Compressão Axial

FERNANDES et alii (2000) realizaram uma investigação experimental em vários pilares curtos circulares de concreto de alto desempenho não-confinados e confinados em tubos de aço. A partir destes ensaios, puderam ser tiradas informações de grande utilidade para a realização de uma simulação computacional envolvendo a análise de fissuração e ruína de um corpo-de-prova cilíndrico submetido à compressão axial.

9.6.1 Propriedades Mecânicas do Concreto e Resultados Experimentais

A Tabela 25 ilustra as propriedades mecânicas do concreto utilizado por FERNANDES et alii (2000).

Tabela 25 – Propriedades do concreto utilizado por FERNANDES et alii (2000)

Propriedades do Concreto	Resultado Experimental
Resistência à Compressão (MPa)	69,00
Módulo de Elasticidade (MPa)	35.400
Coeficiente de Poisson (ν)	0,19
Deformação de Pico (ϵ)	0,00216

Como não foram fornecidos alguns dos parâmetros necessários para a descrição da relação constitutiva tensão-deformação, houve necessidade da estimativa destes valores através de modelos matemáticos existentes na literatura para o concreto de alto desempenho.

De acordo com CARRASQUILLO (1981) apud VANDERLEI & GIONGO (2000), a Equação (135) fornece com boa precisão a resistência à tração do concreto de alto desempenho.

$$f_{tk} = 0,54\sqrt{f_{ck}} = 4,48 \text{ MPa} \quad (135)$$

A Tabela 26 apresenta as cargas de ruptura obtidas por FERNANDES et alii (2000) em corpos-de-prova cilíndricos(15 x 30 cm) submetidos à compressão axial.

Tabela 26 – Resultados dos ensaios realizados por FERNANDES et alii (2000)

Identificação	Carga de Ruptura (kN)
NC1	1216,0
NC2	1243,0
Média	1229,5

9.6.2 Simulação Computacional

No ensaio experimental realizado por FERNANDES et alii (2000), as cargas foram aplicadas por meio de placas rígidas localizadas nas duas faces contidas no eixo axial do pilar curto. Dessa maneira, procurou-se simular esta situação definindo os deslocamentos radiais indeslocáveis nestas regiões.

Aproveitando as condições de simetria e de axissimetria do corpo-de-prova foi tomada apenas $\frac{1}{4}$ da estrutura para a modelagem computacional. Desta maneira, o modelo final apresentou características conforme ilustra a Figura 105.

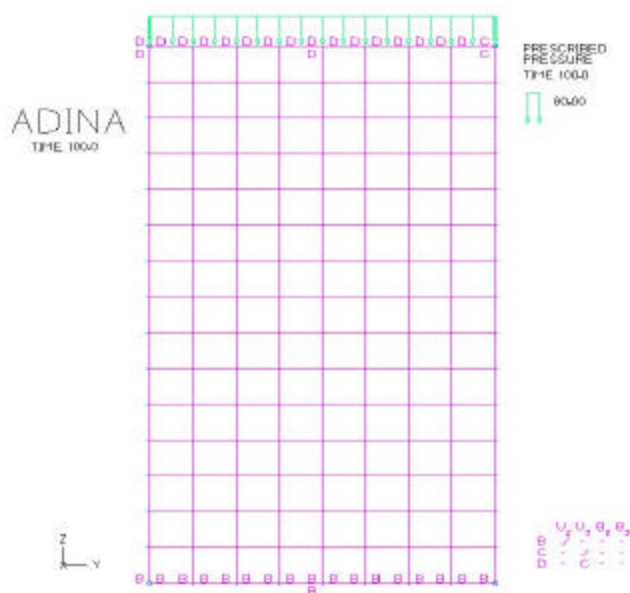


Figura 105 – Condições de vinculação e de carregamento para compressão axial

Definido o modelo geométrico e as condições de vinculação passou-se então a etapa de condições de carregamento e definição dos materiais. Foram definidos 100 passos de carga distribuída de 80 MPa aplicados na face superior do corpo-de-prova cilíndrico. O processo de solução foi obtido utilizando método de iteração completo de Newton com procura de linhas e critério de convergência baseado em energia.

O concreto de alto desempenho foi definido no programa ADINA com as seguintes propriedades:

Resistência máxima à compressão (SIGMAC): 69 MPa;

Resistência à tração: 4,48 MPa;

Módulo de elasticidade: 35.400 MPa;

Coeficiente de Poisson: 0,19;

Deformação correspondente a SIGMAC: 0,002161;

Resistência última à compressão(SIGMAU): 58,65 MPa;

Deformação correspondente a SIGMAU: 0,0030;

Demais parâmetros: Adotados valores padrões do programa ADINA.

As primeiras fissuras surgiram no passo de carga número 80, correspondente a uma carga concentrada de 1136 kN e a carga de ruptura foi obtida no passo de carga número 86, correspondente a uma carga concentrada de 1210 kN. Observa-se que a simulação computacional forneceu uma boa aproximação da carga de ruína, uma vez que a carga média de ruptura obtida experimentalmente por FERNANDES et alii (2000) foi de 1229,5 kN.

Observa-se também uma boa concordância entre o quadro de fissuração obtido computacionalmente e o observado experimentalmente, pois a ruína deu-se por esmagamento do concreto comprimido, com grande danificação da região central do corpo-de-prova.

A Figura 106 ilustra o quadro de fissuração obtido numericamente para o pilar circular curto no instante da ruína.

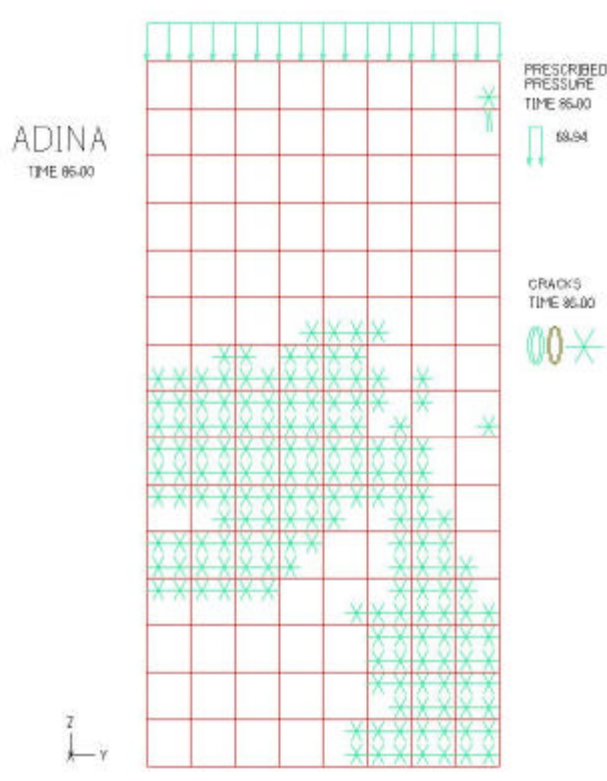


Figura 106 – Quadro de fissuração para pilar curto no instante da ruína

De acordo com FUSCO (1995), na ruptura macroscópica final, a fratura de um corpo-de-prova cilíndrico de concreto submetido à compressão axial se dá em planos paralelos ao campo de compressão. Assim, o resultado obtido na simulação computacional apresentou uma boa configuração em relação às observações experimentais.

O máximo deslocamento vertical é obtido no topo superior do corpo-de-prova e é da ordem de 0,3206 mm. A Figura 107 ilustra a configuração dos deslocamentos no espécime.

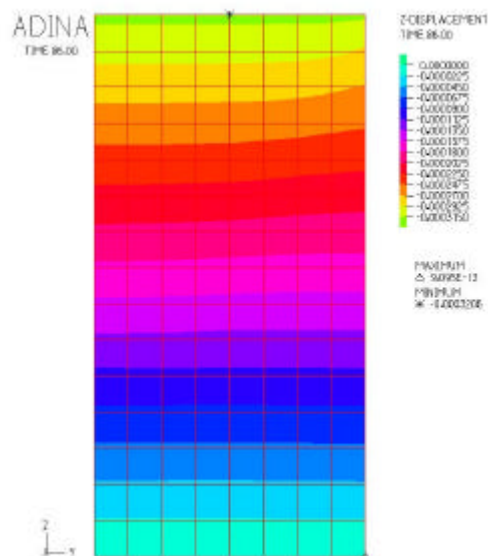


Figura 107 – Deslocamentos verticais do corpo-de-prova cilíndrico

Fazendo-se um novo modelo, aproveitando apenas as condições de axissimetria e impondo deslocamentos máximos de 0,35 mm nos topos do corpo-de-prova, pode-se obter uma configuração de fissuração ainda mais próxima da realidade. A Figura 108 ilustra o quadro de fissuração para o novo modelo.

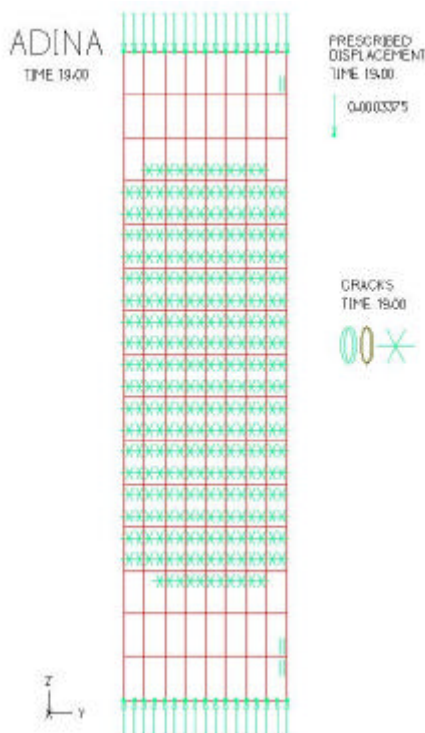


Figura 108 – Quadro de fissuração para modelo com imposição de deslocamentos

A Figura 109 ilustra um ensaio experimental de um corpo-de-prova cilíndrico submetido a compressão axial e que se aproxima bastante do resultado encontrado numericamente.



Figura 109 – Quadro final de fissuração para ensaio de compressão axial
(Fonte: MEHTA(1985))

Deve-se lembrar o fato de que a resistência à tração e a deformação última do concreto de alto desempenho utilizado por FERNANDES et alii (2000) tiveram de ser estimados na presente simulação. Desta maneira, acredita-se que se estes parâmetros tivessem sido informados de maneira precisa, o resultado numérico poderiam ser idêntico ao resultado experimental médio. De qualquer maneira, salvo as imprecisões anteriormente relatadas, acredita-se que a modelagem do ensaio de compressão axial utilizando o programa ADINA foi bastante satisfatória.

Observou-se nesta simulação a importante vantagem em se tirar proveito das condições de simetria e axissimetria do modelo, e também o quanto é importante a descrição precisa das condições de vinculação da estrutura, uma vez que condições mal descritas remetem a resultados altamente distorcidos.

9.6 Viga de Concreto Armado Com Abertura na Alma

Neste item é feita uma análise não-linear de uma viga de concreto armado comum com uma abertura retangular na alma. Esta modelagem é feita tomando por base o ensaio experimental realizado por MANSUR et alii ^(a) (1991).

9.7.1 Introdução

Existe atualmente uma crescente tendência em se construir grandes obras eliminando o espaço adicional gerado pela inclusão de forros falsos, muitas vezes necessários para a camuflagem de dutos e tubulações que passam por debaixo de vigas dos pisos de uma edificação.

A eliminação deste espaço extra é feita pela passagem das tubulações através das vigas dos pisos, possibilitando desta maneira, um projeto mais compacto e econômico. No entanto, a introdução de aberturas nas almas das vigas de concreto gera altas concentrações de tensão nos cantos da abertura, reduzindo a rigidez da peça e alterando o comportamento simples de uma viga em um comportamento muito mais complexo.

Desta maneira, quando aberturas forem dispostas em vigas de concreto, há a necessidade de se calcular apropriadamente a carga de ruptura e o comportamento da peça para a carga de serviço. De acordo com MANSUR et alii ^(c) (1991) e MANSUR et alii ^(b) (1992), muitas pesquisas foram feitas no passado visando obter a resistência última e os detalhes de armação de aberturas de vigas de concreto armado e pretendido com grandes aberturas nas almas.

Por outro lado, pouca atenção tem sido direcionada para a análise do comportamento das vigas de concreto armado com furos nas almas sob a ação de cargas de serviço, especialmente no que se refere à deflexão. De acordo com MANSUR et alii ^(b) (1992), apenas alguns poucos pesquisadores fornecem um tratamento analítico para o caso de deflexão destas peças.

Além de tudo, de acordo com MANSUR et alii ^(c) (1991), os métodos disponíveis para quantificação da resistência última só podem ser aplicados para vigas simplesmente apoiadas. No caso de vigas contínuas com furos na alma, a redução da rigidez devido à presença destas aberturas causa uma redistribuição das forças internas e dos momentos, justamente as grandezas que precisam ser determinadas apropriadamente no projeto destes elementos. A deflexão também é afetada por tais redistribuições.

MANSUR et alii ^(c) (1991) e MANSUR et alii ^(b) (1992) apresentaram um modelo analítico para a estimativa da curva carga x deflexão de vigas de concreto armado com furos na alma carregadas na seção sólida, enquanto MANSUR et alii ^(a) (1991) apresentaram resultados experimentais obtidos em vigas contínuas de concreto armado com furos na alma.

MANSUR et alii ^(a) (1991) ensaiaram 20 vigas, todas com seção retangular (200 x 400 mm) e com oito barras longitudinais dispostas simetricamente ao longo da seção. Procurando simular computacionalmente o comportamento de vigas de concreto armado com aberturas na alma foi tomada uma das vigas ensaiadas por MANSUR et alii ^(a) (1991) e que apresenta características geométricas e detalhes de armação conforme ilustra a Figura 110.

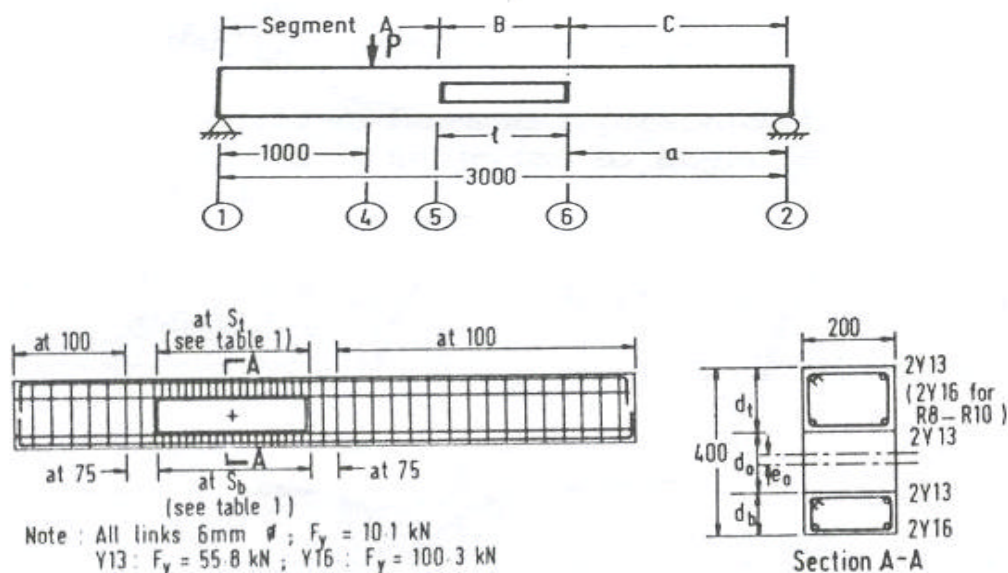


Figura 110 – Características de viga ensaiada por MANSUR et alii ^(a) (1991)

A Tabela 27 apresenta os detalhes adicionais da viga de concreto com abertura na alma ensaiada por MANSUR et alii ^(a) (1991).

Tabela 27 – Detalhes da viga ensaiada por MANSUR et alii ^(a) (1991)

Viga	l (mm)	d_t (mm)	d_o (mm)	d_b (mm)	E_o (mm)	a + l/2 (mm)	s_t (mm)	s_b (mm)	f_c (MPa)
R1	400	110	180	110	0	1000	40	40	30,4

A Tabela 28 ilustra as respectivas deflexões para a carga de serviço e para a carga de ruptura para a viga ensaiada por MANSUR et alii ^(a) (1991).

*Tabela 28 – Deflexões para carga de serviço e para carga de ruptura
(MANSUR et alii ^(a) (1991))*

Viga	Carga de Serviço* (kN)	Deflexão de Serviço (mm)	Carga de Ruptura (kN)	Deflexão de Ruptura (mm)
R1	131,70	6,62	223,90	15,00

* Carga de Serviço = Carga de Ruptura / 1,7

9.7.2 Simulação Computacional

Antes de realizar a simulação não-linear foi feita uma análise elástica linear, sem levar em consideração a presença das armaduras, procurando visualizar as regiões críticas da viga com abertura na alma sujeita a uma carga concentrada. A Figura 111 ilustra a malha de elementos finitos utilizada na análise elástica utilizando o programa QUEBRA2D. Os resultados obtidos são apresentados nas Figuras 112, 113, 114 e 115.

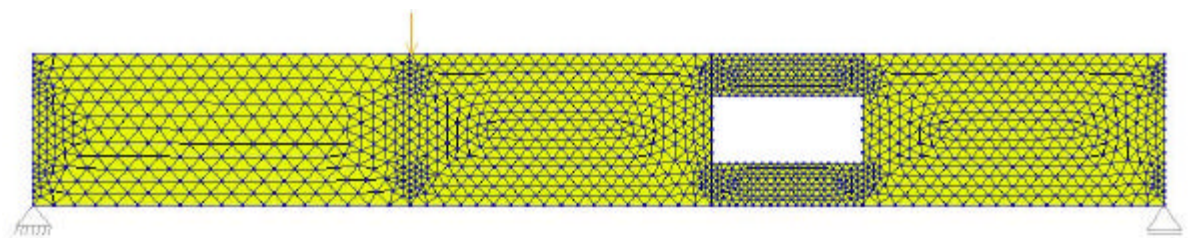


Figura 111 –Malha utilizada no programa QUEBRA2D

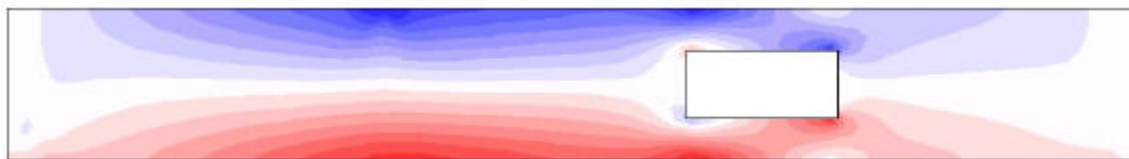


Figura 112 - Tensões σ_x obtidas no programa QUEBRA2D

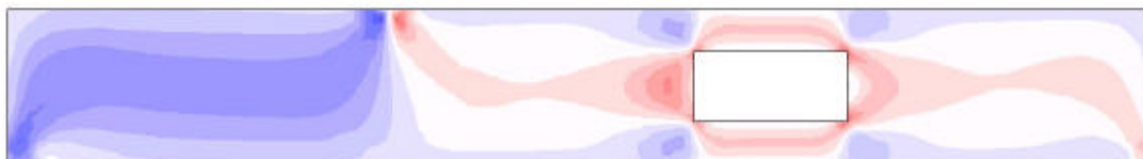


Figura 113 - Tensões τ_{xy} obtidas no programa QUEBRA2D



Figura 114 - Tensões principais σ_1 obtidas no programa QUEBRA2D

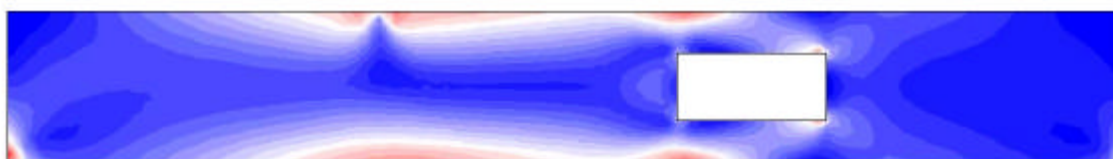


Figura 115 - Tensões $\tau_{\max}$ obtidas no programa QUEBRA2D

Pela análise das figuras anteriores, pode-se dizer que a viga está sujeita a grandes tensões de tração na região inferior da viga, abaixo do ponto de aplicação de carga e também na extremidade direita inferior da abertura introduzida na alma da viga. Fissuras provavelmente devem surgir nessas regiões caso a viga não esteja efetivamente armada. Também pode-se observar grandes intensidades de tensões cisalhantes nos cantos situados no lado direito da abertura.

A abertura na alma da viga faz com que esta fique com o comportamento de uma viga biapoiada na região entre a extrema esquerda da viga e a face esquerda da abertura. Esta análise elástica linear utilizando QUEBRA2D é de grande utilidade devido à obtenção de respostas rápidas e da grande facilidade em discretizar a malha de elementos finitos.

A malha de elementos finitos utilizada na simulação não-linear utilizando ADINA infelizmente não pôde ser tão discretizada quanto a malha apresentada anteriormente. A malha utilizada na presente simulação não-linear é ilustrada na Figura 116 enquanto a Figura 117 ilustra a posição das armaduras transversais e longitudinais dentro da viga em análise.

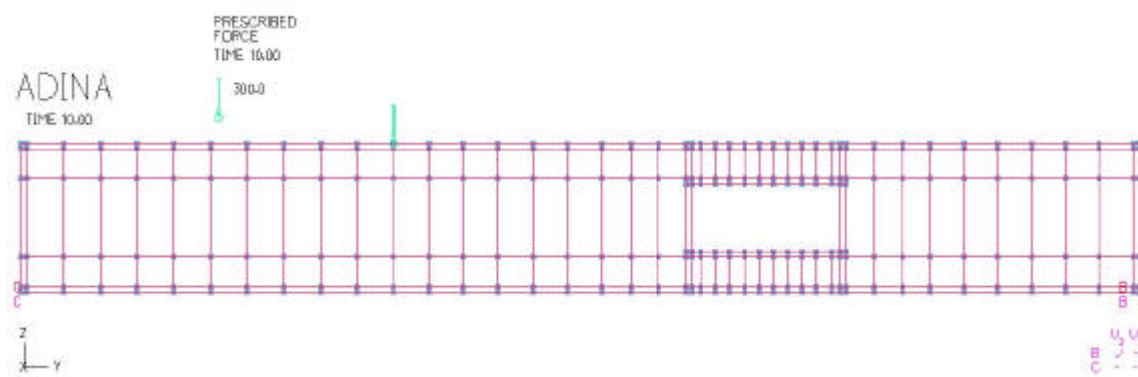


Figura 116 – Malha de elementos finitos utilizada para viga com abertura na alma



Figura 117 – Disposição das armaduras na viga em análise

Para esta simulação foram utilizados no programa ADINA quatro tipos distintos de elementos. O modelo ilustrado na Figura 116 totalizou 230 elementos do tipo “plane stress” utilizados para simular o concreto, 110 elementos do tipo “truss” para simular os estribos, 123 elementos do tipo “truss” para simular as armaduras de flexão com diâmetro de 13mm e 41 elementos do tipo “truss” para simular as armaduras de flexão com diâmetro de 16 mm. Trata-se de um modelo bidimensional bastante complexo em sua definição que apresenta um total de 814 nós. As características e as propriedades dos materiais utilizados nesta simulação são apresentados a seguir:

Propriedades do Concreto:

Módulo tangente inicial: 30.876 MPa;

Coeficiente de Poisson: 0,20;

Resistência à tração uniaxial: 6,0 MPa;

Máxima resistência à compressão uniaxial (SIGMAC): 30,4 MPa;

Deformação correspondente a SIGMAC: 0,0032;

Resistência última à compressão uniaxial(SIGMAU): 25,84 MPa;

Deformação correspondente a SIGMAU: 0,0045;

Outros parâmetros adotados: Adotado os dados padrões do programa ADINA

Propriedades do Aço:

Barras de 6,3 mm(Estribos):

Área: 0,62 cm²

Tensão de Escoamento: 273,3 MPa

Módulo de Elasticidade: 210 000 MPa

Coeficiente de Poisson: 0,30

Deformação Máxima: 0,01

Módulo de Enrijecimento: 3970 MPa

Barras de 12,5 mm

Área: 2,45 cm²

Tensão de Escoamento: 454,7 MPa

Módulo de Elasticidade: 210 000 MPa

Coeficiente de Poisson: 0,30

Deformação Máxima: 0,01

Módulo de Enrijecimento: 3970 MPa

Barras de 16,0 mm

Área: 4,02 cm²

Tensão de Escoamento: 498,9 MPa

Módulo de Elasticidade: 210 000 MPa

Coeficiente de Poisson: 0,30

Deformação Máxima: 0,01

Módulo de Enrijecimento: 3970 MPa

Alguns dos valores relatados anteriormente tiveram de ser estimados, uma vez que não foram relatados no ensaio experimental realizado por MANSUR et alii^(a) (1991).

A carga de ruptura calculada com a utilização do programa ADINA foi de 187,50 kN enquanto o deslocamento vertical no meio do vão entre a aplicação da carga e a face esquerda da abertura foi de 10,56 mm. As barras longitudinais inferiores apresentaram uma deformação de 0,006. A Figura 118 ilustra o quadro de fissuração final obtido numericamente para a viga com abertura na alma.

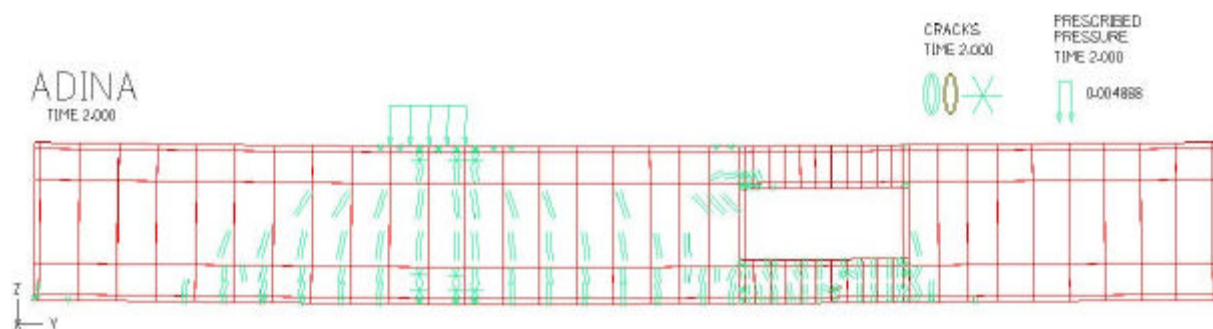


Figura 118 – Quadro de fissuração para viga com abertura na alma

As primeiras fissuras deram-se nos cantos da abertura e posteriormente na região abaixo da aplicação do carregamento (face inferior da viga) conforme previa a simulação utilizando QUEBRA2D.

Conforme ilustra a Figura 118, a viga apresenta uma grande intensidade de fissuras causadas por tração na porção inferior da viga e nos quatro cantos da abertura e também fissuras causadas por esmagamento do concreto comprimido logo abaixo da região de aplicação do carregamento. De acordo com MANSUR et alii^(a) (1991) a ruína observada experimentalmente deu-se pela formação de várias fissuras na região sólida abaixo da região de carregamento, exatamente coincidente com os resultados encontrados numericamente.

Apesar da carga de ruptura e do deslocamento vertical encontrados computacionalmente estarem longe dos resultados obtidos experimentalmente, acredita-se que os resultados foram razoáveis, uma vez que muitos dos parâmetros tiveram de ser

estimados. Mesmo se apoiando em normas de crédito internacional para determinação de parâmetros que muitas vezes não são relatados, o ensaio computacional fica prejudicado, pois os valores geralmente recomendados são utilizados para projeto (estes parâmetros são majorados ou minorados objetivando segurança na falta de ensaios experimentais) e não visam a capacidade última do material.

A única maneira de se conseguir uma simulação computacional perfeitamente compatível com um ensaio experimental é obtendo todas as variáveis que interferem no problema. Esse número de variáveis é muito grande para o caso de simulações envolvendo concreto e aço simultaneamente. Para se ter uma idéia da grandiosidade do número de parâmetros, numa simulação simples em elementos de concreto é preciso definir no programa ADINA cerca de no mínimo 9 propriedades do material. Além disso, ainda se tem o problema das condições de contorno, que devem ser muito bem definidas.

Outro problema que pode ter afetado esta simulação pode ter sido a malha de elementos finitos utilizada, que infelizmente é limitada devido a versão educacional do programa utilizado.

MANSUR et alii ^(a) (1991) ensaiaram apenas uma viga com este posicionamento de abertura, e por isso, pode ser que o ensaio também tenha apresentado problemas. O ideal seria a apresentação de mais resultados para um mesmo tipo de ensaio. Deve ser aqui registrado, a importante observação constatada por MANSUR et alii ^(a) (1991), de que o quadro de fissuração e os modos de ruína variam completamente em função do tamanho e da posição das aberturas nas vigas.

Um fator que não pode deixar de ser mencionado neste trabalho é a grande dificuldade na obtenção de ensaios com vigas retangulares com aberturas na alma. Existem poucos trabalhos publicados a respeito do assunto e na maioria das vezes, devido ao espaço restrito dos jornais científicos, os artigos disponíveis são muito resumidos, o que dificulta enormemente uma simulação computacional. Essa falta de trabalhos publicados na área abre um ótimo espaço para novas pesquisas, principalmente no caso de novos materiais construtivos, como por exemplo, o concreto de alto desempenho.

9.8 Análise de Fissuração e Ruína em Arcos de Concreto

Pontes em arco feitas em alvenaria de tijolos vêm sendo estudadas ao longo de muitos séculos e, dessa maneira, muitos métodos analíticos foram desenvolvidos, objetivando principalmente o estudo da resistência última das pontes em arco. De acordo com LOO & YANG (1991), os critérios de ruína adotados para alvenaria são geralmente parecidos com os usados para concreto sob estado de tensão biaxial. Esta hipótese assumida com a relação tensão-deformação da alvenaria possibilita o estudo da fissuração ou esmagamento dos arcos sob carregamentos incrementais.

Neste item apresenta-se uma análise não-linear para uma ponte em arco feita em concreto cuja geometria, condições de contorno e de carregamento são baseadas em uma simulação efetuada por LOO & YANG (1991) em uma ponte em arco feita em alvenaria de blocos de concreto. Esta simulação tem como objetivo fazer um elo de ligação entre as simulações computacionais obtidas a partir de ensaios laboratoriais e estruturas reais de engenharia observadas no cotidiano.

9.8.1 Introdução

De acordo com LOO & YANG (1991), arcos em alvenaria são utilizados em pontes há pelo menos 4000 anos e em alguns países, pontes em arco muito antigas ainda são utilizadas para o escoamento de tráfego de rodovias e ferrovias.

Essas pontes podem suportar com segurança o crescente acréscimo de cargas dinâmicas, sem apresentar nenhum tipo de colapso ou sinal de perigo. Acredita-se que uma das causas dessa eficiência estrutural seja a utilização de métodos super conservativos nos primeiros projetos de pontes em arco.

Apesar dessa grande capacidade resistente às cargas dinâmicas, os arcos podem chegar a ruína devido a condições de carregamento originadas de movimentos horizontais e verticais nos apoios da estrutura. Pequenos movimentos podem danificar o arco de maneira crucial, caso este não tenha tempo suficiente de retornar ao seu estado original.

Estes movimentos só podem ser acomodados com a fissuração da estrutura e este tipo de deterioração pode ser significativa em algumas regiões do arco, pois a propagação destas fissuras pode levar a estrutura a ruína rapidamente. Dessa maneira, o estudo da fissuração é muito importante para um melhor entendimento da performance estrutural das pontes em arcos.

Nos séculos passados, engenheiros e cientistas voltaram suas atenções para a análise elástica de arcos submetidos unicamente a cargas verticais. De acordo com LOO & YANG (1991), estes trabalhos incluíam conceitos clássicos como a Lei de Hooke e um método conhecido como “Line of Thrust”, ilustrado na Figura 119.

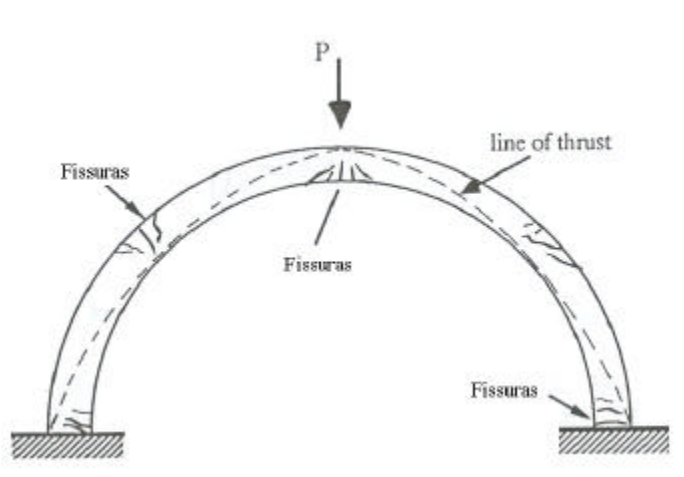


Figura 119 – “Line of Thrust” em um arco semicircular submetido a carga central

No começo deste século, PIPPARD (1936) *apud* LOO & YANG (1991), desenvolveu um conceito de cálculo no qual admitia a carga limite como sendo igual a carga causadora da primeira fissura na estrutura. Esta análise é considerada extremamente conservadora, pois a carga que produz a primeira fissura no arco não é capaz de causar a ruína global do arco.

HEYMAN (1981) *apud* LOO & YANG (1991), revisou muitas das antigas teorias e então apresentou um mecanismo de análise baseado no conceito de plastificação, mas que tende a superestimar a carga de ruína da estrutura. De acordo com o pesquisador a ruína de um arco com apoios fixos se dá quando são formadas pelo menos quatro regiões de fissuração, conforme ilustra a Figura 119.

Aproximações não-lineares utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF) têm sido desenvolvidas para cobrir as deficiências dos métodos propostos no passado. De acordo com LOO & YANG (1991), acredita-se que CRISFIELD (1981) e TOWLER (1981), independentemente, foram os primeiros a aplicar o MEF a análise de ruína em pontes em arco feitas em alvenaria.

LOO & YANG (1991) propuseram um modelo constitutivo para a análise bidimensional de arcos feitos em alvenaria e obtiveram vários resultados pela implementação deste modelo em um programa computacional. Dessa maneira, foram tomadas as características geométricas de um dos arcos em alvenaria simulados pelos pesquisadores e foi feita uma modelagem de um arco em concreto de baixa resistência à compressão com a utilização do programa ADINA.

9.8.2 Simulação Computacional

A Figura 120 ilustra os elementos constituintes de uma ponte em arco idealizada para a presente simulação.

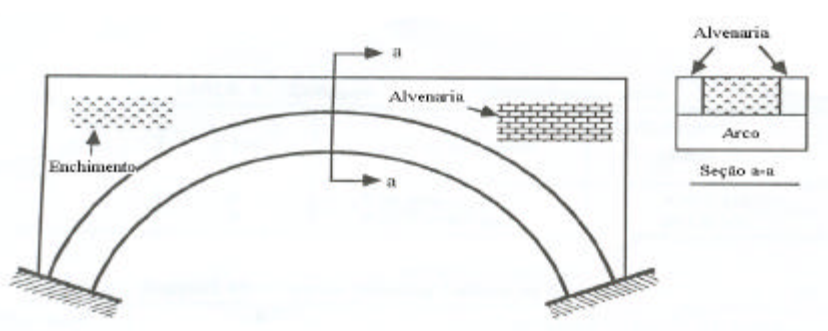


Figura 120 – Elementos constituintes de uma ponte em arco

O enchimento contido entre as duas paredes geralmente é feito com pedras ou entulho, mas para pequenas pontes, costuma-se utilizar o solo obtido no próprio local de construção da obra-de-arte. De acordo com LOO & YANG (1991), o enchimento tem utilidade para dois propósitos: estabilidade e transmissão de cargas dinâmicas ao arco. No entanto, a carga estática gerada pelo peso do enchimento e das paredes constitui uma porção considerável da carga total a ser suportada pelo arco.

LOO & YANG (1991) simularam uma ponte em arco feita em alvenaria com as propriedades mecânicas apresentadas na Tabela 29. Na simulação, os pesquisadores não trataram os blocos de concreto e a argamassa separadamente e por isso, foram assumidas propriedades médias da alvenaria.

Tabela 29 – Propriedades médias de alvenaria ensaiada por LOO & YANG (1991)

f_{ck} (MPa)	f_t (MPa)	e_c	E (MPa)	n
28	0,5	0,0030	18670	0,16

O arco ensaiado pelos pesquisadores possui um vão de 8,0 m e o peso de enchimento acima do arco foi tomado como sendo igual a 0,45 m. Foram analisados vários casos de carregamento: carga concentrada no meio do vão e movimentos horizontais e verticais do apoio fixo, conforme ilustra a Figura 121.

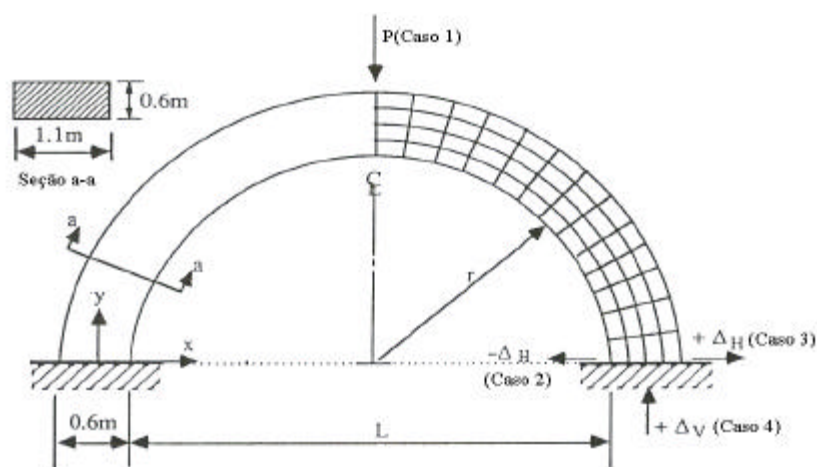


Figura 121 – Casos de carregamento para arco semicircular

A Tabela 30 apresenta a carga e os movimentos horizontais e verticais do apoio fixo que causaram a ruptura do arco.

*Tabela 30 – Carga e movimentos de apoio causadores de ruptura do arco semicircular
(LOO & YANG (1991))*

Arco	L(m)	(Caso 1)	(Caso 2)	(Caso 3)	(Caso 4)
		P(kN)	- ΔH (mm)	+ ΔH (mm)	+ ΔV (mm)
(2)	8	936,9	-5,68	1,52	12,40

O arco de concreto modelado na presente simulação possui as mesmas características geométricas do arco semicircular apresentado na Figura 121 e a malha de elementos finitos adotada é apresentada na Figura 122.

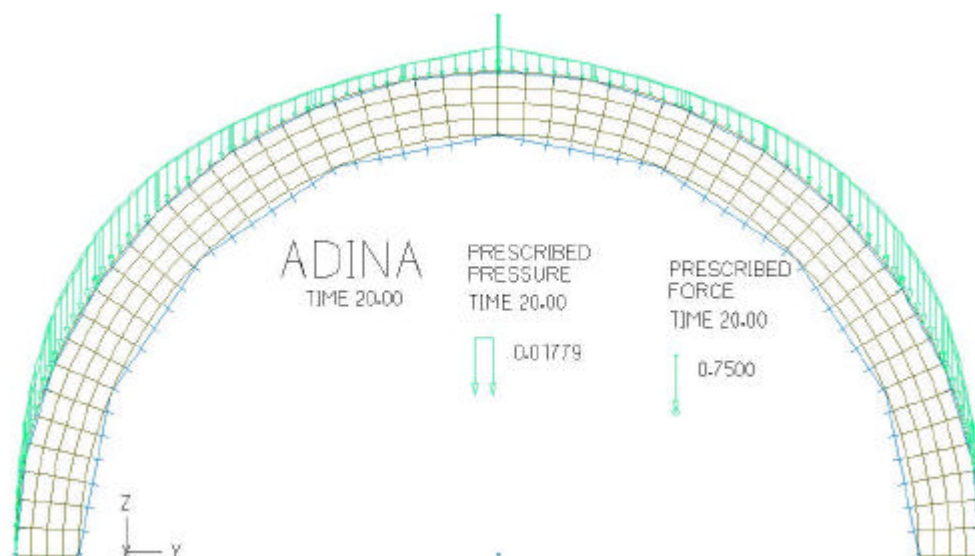


Figura 122 – Malha de elementos finitos para arco semicircular

Os apoios da estrutura são fixos e o carregamento devido ao peso próprio do enchimento mais alvenaria é assumido como sendo igual a 16,7 kN/m³.

As propriedades do concreto utilizado nesta simulação são apresentadas a seguir, sendo que maiores detalhes a respeito das variáveis podem ser obtidas na simulação do corpo-de-prova cilíndrico submetido ao ensaio de compressão diametral.

Propriedades do Concreto:

Módulo tangente inicial: 37000 MPa;

Coeficiente de Poisson: 0,20;

Resistência à tração uniaxial: 4,219 MPa;

SIGMAC: 27,93 MPa;

Deformação correspondente a SIGMAC: 0,0017;

SIGMAU: 23,741 MPa;

Deformação correspondente a SIGMAU: 0,0030;

Peso específico: 0,022 MN/m³.

Os resultados obtidos para o arco semicircular com a utilização do programa ADINA são apresentados na Tabela 31. Estes resultados foram obtidos pela utilização do método de solução completo de Newton com critério de convergência baseado em energia.

Tabela 31 – Cargas e movimentos de apoio causadores de ruptura do arco semicircular utilizando ADINA

		(Caso 1)	(Caso 2)	(Caso 3)	(Caso 4)
Arco	L(m)	P(kN)	- ΔH (mm)	+ ΔH (mm)	+ ΔV (mm)
(2)	8	575,00	-5,50	3,25	16,75

9.8.3 Resultados e Comentários

Para cada caso de carregamento e de movimento horizontal/vertical do apoio direito, a análise começou desde zero e foi até a ação que ocasionou o colapso da estrutura. Em todas análises foi considerado o peso próprio do arco e do enchimento a uma altura de 0,45 m acima do topo do arco semicircular.

Observa-se pela Tabela 31 que apesar da resistência à tração do concreto ser relativamente baixa, a carga máxima suportada pelo arco no meio do seu vão é bastante elevada. No entanto, apesar do arco ser capaz de suportar cargas elevadas, observa-se que a estrutura chega ao colapso rapidamente para pequenos movimentos horizontais ou verticais

do apoio fixo. Portanto, torna-se fundamental uma atenção especial na execução dos apoios fixos da estrutura.

As Figuras 123, 124, 125 e 126 ilustram os quadros de fissuração para os casos de carregamento simulados utilizando o programa ADINA.

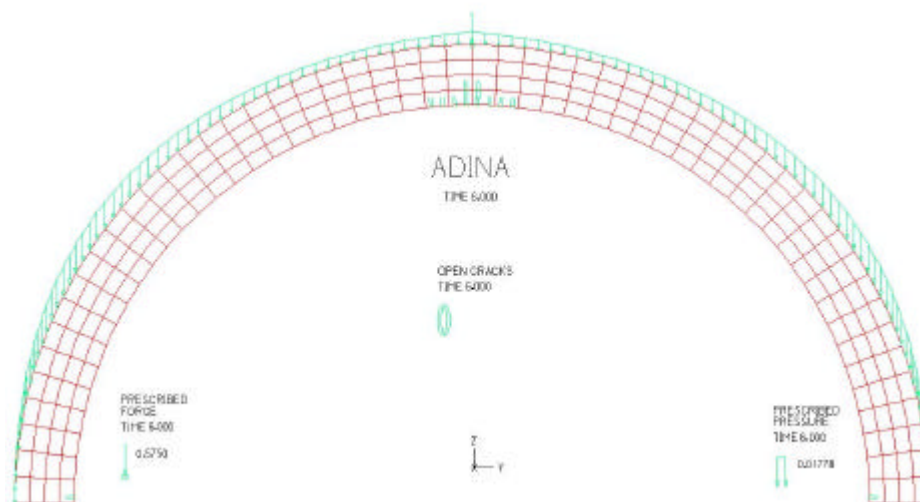


Figura 123 – Quadro de fissuração para o Caso 1

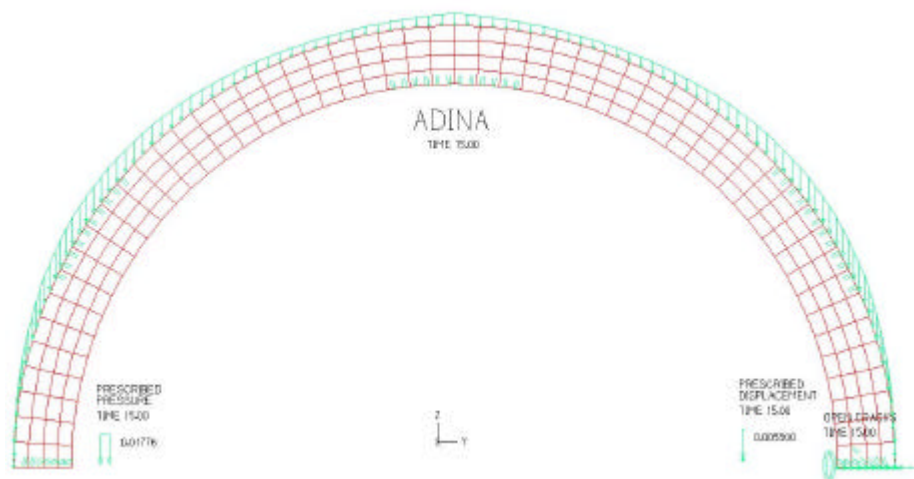


Figura 124 – Quadro de fissuração para o Caso 2

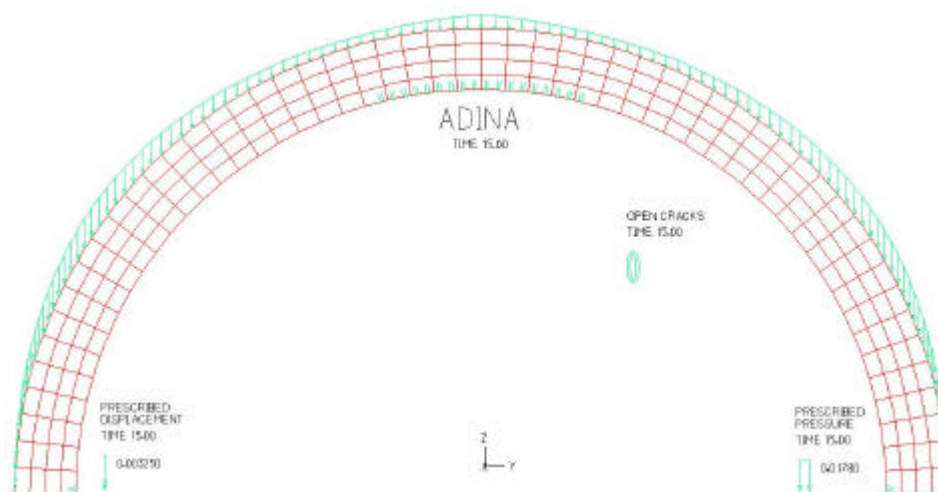


Figura 125 – Quadro de fissuração para o Caso 3

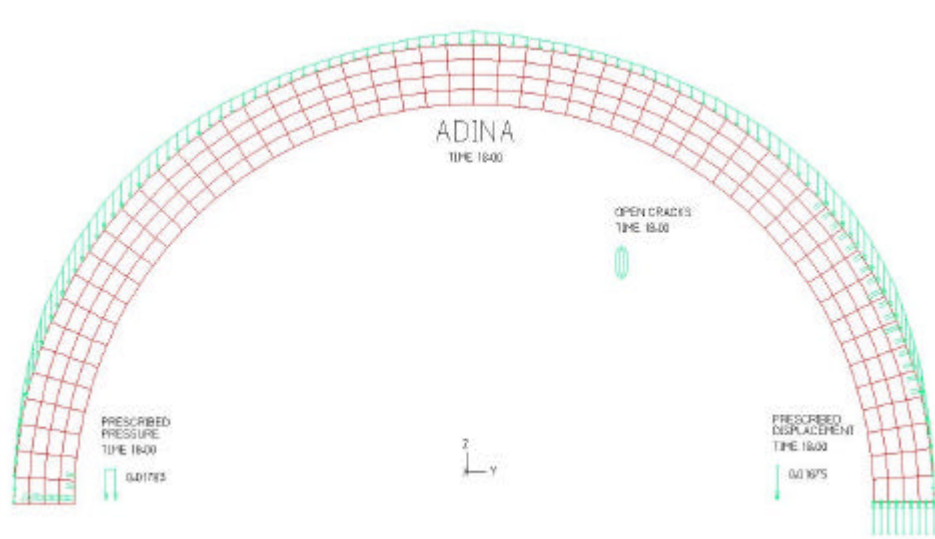


Figura 126 – Quadro de fissuração para o Caso 4

É evidente que dificilmente será encontrado no dia-a-dia um arco de concreto construído sem a disponibilização de algumas armaduras de tração. Pela simulação efetuada é possível estimar qual deve ser a taxa de armadura a ser empregada e também quais são as regiões onde estas devem ser disponibilizadas. Um arco trabalha essencialmente a esforços de compressão e por isso, são necessárias armaduras apenas para controle de fissuração.

Os valores encontrados na simulação do arco de concreto aproximam-se bastante das configurações de fissurações encontradas por LOO & YANG (1991) na simulação do arco em alvenaria. No entanto, deve-se enfatizar que os materiais possuem comportamentos completamente distintos e por isso, valores numéricos como a carga de ruptura não podem ser comparados.

Para o arco em alvenaria a fissura tende a surgir na interface entre a argamassa e o bloco de concreto e vai se propagando de maneira gradativa. No arco de concreto as fissuras originadas tendem a se propagar rapidamente, levando a estrutura ao colapso, caso não existam armaduras para controle de tais fissuras.

Este exemplo de simulação computacional em uma estrutura real de concreto serve como preparativo para uma análise muito mais complexa que será efetuada, a análise de ruína da ponte Schoharie Creek, vista a seguir.

9.9 Ponte Schoharie Creek

Serão aqui discutidos os fatores que levaram a ponte Schoharie Creek ao colapso, descrevendo as mais relevantes condições geológicas, hidrográficas e geométricas da estrutura, baseadas em informações contidas no laudo oficial das empresas Wiss, Janney, Elstner Associates Inc. e Mueser Rutledge Consulting Engineers (WJE & MRCE, 1987), responsáveis pela avaliação das causas da tragédia. É feita uma simulação numérica da ponte Schoharie Creek para várias situações de carregamento, procurando chegar as possíveis causas do colapso.

9.9.1 Introdução

A ruína da ponte Schoharie, localizada na New York State Thruway, EUA, ocorreu no dia 5 de Abril de 1987, quando dois dos cinco vãos da ponte romperam repentinamente. Cinco veículos passavam pela ponte no instante da ruína resultando em 10 mortes.

A New York State Thruway é uma estrada interestadual que atravessa o estado de Nova York, sendo a maior estrada rápida dos EUA. Desde a sua construção, em meados dos anos 50, esta estrada tem suportado milhões de veículos anualmente e tem sido vital para o crescimento industrial, comercial e turístico do estado nova-iorquino.

A ponte Schoharie Creek foi aberta ao tráfego em 1954 e possuía um comprimento total de aproximadamente 165 m, largura de 35 m e uma altura em relação ao leito do rio de 25 m. A Figura 127 ilustra uma visão em planta da ponte Schoharie Creek.

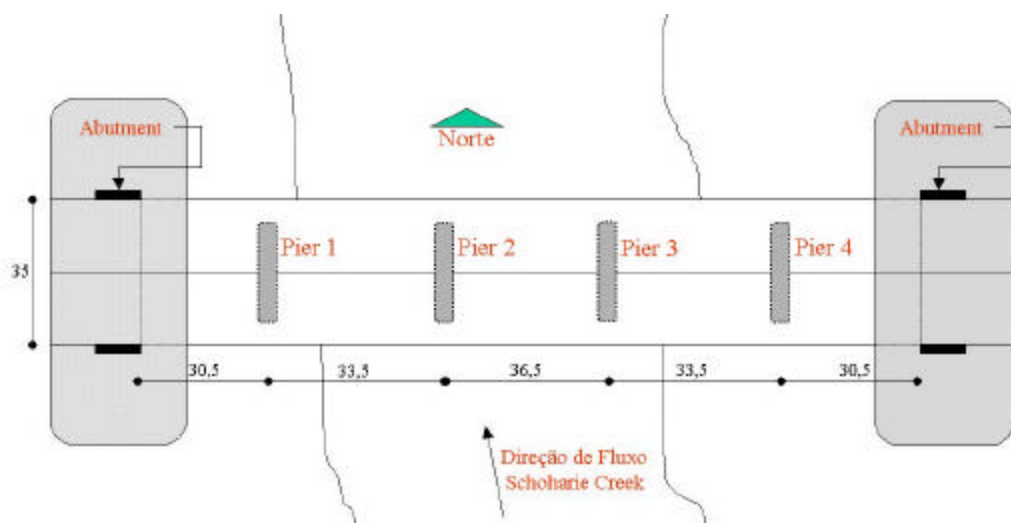


Figura 127 – Vista em planta da ponte Schoharie Creek

A região na qual se localizava a ponte Schoharie Creek foi vítima de tempestades intensas no final de semana que antecedeu a tragédia (3 e 4 de Abril, 1987). Vinte e quatro horas antes do colapso foi registrada uma intensidade pluviométrica de 152 mm que somado ao degelo resultante da última nevada, fez com que o leito do rio atingisse recorde de nível.

Aproximadamente às 10:45 hs do domingo, 5 de Abril, dois apoios da ponte Schoharie Creek (“Piers” 3 e 4) foram ao colapso no instante em que o leito do rio ultrapassou a altura da viga de fundação (elevação de 88,70 m). O leito normal do rio chegava na elevação de 85,34 m e no momento do colapso o nível foi medido na elevação de 90,22 m.

9.9.2 Investigações das Causas de Ruína

No dia 7 de Abril de 1987, as empresas Wiss, Janney, Elstner Associates Inc. e Mueser Rutledge Consulting Engineers deram início as investigações das causas que levaram a ponte Schoharie Creek ao colapso.

O acesso ao local do acidente foi difícil, pois o nível do rio Schoharie permaneceu em alta por várias semanas. Assim que o leito abaixou e um clima propício surgiu, as investigações foram iniciadas no local do acidente e nos documentos que relatam a história da obra-de-arte.

9.9.3 Descrição da Ponte Schoharie Creek

A ponte Schoharie Creek possuía cinco vãos com comprimentos nominais em torno de 30,5 m, 33,5 m, 36,5 m, 33,5 m e 30,5 m conforme ilustra a Figura 128.

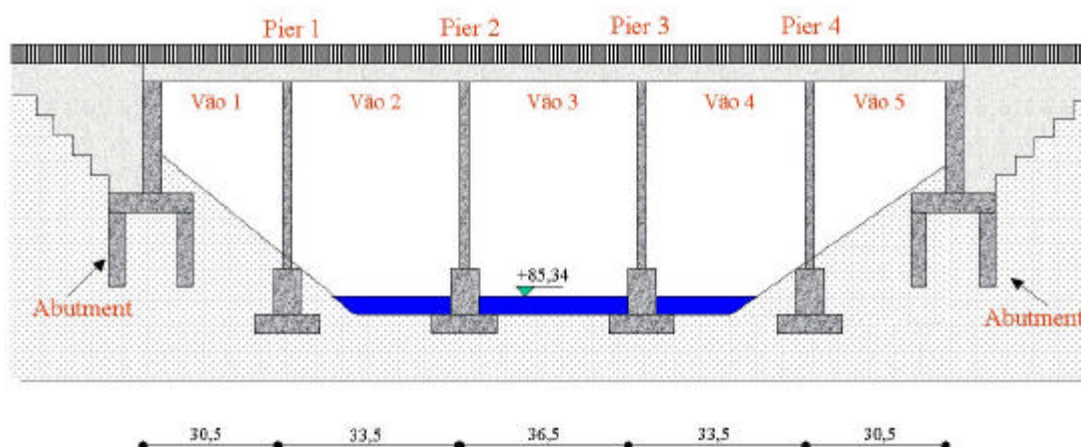


Figura 128 – Seção longitudinal da ponte Schoharie Creek

A subestrutura da ponte consistia de 4 apoios em forma de pilares (“piers”) nas regiões internas e 2 apoios sobre o maciço de solo nos limites da estrutura (“abutments”). Cada um dos apoios foi suportado sobre um solo denso, sendo os “piers” 2 e 3 executados na região onde se encontrava o leito do rio e os “piers” 1 e 4 executados nas margens do rio.

Os “piers” possuíam diferentes alturas devido ao relevo da região e consistiam de 2 pilares de concreto (“column”) conectados por uma viga superior (“tie beam”) e apoiados sobre uma viga de fundação (“plinth”). A Figura 129 ilustra os elementos constituintes dos “piers”.

Para o projeto da ponte Schoharie Creek foi utilizada a edição de 1949 da AASHO “Standard Specifications for Highway Bridges”, que incluía critérios para solicitações, tensões de trabalho requeridas para os mais diversos tipos de materiais, condições para estrutura de fundação e execução da obra. A ponte foi projetada com concreto com resistência à compressão em torno de 21 MPa e aço com tensão de trabalho de 124 MPa.

Problemas graves foram encontrados em 1955, menos de um ano da abertura da ponte Schoharie Creek. Foram observadas fissuras verticais nos “plinths” de todos “piers” com espessuras entre 3 e 4,5 mm.

Como solução para o problema foi adotada a construção de reforços de aproximadamente 90 cm sobre cada um dos “plinths”. Esse elemento, referido como “plinth reinforcement”, foi executado em 1957. A Figura 129 ilustra uma seção transversal da subestrutura da ponte Schoharie Creek com o reforço adotado.

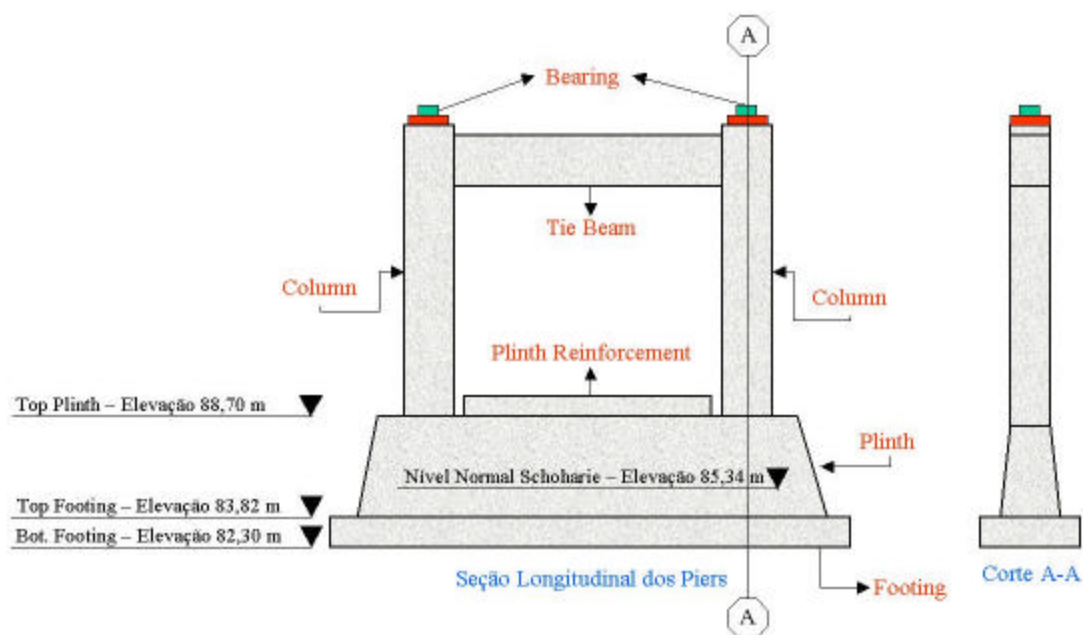


Figura 129 –Subestrutura da ponte Schoharie Creek

9.9.4 Aspectos Geológicos e Hidrológicos

O clima na região da ponte Schoharie Creek é do tipo continental, caracterizado por uma precipitação moderadamente alta, baixa evaporação e temperatura média anual na ordem de 7° C.

A camada de solo mais profunda é caracterizada por uma camada rochosa, denominada “bedrocks” e sobre esta camada mais resistente existem seis tipos de solos, resultantes de eventos glaciais: “fill”, “silt”, “stratified drift”, “basal till”, “varved clay” e “stream alluvium”. Em geral são solos resistentes e essencialmente incompressíveis que contêm materiais granulares de silte, areia e cascalho. No entanto, a presença de areia torna a região susceptível à erosão.

A máxima vazão registrada no Schoharie Creek foi de aproximadamente 2166 m³/s em Outubro de 1955, um ano após a ponte ter sido aberta ao tráfego. Uma análise feita por especialistas, após a ruína, e baseada em dados hidrográficos no período de 1940 à 1953 forneceu uma estimativa para a vazão máxima de 1293 m³/s para um período de retorno de 50 anos. Adicionando novos dados, a partir de 1993, o valor encontrado foi de 1553 m³/s para um período de retorno de 50 anos.

O critério de cálculo para a vazão adotado não é claro na documentação disponível. O canal não foi aberto aparentemente para uma descarga específica, mas sim para a elevação máxima de 88,39 m, ocorrida em março de 1951. A vazão calculada para este pico é de 1073,20 m³/s com uma velocidade em torno de 3 a 3,5 m/s, velocidade esta capaz de causar erosão no solo com taxas de areia. Devido a esse motivo foram adotadas camadas rochosas (riprap) com largura de 1,5m sobre a base de todos “piers”. A Figura 130 ilustra um detalhe da fundação com proteção “riprap”.

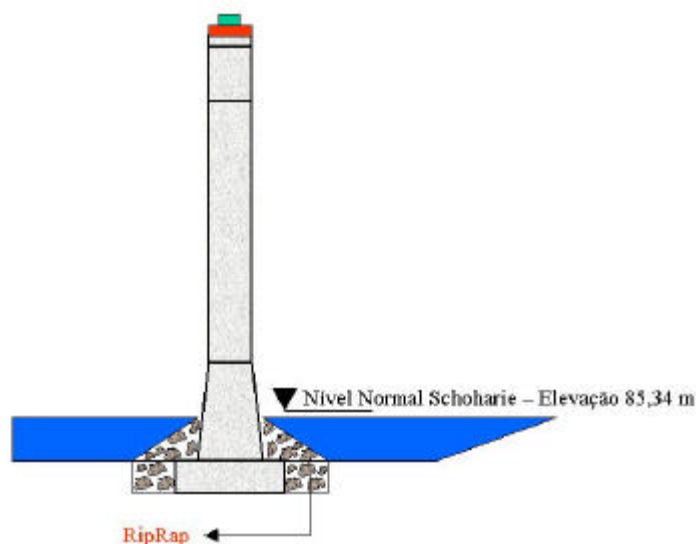


Figura 130 - Detalhe da proteção “riprap” na estrutura de fundação dos “piers”

9.9.5 Análise Estrutural

Conforme resultados obtidos em investigações no local do acidente por WJE & MRCE (1987), a ruína da ponte Schoharie Creek deu-se devido à movimentação do “Pier 3”. Por esta razão, será feita uma análise estrutural detalhada deste “pier”, determinando as forças internas, grandezas e direções das tensões de tração resultantes da variação de ações e de suporte da estrutura, procurando chegar por meio de uma simulação numérica a configuração observada na estrutura colapsada (Figura 2).

De acordo com WJE & MRCE (1987), as cargas devidas ao peso próprio do “Pier 3” somadas às cargas transferidas pela superestrutura totalizaram cerca de 6,22 MN. O peso próprio foi baseado em um concreto com densidade de 24 kN/m³ para a região acima do nível de água e com densidade de 14 kN/m³ para a região abaixo do nível de água. A carga dinâmica foi desprezada, pois seu efeito é pequeno e além do que passageiro.

O nível normal de água foi considerado como chegando no topo da estrutura de fundação e atingindo a elevação de 90,22 m no instante da ruptura. Também foi considerado um peso de 0,29 MN referente à proteção “riprap” nas extremidades da viga de

fundação.

Durante a vazão foram consideradas forças laterais devido a ventos de 6,70 m/s aplicados nos lados das colunas e nos apoios (“bearings”) e forças devido a água de 4,57 m/s aplicadas em uma extremidade da viga de fundação (“footing”), “plinth” e pequena parte das colunas (“columns”).

Foi verificado “in loco” a presença insuficiente de proteção “riprap”, provavelmente devido a falta de manutenção da estrutura e isso propiciou regiões de erosão abaixo do “Pier 3”. Quando foi considerada a remoção de solo devido a forte intensidade das águas, a região minada foi modelada pela retirada dos apoios e pela retirada do peso da proteção “riprap”.

O efeito da armadura na rigidez de vários elementos foi desprezada e admitiu-se um módulo de elasticidade de 29.164,82 MPa, baseado em um concreto com resistência à compressão de 37,92 MPa. Esses dados foram obtidos por WJE & MRCE (1987) a partir de investigações experimentais em amostras recolhidas no local do acidente.

Nas investigações realizadas por WJE & MRCE (1987) a resistência média à tração do concreto utilizado no “Pier 3” deu-se em torno de 5,17 MPa. Segundo o ACI 318-83 apud WJE & MRCE (1987), a tensão de fissuração é tomada como sendo igual a $6\sqrt{f_c}$ ou $7,5\sqrt{f_c}$, ou seja, em torno de 3,10 ou 3,79 MPa.

Entretanto, a resistência à tração para peças de concreto é fortemente influenciada pelo tamanho desta, sendo gradualmente decrescente para grandes peças. Para peças muito grandes, a tensão nominal de ruptura é considerada como sendo associada a energia de fraturamento e é inversamente proporcional a raiz quadrada da dimensão da peça ($1/\sqrt{d}$).

Uma aproximação razoável para estimar a tensão que causou a ruptura por tração do “plinth” do “Pier 3”, é assumir que a resistência à tração de 5,17 MPa é válida para vigas com alturas menores do que 50,8 cm e que a energia de fraturamento (tensão nominal no

instante da ruptura proporcional a $1/\sqrt{d}$) é válida para vigas com alturas maiores que 50,8 cm. Com esta hipótese, é possível definir uma relação com efeito de escala aproximada.

O “plinth” do “Pier 3” possui uma altura de 6,40 m, o que leva a um fator de escala de 3,5 e conseqüentemente a uma tensão nominal média de ruptura em torno de 1,44 MPa. Como esta resistência obtida não tem muita precisão, procurou-se adotar um valor mais seguro, em torno de 1,37 MPa.

A Figura 131 ilustra a seção longitudinal do “Pier 3” com as dimensões dadas em metros. Foi necessária a conversão de unidades, uma vez que os desenhos originais encontravam-se em polegadas.

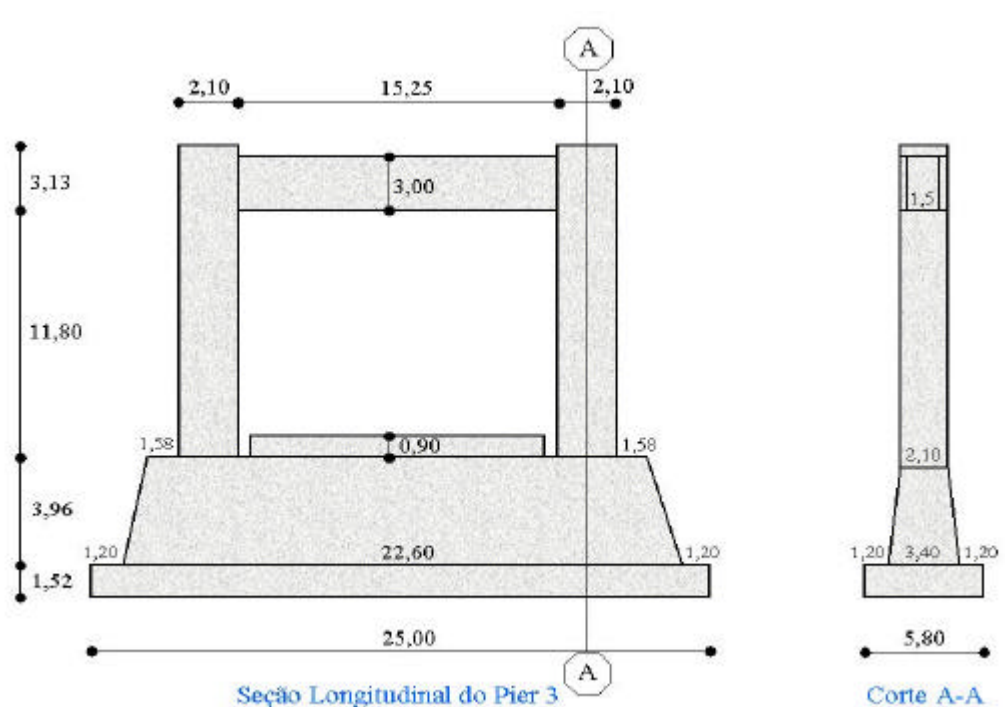


Figura 131 – Dimensões do “Pier 3”

A Figura 132 ilustra os carregamentos considerados na análise estrutural do “Pier 3”.

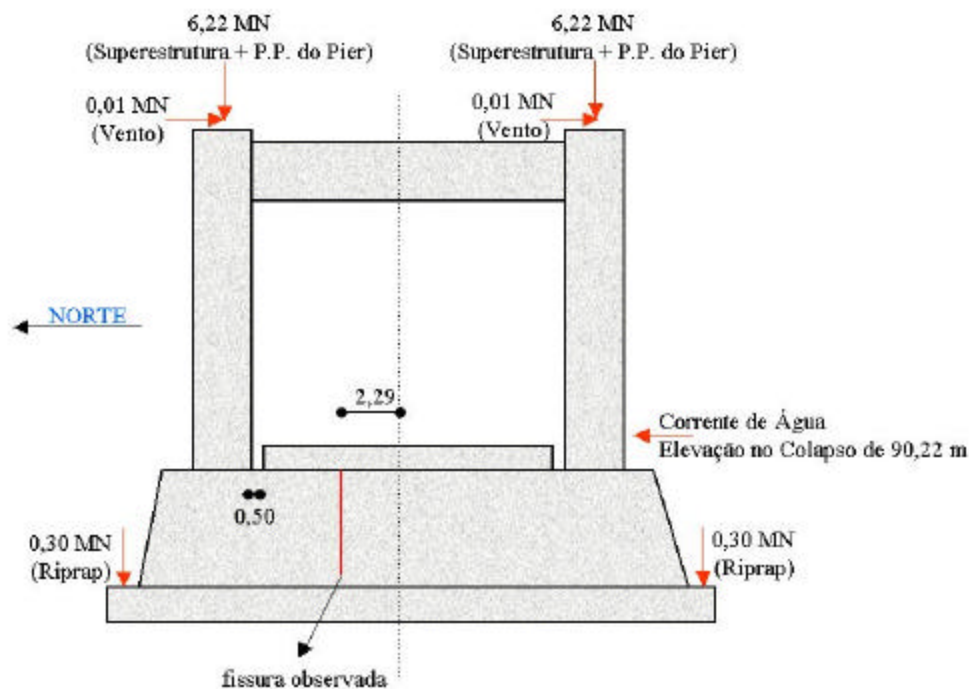


Figura 132 – Carregamentos considerados na análise

9.9.6 Simulação Computacional

Foi adotado para a simulação do “Pier 3” um modelo bidimensional não-linear com espessura e em estado plano de tensões. A malha de elementos finitos totalizou 178 elementos e 670 nós conforme ilustra a Figura 133.

O concreto foi descrito com as seguintes propriedades:

Módulo tangente inicial: 29164,82 MPa;

Coeficiente de Poisson: 0,20;

Resistência à tração uniaxial: 1,37 MPa;

Máxima resistência à compressão uniaxial(SIGMAC): 37,92 MPa;

Deformação correspondente a SIGMAC: 0,0017;

Resistência última à compressão uniaxial(SIGMAU): 32,232 MPa;

Deformação correspondente a SIGMAU: 0,0030;

Outros parâmetros adotados: Adotado os dados padrões do programa ADINA

Rigidez do solo (k) = 78,544 MN/m /m²

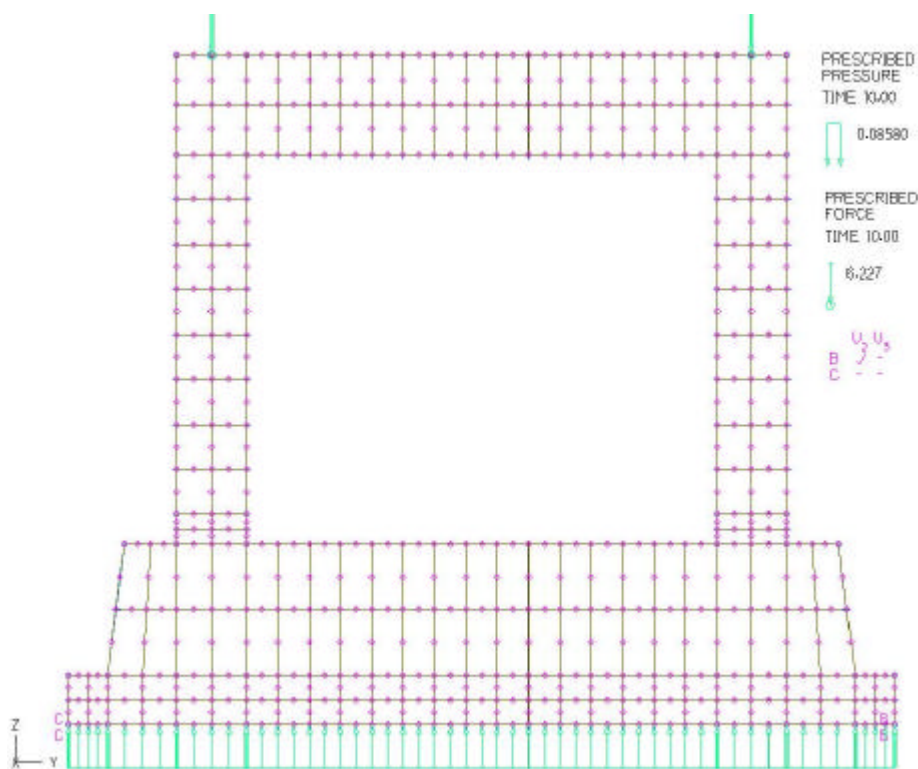


Figura 133 – Malha de elementos finitos utilizada para o “Pier 3”

O comportamento do “Pier 3” é feito em etapas, procurando estimar corretamente as forças internas que levaram a estrutura ao colapso. Dessa maneira, foram criados quatro estágios de carregamento:

- Estágio de Carregamento 1 – Cargas provenientes do peso próprio e da superestrutura logo após a construção da ponte;
- Estágio de Carregamento 2 – Cargas provenientes do peso próprio e da superestrutura após fissuração do “plinth”;
- Estágio de Carregamento 3 - Consideração de 5,88 m de região submetida a erosão abaixo da viga de fundação;
- Estágio de Carregamento 4 - Consideração de 9,14 m de região submetida a erosão abaixo da viga de fundação;

a) Estágio de Carregamento 1

Esta análise foi feita de duas maneiras: considerando um sistema auto-equilibrado e considerando a base do “Pier 3” como sendo constituído de molas com rigidez de 78,544 MN/m/m².

Para o sistema auto-equilibrado considerou-se uma carga distribuída total de 0,086 MPa aplicada em toda base do “Pier 3”. Essa carga, que corresponde à ação do solo sobre a base foi obtida dividindo-se a carga total de 12,44 MN aplicada nas colunas pela área total da base (25 m x 5,80 m).

A Figura 134 ilustra as tensões na direção y para o Estágio de Carregamento 1.

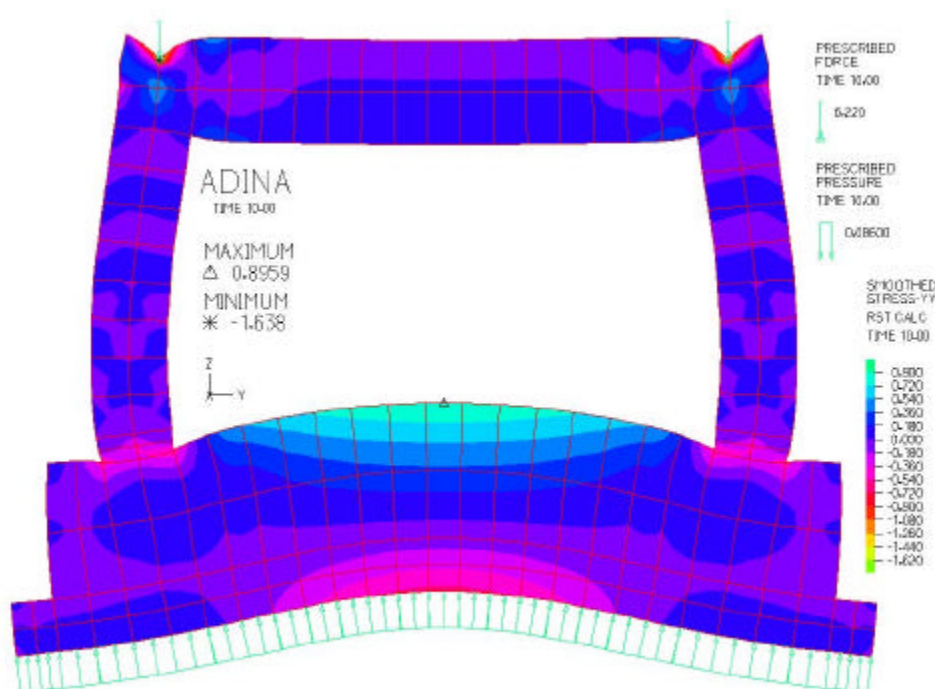


Figura 134 – Tensões na direção y do “Pier 3”(modelo auto-equilibrado)

Observa-se que a máxima tensão de tração está localizada no topo da região central do “plinth” e tem valor de 0,8959 MPa. WJE & MRCE (1987) encontraram em simulação semelhante o valor de 0,862 MPa, exatamente no topo da região central do “plinth” e relataram que esta tensão de tração em combinação com outros fatores, deve ter

causado a fissura vertical observada logo após a construção da obra-de-arte, uma vez que se aproxima bastante da resistência a tração do concreto utilizado, cerca de 1,37 MPa.

Nota-se pela Figura 134 que existem tensões de tração na viga superior (“tie beam”) do “Pier 3”, no entanto, essa viga é armada e estes níveis de tensão são considerados insignificantes. As tensões de compressão são baixas, muito distantes da resistência à compressão da estrutura e possuem valor máximo no topo dos pilares (“columns”) de 4,82 MPa.

A Figura 135 ilustra as tensões principais σ_1 obtidas ao longo de uma seção passada no topo do “plinth” do “Pier 3” para o modelo auto-equilibrado. O valor máximo é de 0,8958 MPa no eixo de simetria da estrutura.

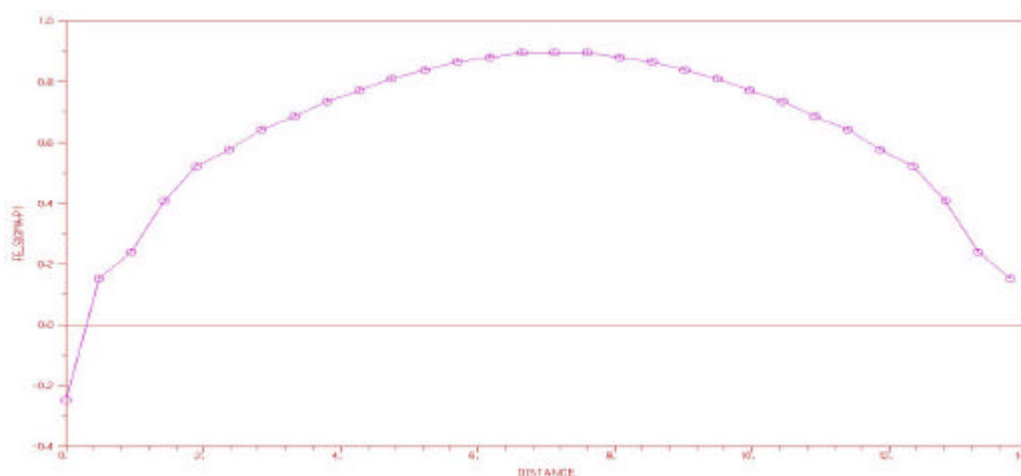


Figura 135 – Tensões principais σ_1 no topo do “plinth” (modelo auto-equilibrado)

Utilizando o modelo com molas para simular o solo, encontra-se a configuração para as tensões em y conforme a Figura 136.

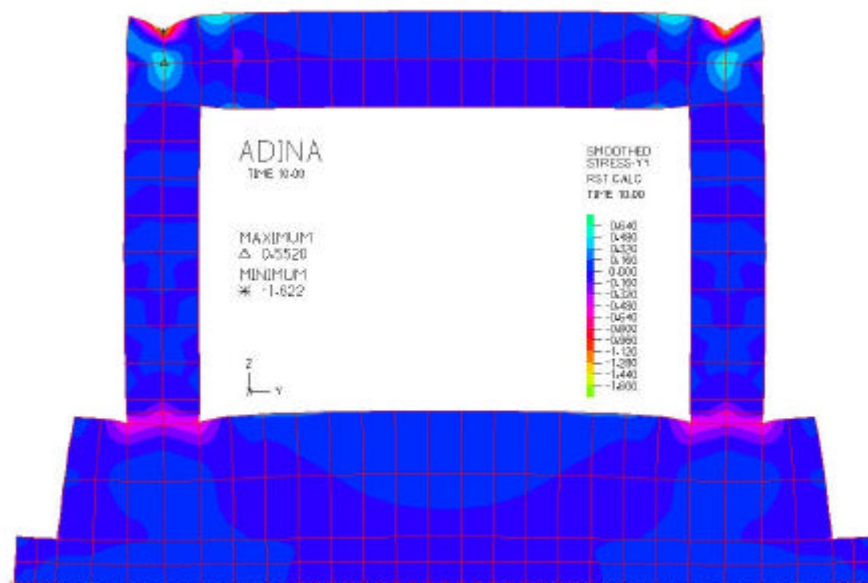


Figura 136 – Tensões na direção y (modelo com molas)

A Figura 137 ilustra as tensões principais σ_1 obtidas ao longo de uma seção passada no topo do “plinth” do “Pier 3” para o modelo apoiado em molas que representam a rigidez do solo. O valor máximo é de 0,1773 MPa em uma distância de 4,272 m a direita e a esquerda do eixo de simetria da estrutura.

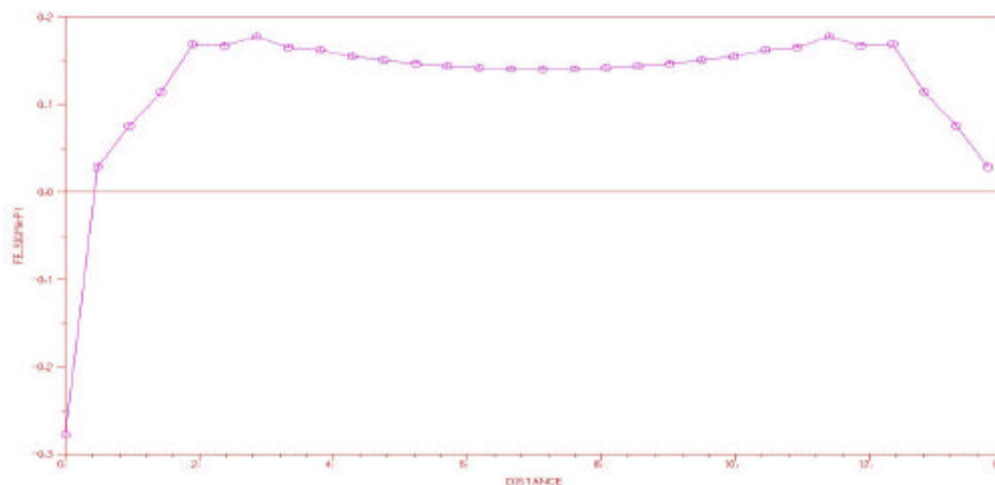


Figura 137 - Tensões principais σ_1 no topo do “plinth”(modelo auto-equilibrado)

Acredita-se que este modelo com molas, simulando a rigidez do solo, é mais realista que o modelo auto-equilibrado utilizado por WJE & MRCE (1987). Nota-se que no modelo com molas a tensão de tração no “plinth” fica muito distante da resistência à tração

do concreto utilizado na construção do “Pier 3” e acredita-se que a fissura observada logo após a construção dos “piers” não se deu devido ao carregamento do peso próprio da estrutura somado ao peso transmitido pela superestrutura se o solo for considerado homogêneo, ou seja, com a mesma taxa de rigidez ao longo de toda base do “pier”, conforme relataram WJE & MRCE (1987).

Entretanto, se variarmos a rigidez do solo ao longo da base do “pier”, pode-se chegar a uma intensidade máxima de tração na região onde foi observada a fissura em 1955. A Figura 138 ilustra as tensões na direção y considerando um solo com taxa de rigidez de 78,544 MN/m/m² ao longo da extremidade direita do ‘pier” e de 133 MN/m/m² ao longo da base restante. A tensão máxima observada foi de 0,267 MPa, ou seja, ainda muito abaixo da resistência à tração do concreto utilizado.

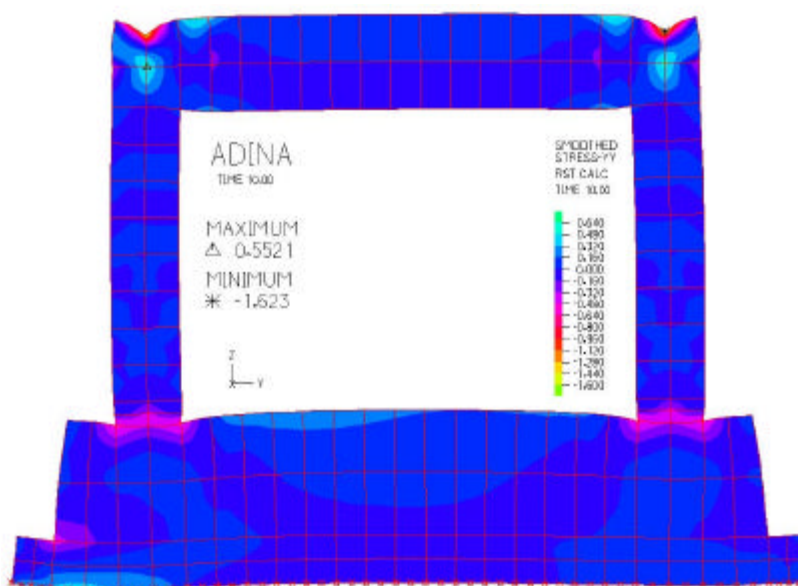


Figura 138 – Tensões na direção y considerando diferentes taxas de rigidez para o solo

De acordo com o relatório de WJE & MRCE (1987), as taxas de rigidez dos solos encontrados sob o “Pier 3” foram de 78,544 MN/m/m², 94,252 MN/m/m² e 133,524 MN/m/m². No entanto, a simulação ficou comprometida por não existirem informações claras a respeito da exata localização de cada tipo de solo.

Acredita-se que a fissura observada logo após da construção da obra-de-arte seja resultante destas diferentes taxas de deformação do solo e provavelmente devido a existência de um solo de menor rigidez nas extremidades do “Pier 3”.

b)Estágio de Carregamento 2

Daqui em diante, as simulações referentes ao “Pier 3”serão feitas considerando a existência de molas com rigidez de $78,544 \text{ MN/m/m}^2$, que procuram representar a taxa de rigidez do solo existente sob a estrutura.

Para modelar a fissura vertical que foi observada a uma distância de 2,29 m a esquerda do eixo de simetria do “Pier 3”, o modelo foi reconstruído com a existência desta descontinuidade geométrica.

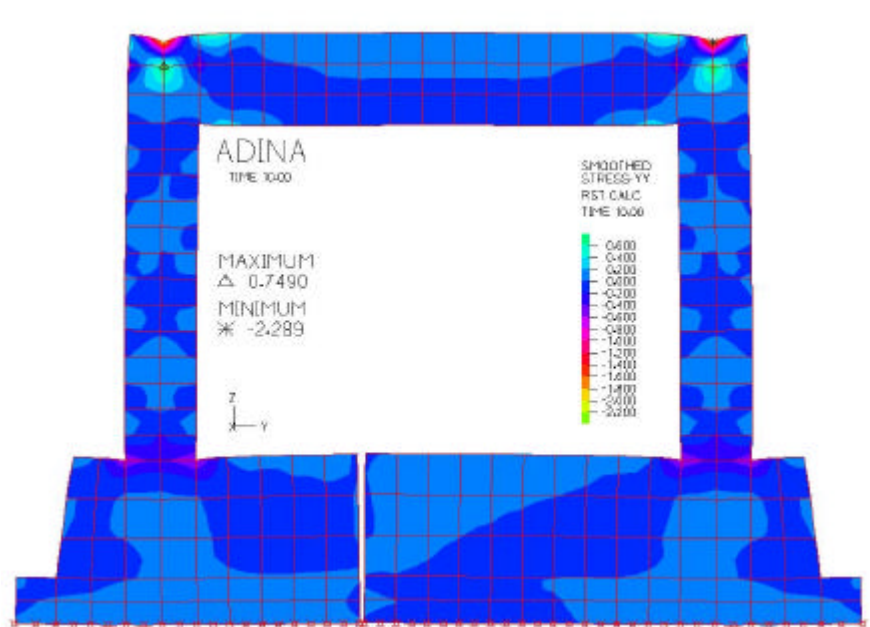


Figura 139 – Tensões na direção y para o modelo com fissura

A análise estrutural deste modelo mostra que a fissura vertical transforma o “Pier 3” em duas colunas separadas ligadas apenas pela viga superior (“tie beam”) conforme ilustra a Figura 139.

As tensões nestes elementos são baixas, sendo a máxima tensão encontrada no “plinth” de 0,17 MPa. A Figura 140 ilustra as tensões na direção y ao longo de uma seção passada no topo do “plinth”

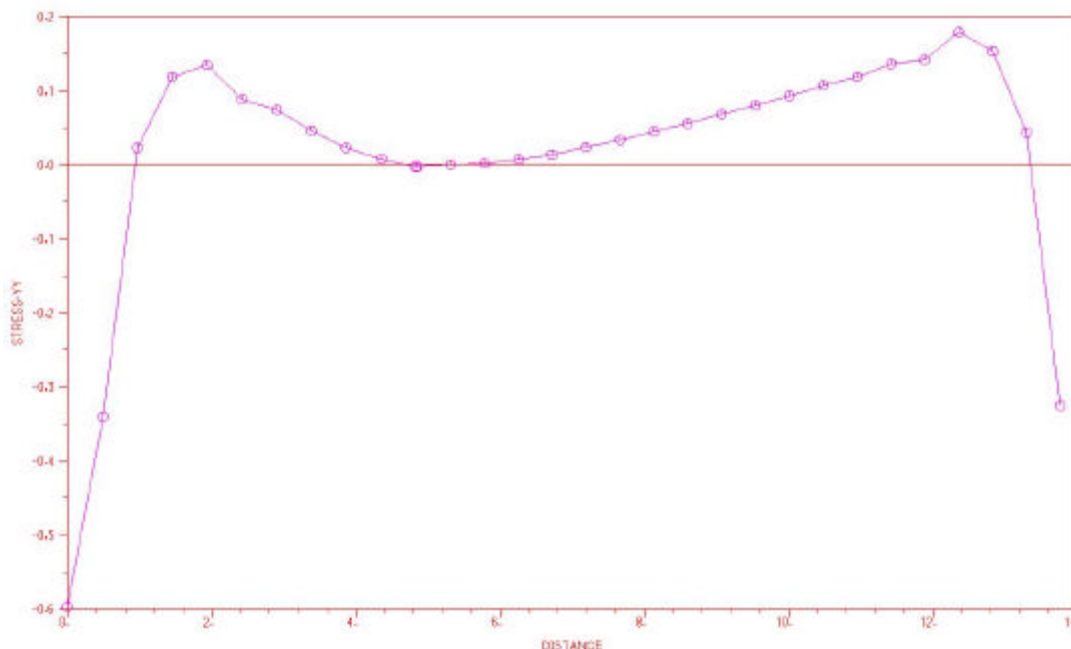


Figura 140 – Tensões na direção y no topo do “plinth” para modelo com fissura

c) Estágio de Carregamento 3

Para este estágio de carregamento, a análise do “Pier 3” foi feita utilizando as forças do peso próprio, do vento, da proteção “riprap” e da corrente de água no nível 88,70 m (topo do “plinth”). Além disso, foi considerada uma região de erosão abaixo da coluna direita de 5,88 m, que foi modelada pela retirada das molas. Neste estágio de carregamento foi introduzido o reforço adotado para corrigir a fissura vertical surgida logo após a construção da obra-de-arte.

Com a introdução de todos estes carregamentos, notou-se que as tensões de tração em algumas regiões ultrapassaram a tensão inicialmente adotada de 1,37 MPa, utilizada visando considerar o efeito de escala em estruturas de concreto. Pela Figura 141 observa-se a fissuração próxima ao pilar direito do “Pier 3” encontrada utilizando a resistência à tração de 1,37 MPa.

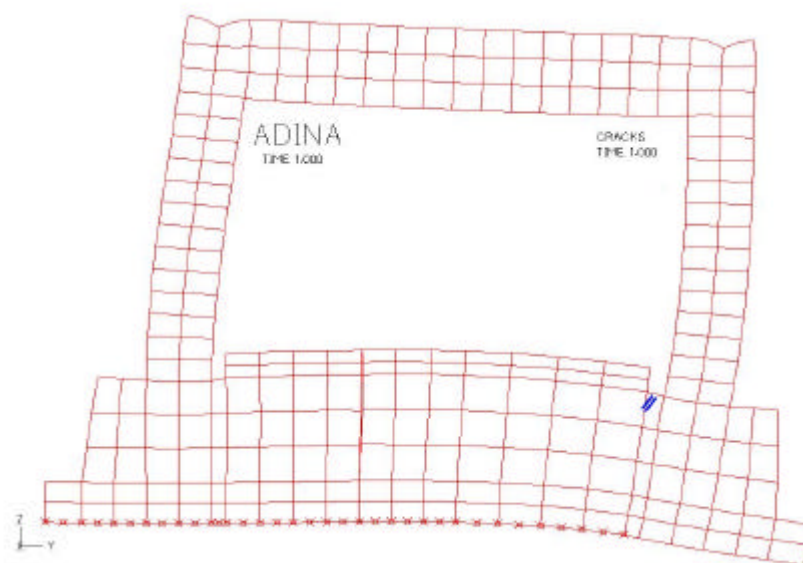


Figura 141 – Quadro de fissuração para Estágio de Carregamento 3

Nota-se que com a introdução da região de erosão abaixo do “Pier 3” as tensões principais de tração tendem a subir no topo do “plinth”, principalmente na região com ausência de reforço estrutural. A Figura 142 ilustra as tensões principais para o Estágio de Carregamento 3.

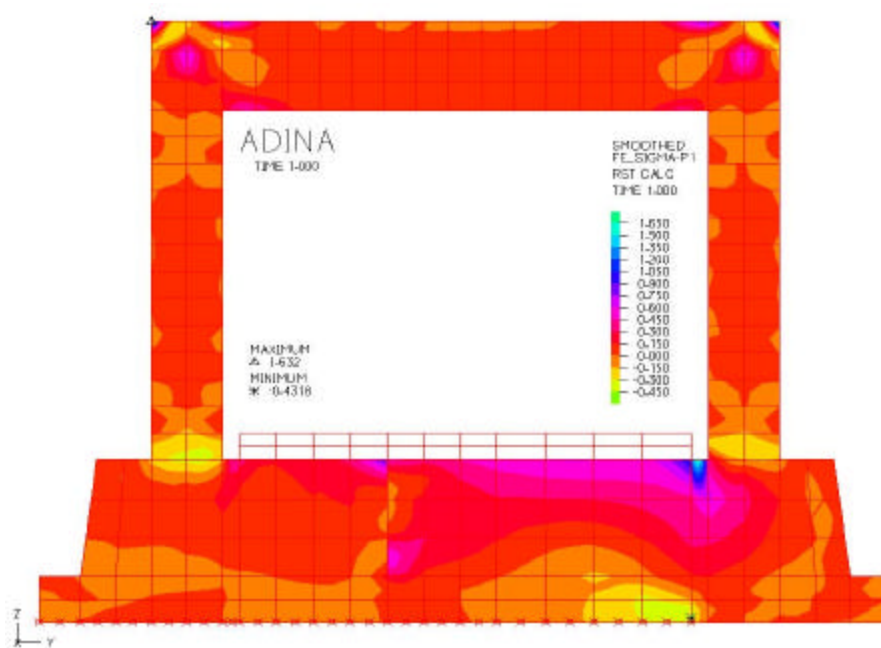


Figura 142 - Tensões principais σ_1 para o Estágio de Carregamento 3

Como não foi observado um quadro de fissuração na estrutura real conforme ilustrado na Figura 141, deduz-se que a resistência à tração do concreto utilizado na ponte Schoharie Creek é maior que o valor estimado de 1,37 MPa. As empresas responsáveis pelo laudo da ponte Schoharie Creek, WJE & MRCE (1987), também afirmam que o valor adotado para resistência à tração visando contemplar o efeito de escala é bastante impreciso e que a ruptura ocorreu em níveis de tensão bem maiores que 1,37 MPa.

Observa-se pela Figura 142, tensões de grande intensidade no topo do “plinth”, no entanto, como o reforço adotado sobre o mesmo possui uma alta taxa de armadura, toda tensão é absorvida e não provoca maiores riscos. A área crítica de fraturamento para esta situação de carregamento está na região onde não foi feito reforço estrutural, na proximidade dos pilares. A Figura 143 ilustra as tensões principais no topo do “plinth”, em uma seção passada pelos centros dos pilares.

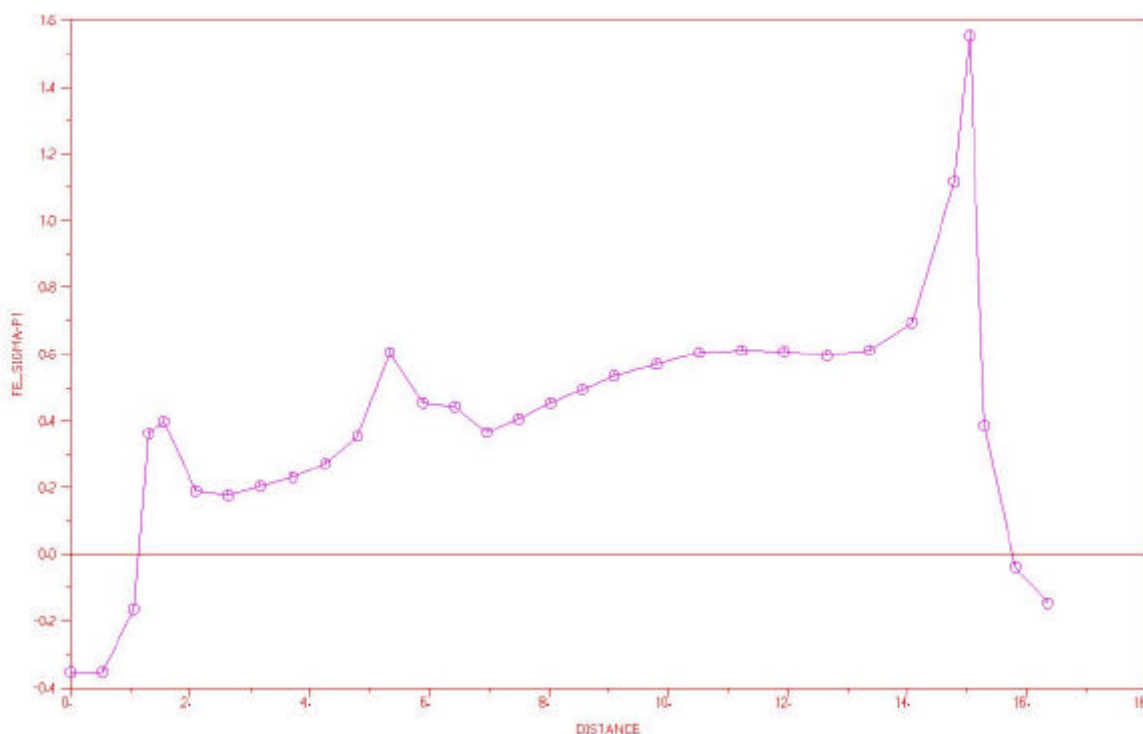


Figura 143 - Tensões principais σ_1 para uma seção passada no topo do “plinth”

d) Estágio de Carregamento 4

Este estágio de carregamento é idêntico ao anterior, variando-se apenas a área de erosão abaixo do “Pier 3”, que foi adotada como sendo de 9,14 m e a altura da lâmina de água (elevação de 90,22m). A Figura 144 ilustra as tensões principais σ_1 obtidas para o Estágio de Carregamento 4, enquanto a Figura 145 apresenta as tensões principais obtidas no topo do “plinth”, em uma distância de centro a centro dos pilares do “Pier 3”. As regiões sem reforço do “plinth” encontram-se nas distâncias entre 1 e 1,50 m e entre 14,80 e 15,30 m.

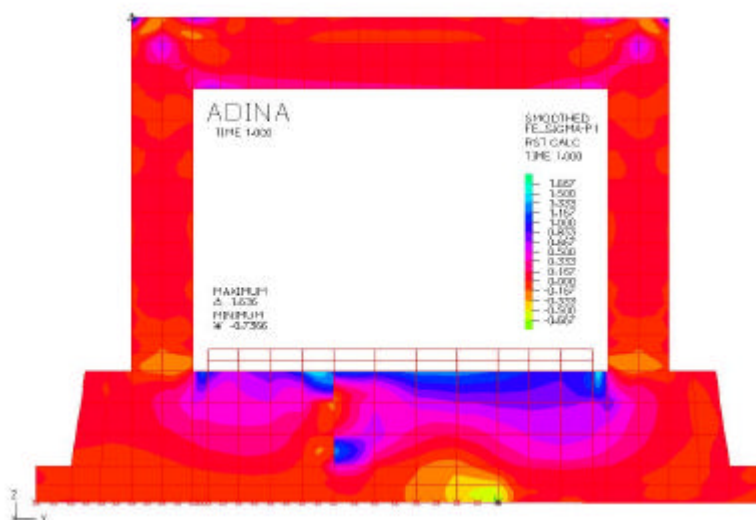


Figura 144 - Tensões principais σ_1 para o Estágio de Carregamento 4

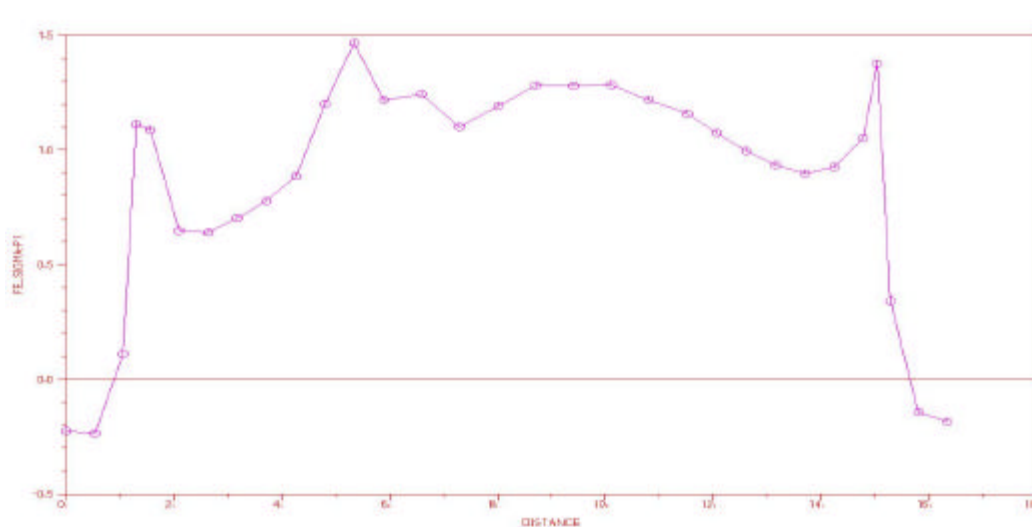


Figura 145 - Tensões principais σ_1 para uma seção passada no topo do “plinth” (Estágio de Carregamento 4)

Nota-se pela Figura 145 que a maior tensão verificada no “plinth” é de cerca de 1,5 MPa, mas não oferece perigo pois esta região é fortemente armada. No entanto, na região próxima ao pilar esquerdo, onde não foi feito um reforço estrutural, a tensão principal atinge um valor de pico de cerca 1,11 MPa. Nota-se que as tensões tendem a crescer gradativamente nessa região próxima ao pilar esquerdo, conforme se aumenta o comprimento de erosão abaixo do “Pier 3”.

A erosão verificada abaixo do “Pier 3” em combinação com outros fatores, tais como a não-homogeneidade de rigidez do solo e variações de temperatura podem ter causado a configuração de ruptura final observada na estrutura da ponte Schoharie Creek. WJE & MRCE (1987) relatam que uma fissura vertical, iniciada na região sem reforço estrutural, próxima ao pilar esquerdo, se estendeu alcançando a fissura vertical verificada logo após a construção da obra-de-arte e foi a causa principal da ruína da estrutura. A Figura 146 ilustra a configuração verificada após a ruína do “Pier 3”.

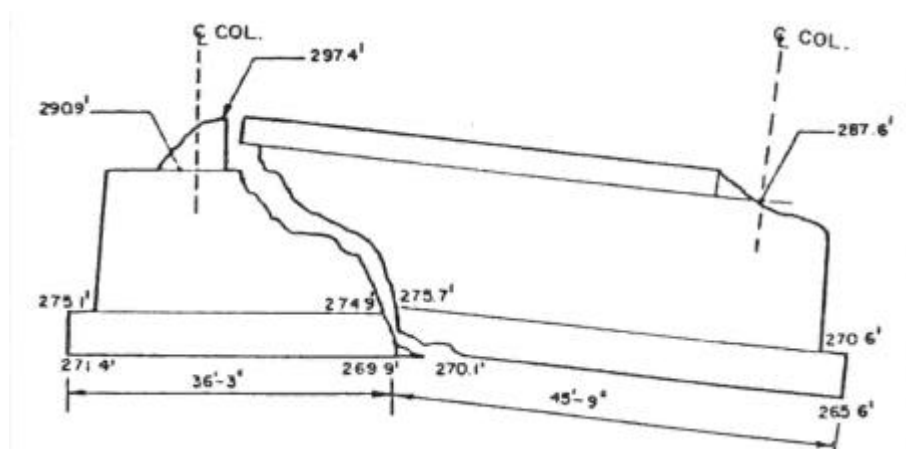


Figura 146 – Configuração de ruína do “Pier 3”

A simulação computacional aqui efetuada conduz a conclusões bastante satisfatórias, uma vez que se demonstrou com bastante clareza que, conforme se aumenta a região de erosão sob o “Pier 3” aumenta-se também a intensidade das tensões na região do pilar esquerdo em que o “plinth” encontra-se sem reforço, levando a resultados próximos da realidade.

Simulações realizadas no programa FRANC2D levaram a resultados muito parecidos aos encontrados utilizando o programa ADINA, apesar de algumas limitações. O modelo utilizado no FRANC2D é um modelo elástico-linear e não existe a possibilidade de simular o solo através de molas rígidas, que foi então definido com restrição de translação nas direções x e y. A Figura 147 ilustra o fluxo das tensões de tração e de compressão para o modelo utilizado no Estágio de Carregamento 4, enquanto a Figura 148 ilustra a deformada da estrutura. Para este modelo não foi introduzida a fissura observada logo após o término da obra.

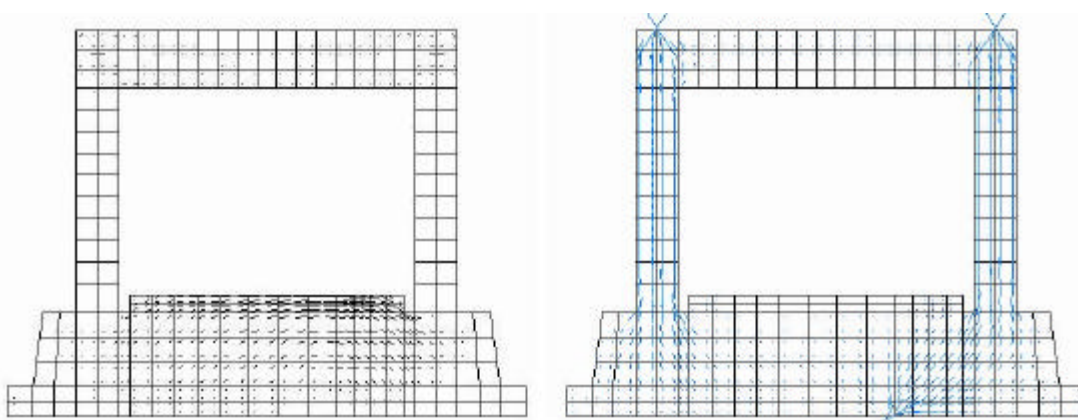


Figura 147 – Tensões de tração e de compressão na ponte Schoharie Creek

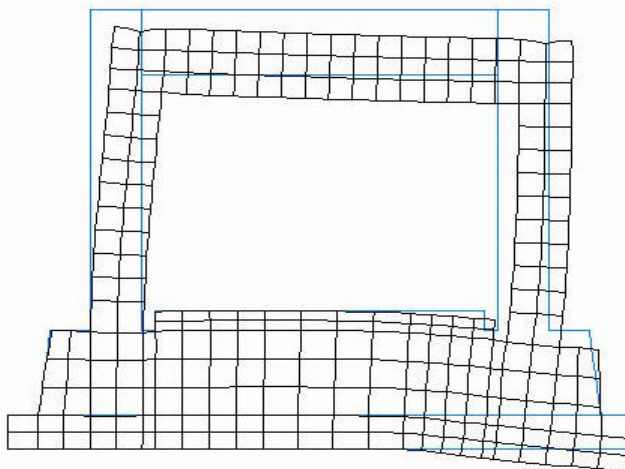


Figura 148 – Deformada observada utilizando FRANC2D

A Figura 149 ilustra as tensões principais obtidas utilizando FRANC2D, enquanto a Figura 150 ilustra a propagação de uma fissura introduzida na região do pilar esquerdo, na área em que o “plinth” não foi reforçado. Para o modelo da Figura 150 também foi introduzida uma fissura na base da estrutura, procurando simular a fissura observada logo após o término da obra-de-arte.

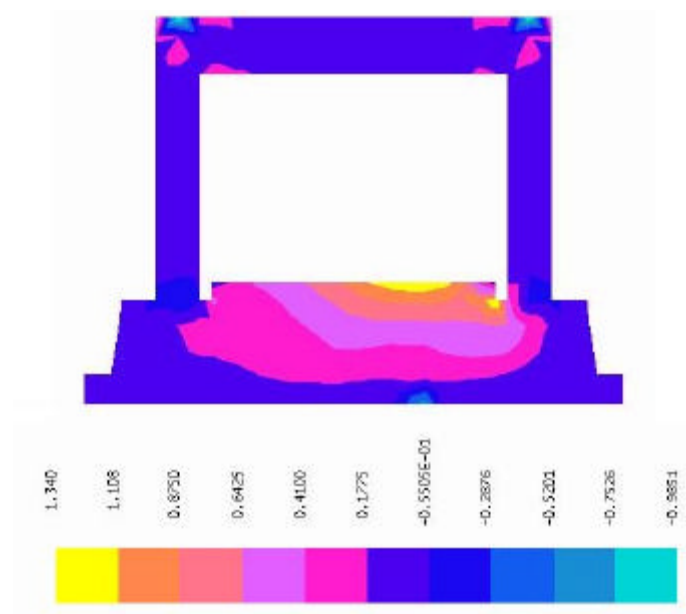


Figura 149 – Tensões principais para ponte Schoharie utilizando FRANC2D

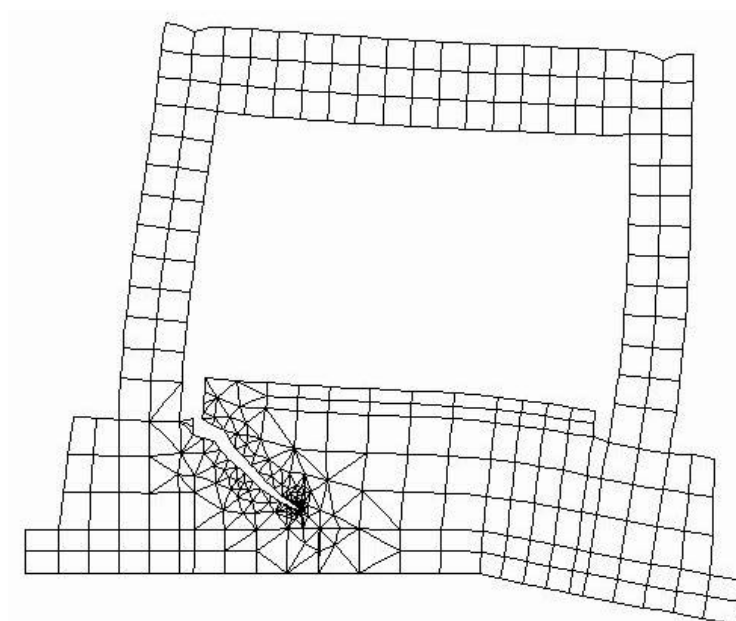


Figura 150 – Propagação de fissura na ponte Schoharie utilizando FRANC2D

Observa-se pela Figura 150, que apesar da utilização de um modelo com limitações as respostas obtidas com o auxílio do programa FRANC2D são satisfatórias. A fissura introduzida próxima ao pilar esquerdo propaga-se de maneira a encontrar a fissura localizada na base do “pier”, conforme observado “in loco” por WJE & MRCE (1987) e ilustrado na Figura 146. O módulo de propagação de fissuras do ADINA é bastante limitado e não pôde ser utilizado para este caso.

9.9.7 Observações Finais

A ruína da ponte Schoharie Creek, ocorrida no dia 5 de Abril de 1987, teve provavelmente como causa maior a extensiva erosão observada sob o “Pier 3”. Outros fatores associados afetaram o instante e a severidade da tragédia.

A proteção “riprap”, essencial para a proteção dos “piers” contra a erosão do solo sob os “footings” não foi encontrada conforme ilustrações do projeto inicial. Acredita-se que parte da proteção foi removida durante algumas vazões de forte intensidade e este detalhe não foi observado em visitas de manutenção da estrutura.

Acredita-se que o reparo estrutural feito em todos os “plinths”, visando reparar fissuras verticais observadas logo após a obra-de-arte, também tornou a estrutura susceptível a uma ruptura frágil no caso de ocorrência de erosão sob os “footings”. Se o reparo não tivesse sido feito ou se tivesse sido feito de acordo com as exigências da norma vigente na época para pontes nos Estados Unidos, Standard Specifications for Highway Bridges – AASHO - 1949, acredita-se que a ruína também teria ocorrido, no entanto, com conseqüências catastróficas de menor intensidade. O reforço adotado não foi ancorado nos pilares do “Pier 3” e isto sem dúvida foi o fator chave para o colapso.

Em resumo, a ruína da ponte Schoharie Creek deu-se devido a um extensivo processo erosivo sob o “Pier 3”, resultado da falta de manutenção da proteção “riprap” e com conseqüências catastróficas originadas de um projeto de reforço inadequado.

10 Conclusões

Atualmente três ferramentas podem ser distinguidas nas pesquisas envolvendo a Mecânica da Fratura: as observações experimentais, as modelagens analíticas e as modelagens numéricas. Baseado em observações experimentais os modelos de comportamento dos materiais podem ser construídos, de maneira analítica ou numérica.

Os modelos analíticos podem fornecer respostas exatas para o problema, enquanto a resposta numérica é aproximada e muito próxima da realidade. A grande vantagem observada nos modelos numéricos é que efeitos de escala e de contorno podem ser levados em conta. Para muitos casos, soluções analíticas são muito difíceis de serem encontradas e desta maneira, uma aproximação numérica é a melhor alternativa.

É muito importante que os resultados numéricos sejam sempre comparados com os resultados analíticos e com os resultados experimentais, para desta maneira, apurar a qualidade do programa em utilização. Este trabalho focou no máximo possível este objetivo como atividade principal.

Após a realização de diversas simulações numéricas em estruturas de concreto submetidas ao fraturamento, diversas conclusões relevantes puderam ser tiradas a respeito dos módulos de análise não-linear disponíveis nos programas utilizados no presente trabalho.

O programa ADINA teve um bom comportamento no que se refere à determinação das cargas de ruptura, no entanto, acredita-se que os resultados podem ser ainda melhorados caso haja um aperfeiçoamento na determinação dos parâmetros necessários a descrição da relação constitutiva tensão-deformação do concreto. Neste caso, cabe um avanço peculiar do usuário na sua caracterização de variáveis e não ao programa em si.

Acredita-se que a implementação de análises que possibilitem o tratamento dos efeitos de aderência entre o concreto e as armaduras possa trazer uma resposta mais realista do conjunto, no entanto, esta opção ainda não está disponível na maioria dos programas utilizados.

Foi observada uma dependência de grande intensidade quanto a escolha da malha adequada, o que muitas vezes gerou dúvidas quanto a melhor discretização a ser adotada. Os deslocamentos observados nas simulações alcançaram a mesma ordem de grandeza dos deslocamentos observados experimentalmente, no entanto, na maioria das vezes, não se aproximaram com a exatidão esperada.

Quando do uso do programa ADINA, que foi utilizado com mais freqüência no presente trabalho, pôde-se tirar o aprendizado de questões que de forma geral podem ser extrapoladas para qualquer programa que utilize o Método dos Elementos Finitos. Toda análise não-linear deve ser precedida de uma análise linear, para que o modelo seja analisado apropriadamente. O modelo linear fornece respostas quanto a localização ideal das condições de contorno e se a malha de elementos finitos adotada é adequada para o caso em estudo.

O programa ADINA possui três métodos para a resolução dos sistemas que fornecem a solução do problema: Método BFGS, Método de Iteração Completa de Newton e Método de Iteração Modificado de Newton. Geralmente o uso do segundo método citado, acompanhado de um razoável número de passos de carga foi suficiente para se obter uma resposta satisfatória.

Quando dificuldades de convergência foram encontradas o Método de Iteração Completa de Newton com "line searches" mostrou-se mais adequado que os outros métodos disponíveis. De forma geral, foi o método utilizado em todas as simulações.

Os parâmetros da curva tensão-deformação do concreto devem ser informados da maneira mais adequada possível, isto é, todos dados devem ser obtidos a partir de resultados experimentais e não serem estimados, como foi necessário em todas as simulações. Apenas desta maneira, poder-se-á saber da veracidade dos programas em análise.

No entanto, tal etapa é custosa, em termos financeiros e temporais, dificultando sobremaneira na condução das investigações numéricas. Apesar dos inconvenientes apresentados, pode-se dizer que o programa ADINA trata-se de um bom programa para análises não-lineares para concreto, talvez sendo na atualidade um dos mais completos. Infelizmente o programa DIANA não pôde ser utilizado, mas tudo leva a crer que seja o programa mais específico e avançado para o tratamento de fraturamento em estruturas de concreto.

O programa ANSYS apresentou os problemas conforme descritos na presente dissertação e por isso não será aqui relatado novamente. É um bom programa, mas infelizmente para análise comportamental do concreto encontra-se um pouco limitado, confuso e com poucas informações sobre o modelo constitutivo disponível. Apesar disso, o modelo de ruptura empregado é um dos mais avançados.

QUEBRA2D é um programa que infelizmente só pôde ser utilizado, ainda com dificuldades, em algumas análises lineares, uma vez que ainda se encontrava em fase de acabamento. No entanto, pode-se dizer que este software tem tudo para ser um ótimo programa, uma vez que apresenta uma interface amigável - sem dúvida a melhor de todos programas utilizados - e que disponibilizará uma série de elementos para análises não-lineares, incluindo aí o fraturamento coesivo.

O programa FRANC2D, apesar de ser escrito em linguagem de programação um pouco ultrapassada, surpreende, principalmente pela sua facilidade de uso e rapidez na aquisição de respostas, devido principalmente a existência do recurso LINE PLOT, que como sugestão o QUEBRA2D deveria herdar. A propagação de fissuras também é um recurso fabuloso, uma vez que não é limitado por nenhuma geometria ou carregamento, como é o caso do programa ADINA.

Pode-se dizer que o objetivo principal desta dissertação foi atingido, uma vez que as ferramentas computacionais utilizadas para as análises não-lineares de problemas complexos de engenharia estrutural na área de concreto foram dominadas. Esta dissertação foi contributiva não só no aspecto de utilização dos programas, mas também no entendimento efetivo de problemas clássicos.

Esta área de pesquisa encontra-se em profundo desenvolvimento e muitas contribuições importantes têm sido relatadas na última década, visando aprimorar os métodos que possam descrever o comportamento mecânico do concreto, que é de difícil caracterização. Quando o comportamento mecânico do material puder ser explicado matematicamente com maior precisão, os programas que utilizam os métodos numéricos poderão ser exigidos com maior rigidez.

Por enquanto ainda existem grandes dificuldades em questões como o efeito de escala, modelagem da aderência entre o aço/concreto, descrição do comportamento pós-pico e determinação de parâmetros como a energia de fraturamento e tenacidade à fratura. No entanto, deve-se lembrar que os métodos numéricos têm contribuído com grande intensidade para o desenvolvimento desta área de pesquisa.

Como continuidade a este trabalho há intenção de se estudar novas metodologias de recuperação estrutural em elementos de concreto utilizando os programas ADINA e DIANA.

11 Referências Bibliográficas

- [1] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE CIMENTO PORTLAND. Segundo Cd-Rom: **Concreto de Alto Desempenho**, Versão I. São Paulo, 1999.
- [2] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118 – Projeto e Execução de obras de concreto armado**. Rio de Janeiro, 1978.
- [3] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – **Projeto de Revisão da NBR 6118(2000) – Texto de Discussão**. Rio de Janeiro, 2000.
- [4] **ADINA System Online Manuals**. ADINA R&D Inc. , 1999.
- [5] **ANSYS User’s Manual**. ANSYS, Inc.,1995.
- [6] BALUCH, M. H. ; AZAD, A. K. ; ASHMAWI, W.. Fracture Mechanics Application to Reinforced Concrete Members in Flexure. **Applications of Fracture Mechanics to Reinforced Concrete**. Elsevier Science Publishers Ltd., New York, 1992.
- [7] BATHE, Jurgen Klaus, WALCZAK, Jan, WELCH, Alan, MISTRY, Nagin. Nonlinear Analysis of Concrete Structures. **Computers & Structures**. Vol.32, n.3/4, p.563-590. 1989.

- [8] BARR, B. , BEAR, T. J.. A simple test of fracture toughness. **Concrete**. n.10. p.25-27. 1976.
- [9] BARENBLATT, G. I.. The mathematical theory of equilibrium of cracks in brittle fracture. **Advances in Applied Mechanics**, v.7, p.55-129. 1962.
- [10] BAZANT, Zdenek P. . Size Effect. **International Journal of Solids and Structures**, n.37, p. 69-80. 2000.
- [11] BEER, Ferdinand P., JOHNSTON, E. Russel Jr.. **Resistência dos Materiais**, 2.ed. São Paulo: Makron Books do Brasil Editora Ltda. 1989. pgs.187,277,641.
- [12] BORGES, J. U. A, BITTENCOURT, T. N., SOUZA, R. A., SOUSA, J. L. A. O.. **Minimum Reinforcement in Concrete Beams: Fracture Mechanics versus Current Codes Recommendations**.
- [13] BOSCO, C.; CARPINTERI, A.: Fracture Mechanics Evaluation of Minimum Reinforcement in Concrete Structures. **Applications of Fracture Mechanics to Reinforced Concrete**, p. 347-377. Elsevier Science Publishers Ltd., New York, 1992.
- [14] BOSCO, C. , CARPINTERI, A., DEBERNARDI, P. G. . Minimum Reinforcement in High-Strength Concrete. **Journal of Structural Engineering**, V. 116, n. 02, p. 427-437, Fev. 1990.
- [15] BROEK, David. **Elementary Engineering Fracture Mechanics**. 4.ed. Dordrecht: Editora Nijhoff, 1985. 516p.
- [16] BROEK, David. **The Practical Use of Fracture Mechanics**. 2.ed. Kluwer Academic Publishers, 1988.

- [17] BUENO, Estela Mari Ricetti. **Simulação Bidimensional de Fraturamento Coesivo por meio do Método dos Elementos Finitos**. São Paulo, 1999. Dissertação (Mestrado em Estruturas) - Escola Politécnica, USP, São Paulo, 1999.
- [18] CARMONA, S., GETTU, R., AGUADO, A. . **“Study of the post-peak behavior of concrete in the splitting-tension test”**. Fracture Mechanics of Concrete Structures Proceedings-FRAMCOS3, vol.1. AEDIFICATIO Publishers, Freiburg, Germany, 1998.
- [19] CARPINTERI, Alberto. **Mechanical Damage and Crack Growth in Concrete**. 1.ed. Netherlands: Martinus Nijhoff Publishers, 1986. p. 173-199.
- [20] COZZA, Eric. Faltou remédio. **Construção São Paulo**, São Paulo, n. 2576, p. 4- 9, Jun. 1997.
- [21] CHEN, Wai-Fah. **Plasticity in Reinforced Concrete**. 1.ed. United States of America: McGraw-Hill Inc., 1982. 474p.
- [18] CUNHA, Albino Joaquim Pimenta da, LIMA, Nelson Araújo, SOUZA, Vicente Custódio Moreira de. **Acidentes Estruturais na Construção Civil**. 1.vol. 1.ed São Paulo: Editora PINI, 1996. 201p.
- [19] DeAQUINO, Carlos Tasso, LANDES, John. D. **A Mecânica da Fratura no Projeto de Estruturas e Componentes Industriais**. Campinas, UNICAMP, mar. 1999. Palestra ministrada na Faculdade de Engenharia Civil da Universidade Estadual de Campinas.
- [20] DUGDALE, D. S.. Yielding of steel sheets containing slits. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**. v.8, p.100-108. 1960.
- [21] ERDOGAN, F. Fracture Mechanics. **International Journal of Solids and Structures**, n.37, p.171-183. 2000.

[22] FEHL, Barry D. , TRUMAN, Kevin Z. An Evaluation of fracture mechanics quarter-point displacement techniques used for computing stress intensity factors. **Engineering Structures**, n.21, p.406-415. 1999.

[23] FERNANDES, Juliana Ferreira, UNTIVEROS, Carlos Máximo Aire, GETTU, Ravindra, AGUILLÓ, Luis, ALMEIDA, Pedro Afonso de Oliveira. Comportamento do Concreto de Alta Resistência Submetido a Tensões de Confinamento. In: Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto, 2000, São Paulo. **Anais...** São Paulo: Escola Politécnica, USP, 2000.

[24] FRANZ , Gotthard. **Tratado del Hormigón Armado – Tomo 1**. 1.ed. São Paulo: Editora Gustavo Gili S.A., 1970. p. 93-96, 216-217.

[25] FUSCO, Péricles Brasiliense. **Técnicas de Armar as Estruturas de Concreto**. 1.ed., São Paulo: Editora PINI, 1995. p.90.

[26] GARDNER, Noel J., JACOBSON, E. Ronald. Structural behavior of concrete filled steel tubes. **ACI Structural Journal**, v. 64, n. 7, p. 404-413, Jul. 1967.

[27] GDOUTOS, E. E. **Fracture Mechanics: an introduction**. Solid Mechanics and its applications. Vol.14. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1993. 336p.

[28] GRIFFITH, A. A.. The phenomena of rupture and flow in solids. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London**, A 221, p.163-197. 1921.

[29] GLUCKLICH, J. . Fracture of Plain Concrete. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, American Society of Civil Engineers, 89, p.127-136. 1963.

[30] HELLAN, Kåre. **Introduction to Fracture Mechanics**. 1.ed. , United States of America: McGraw-Hill, 1984. 302p.

- [31] HIGGINS, D. D. , BAILEY, J. E.. Fracture measurements on cement aste. **Journal of Materials Science**. n.11. p.1995-2003. 1976.
- [32] HILLERBORG, A., PETERSSON, P. E.. Determination of the fracture energy of mortar and concrete by use of three bend tests on notched beams. **Proposed RILEM Recommendation**, 29th January, 1982.
- [33] HILLERBORG, A., MODÈER, M., PETERSSON, P. E.. Analysis of a crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. **Cement and Concrete Research**, v.6, p. 773-782. 1976.
- [34] HUTCHINSON, J. W. . Singular Behaviour at the end of a tensile crack tip in a hardening material. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**. v.16, p.13-31. 1968
- [35] INTERNET^(a) . Dams. In: **AltaVista**. Capturado em 7 de fev. 2000. Online. Disponível na Internet. <http://www.simsience.org>
- [36] INTERNET^(b) Failure. In: **AltaVista**. Capturado em 07 de fev. 2000. Online. Disponível na Internet. <http://www.npd.stanford.edu>
- [37] INTERNET^(c) Dams. In: **AltaVista**. Capturado em 09 de fev. 2000. Online. Disponível na Internet. <http://www.iti.nwu.edu>
- [38] INTERNET^(d) Desabamento. In: **Yahoo**. Capturado em 15 de fev. 2000. Online. Disponível na Internet. <http://www.yahoo.com.br>
- [39] INTERNET^(e) Desabamento. In: **Cadê?**. Capturado em 25 de fev. 2000. Online. Disponível na Internet. <http://www.palace2.org.br>

- [40] INTERNET^(f) **ABAQUS**. Capturado em 04 de mai. 2000. Online.
Disponível na Internet. <http://www.abaqus.com>
- [41] INTERNET^(g) **ADINA**. Capturado em 05 de mai. 2000. Online.
Disponível na Internet. <http://www.adina.com>
- [42] INTERNET^(h) **DIANA**. Capturado em 05 de mai. 2000. Online.
Disponível na Internet. <http://www.diana.nl>
- [43] INTERNET⁽ⁱ⁾ **FRANC2D/L**. Capturado em 05 de mai. 2000. Online.
Disponível na Internet. <http://www.mne.ksu.edu/~franc2d/>
- [44] INTERNET^(j) **QUEBRA2D**. Capturado em 05 de mai. 2000. Online.
Disponível na Internet. <http://www.tecgraf.puc-rio.br/recope-fratura/>
- [45] INTERNET^(l) UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS. Biblioteca da Área de Engenharia. **Modelo Recomendado pela Biblioteca Central para Referências Bibliográficas**. Capturado em 10 de mai. 2000. Online.
Disponível na Internet. <http://www.bae.unicamp.br/main.html>
- [46] IRWIN, G. R. . Fracture Dynamics. **Fracturing of Metals**, American Society for Metal, Cleveland, p.147-166. 1948.
- [47] IRWIN, G. R. . Analysis of stresses and strains near the end of a crack transversing a plate. **ASME Journal of Applied Mechanics**. v.24, p.361-364. 1957.
- [48] JEROME, D. M. , ROSS, C. A. . Simulation of the Dynamic Response of Concrete Beams Externally Reinforced With Carbon-Fiber Reinforced Plastic. **Computers & Structures**. Vol.64, n.5/6, p.1129-1153. 1997.

- [49] JUESHI, Qian , HUI, Luo. Size effect on fracture energy of concrete determined by three-point bending. **Cement and Concrete Research**, vol.27, n.7, p.1031-1036. 1997.
- [50] KANINNEN, Melvin F. , POPELAR, Carl H. **Advanced Fracture Mechanics**. 1.ed. New York : Oxford University Press e Clarendon Press, 1985. 563p.
- [51] KHATRI, D. , ANDERSON, C. . Analysis of Reinforced Concrete Shear Wall Components Using the ADINA Nonlinear Concrete Model. **Computers & Structures**, vol.56, n.2/3, p.485-504. 1995.
- [52] KRAUS, D. , WURZER, O.. Nonlinear Finite-Element Analysis of Concrete Dowels. **Computers & Structures**, vol.64, n.5/6, p.1271-1279. 1997.
- [53] KUPFER, Helmut , HUBERT, K. Hilsdorf, RUSCH, Hubert. Behavior of Concrete Under Biaxial Stresses. **Journal of American Concrete Institute**. Vol.66, n.08, p.656-666. 1969.
- [54] WELCH, G. B. , HAISMAN, B.. The application of fracture mechanics to concrete and the measurement of fracture toughness. **Materials and Structures (RILEM)**. n.2, p.171-177. 1969.
- [55] WIEGHARDT, K. . On splitting and cracking of elastic bodies. **Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.** v.18, p.1371-1405 (Translated by H.P. Rossmanith). 1995. Artigo Original de 1907.
- [56] WJE – Wiss, Janney, Elstner Associates, Inc. ; MRCE – Mueser Rutledge Consulting Engineers. Collapse of the Thruway Bridge at Schoharie Creek. Final Report. New York, nov. 1987.
- [57] LEMAITRE, Jean , CHABOCHE, Jean-Louis. **Mechanics of Solid Materials**. 1.ed., Great Britain: Cambridge University Press, 1990. p.451-478.

- [58] LEONHARDT ^(a), F. **Construções de Concreto**. 1.ed. Rio de Janeiro: Editora Interciência Ltda, 1979. p.69-74. v.01.
- [59] LEONHARDT ^(b), F. **Construções de Concreto**. 1.ed. Rio de Janeiro: Editora Interciência Ltda, 1979. p.5-8. v.02.
- [60] LIEBOWITZ, H. : **Fracture – An Advanced Treatise**. 5.Vol. 2.ed. New York: Academic Press, 1969. 525p.
- [61] LOO, Yew-Chaye, YANG, Yan. Cracking and Failure Analysis of Masonry Arch Bridges. **Journal of Structural Engineering**. v.117, n.06, p.1641-1659. 1991.
- [62] MANSUR et alii ^(a) . Piecewise Linear Behavior of RC Beams with Openings. **Journal of Structural Engineering**. vol.117. n.6. p.1607-1621. 1991.
- [63] MANSUR et alii ^(b) . Deflections of Reinforced Concrete Beams with Web Openings. **ACI Structural Journal**. vol.89. n.04. p.391-397. (1992)
- [64] MANSUR et alii ^(c) . Tests on RC Continuous Beams with Openings. **Journal of Structural Engineering**. vol.117. n.6. p.1593-1606. 1991.
- [65] MEHTA, Povindar Kumar, MONTEIRO, Paulo José Melaragno. **Concreto: Estrutura, Propriedades e Materiais**. 1.ed., São Paulo: Editora Pini Ltda, 1985. p.528-559.
- [66] MINDESS, S. , NADEAU, J. S.. Effect of notch on K_{Ic} for mortar and concrete. **Cement and Concrete Research**. n.06. p.529-534. 1976.
- [67] MONTROYA, P. Jimenez.. **Hormigón Armado – Tomo I**. 1.ed., São Paulo: Editora Gustavo Gilli, 1969. p.152-160.

- [68] MOAVENZADEH, F. , KUGUEL, R.. Fracture of concrete. **Journal of Materials** . n.4. p.497-519. 1969.
- [69] MURAKAMI, Y. **Stress intensity factors handbook**. 1.vol e 2.vol. Great Britain: A. Wheaton & Co. Ltd., 1986.
- [70] NASCIMENTO, Valberto Gabriel do , FILHO, José Napoleão . **Um modelo numérico para concreto de alta resistência**. Revista IBRACON . n. 23 , p.25-35. 1999.
- [71] NAUS, D. J. , LOTT, J. L.. Fracture Toughness of Portland Cement Concretes. **Journal of the American Concrete Institute**, v.66. p.481-489. 1969.
- [72] NEOGI, P. K., SEN, H. K., CHAPMAN, J. C. Concrete-filled tubular steel columns under eccentric loading. **The Structural Engineer**, London, England, v. 47, n. 5, p. 187-195, May 1969.
- [73] PRADO, Eduardo Parente, BITTENCOURT, Túlio Nogueira. Análise Não Linear de Elementos de Concreto Simples e Armado. In: CILAMCE 2000 - Congresso Ibero Latino Americano Sobre Métodos Computacionais em Engenharia **Anais...** Rio de Janeiro, 2000.
- [74] ROMUALDI, J. P., BATSON, G. B.. Mechanics of crack arrest in concrete. Journal of the Engineering Mechanics Division, American Society of Civil Engineers, 89, p.147-168. 1963.
- [75] RICE, J. R. . A path independent integral and the aproximate analysis of strain concentration by notches and cracks. **Journal of Apllied Mechanics**, v. 35, p. 379-386. 1968.
- [76] RÜSH, Hubert. **Hormigón Armado y Hormigón Pretensado**. 1.ed., Barcelona: Editora Continental S.A. , 1975. p.152-160.

[77] SHAH, Surendra. P. An Overview of the Fracture Mechanics of Concrete. In: Simpósio Tendência da Engenharia Estrutural empregando Concreto de Alto Desempenho e Concreto Reforçado com Fibras, 1999, São Paulo. **Anais...** São Paulo: Escola Politécnica, USP, 1999.

[78] SHAH, S. P., McGARRY, F. J.. Griffith fracture criterion and concrete. Journal of the Engineering Mechanics Division, American Society of Civil Engineers. n.97. p.1663-1675. 1971.

[79] SHAMS, Mohammad, SAADEGHVAZIRI, M. Ala. State of the art of concrete-filled steel tubular columns. **ACI Structural Journal**, Detroit, Mich., USA, v. 94, n. 5, p. 558-571, Sep.-Oct. 1997.

[80] SHAH, Surendra P. , WEISS, W. Jason . Ultra High Performance Concrete: A Look to the Future. In: Simpósio Tendência da Engenharia Estrutural empregando Concreto de Alto Desempenho e Concreto Reforçado com Fibras, 1999, São Paulo. **Anais...** São Paulo: Escola Politécnica, USP, 1999.

[81] SOK, C. , BARON, J.. Mécanique de la rupture appliquée au béton hydraulique. **Cement and Concrete Research**. n.09. p.641-648. 1979.

[82] SOUZA, R. A. ^(a), VANALLI, L., PASSOS, L., SOUSA, J. L. A. O., PINTO JÚNIOR, N. O. “**Armaduras Mínimas de Flexão em Vigas de Concreto de Alto Desempenho - Uma Análise Comparativa entre Recomendações Vigentes**”. In: 42o. Congresso Brasileiro do Concreto, 2000, Fortaleza, CE. São Paulo, SP: IBRACON, 2000.

[83] SOUZA, R. A. ^(b), SOUSA, J. L. A. O., PINTO JÚNIOR, N. O. “**Armaduras Mínimas de Flexão em Vigas de Concreto de Alto Desempenho Utilizando Conceitos de Mecânica da Fratura**”. In: IV Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto, 2000, São Paulo, 2000.

- [84] SWARTZ, S. E., HU, K. K., JONES, G. L.. Compliance monitoring of crack growth in concrete. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, American Society of Civil Engineers. v.104. p.789-800. 1978.
- [85] STRANGE, P. C., BRYANT, A. H.. Experimental tests on concrete fracture. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, American Society of Civil Engineers. v.105. p.337-342. 1979.
- [86] TEDESCO, J. W. , POWELL, J. C. , ROSS, C. Allen, HUGHES, M. L.. A Strain-Rate-Dependent Concrete Material Model for ADINA. **Computers & Structures** , vol.64, n.5/6, p.1053-1067. 1997.
- [87] THOMAZ, Ercio. **Trincas em Edifícios : causas, prevenção e recuperação**. 1.ed. São Paulo: Editora Pini, 1989. 194p.
- [88] VANDERLEI, Romel Dias, GIONGO, José Samuel. Análise de Características Mecânicas do Concreto de Alta Resistência. In: Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto, 2000, São Paulo. **Anais...** São Paulo: Escola Politécnica, USP, 2000.

" O problema da estimativa de parâmetros em análises não-lineares utilizando ADINA "

Resumo

Apresenta-se neste trabalho uma série de análises não-lineares realizadas no programa ADINA a partir de resultados experimentais de uma viga de concreto de alto desempenho carregada em três pontos. Demonstra-se claramente neste trabalho como a escolha inadequada de parâmetros requeridos pelo programa leva a soluções pouco satisfatórias, colocando em questão até mesmo a qualidade da ferramenta computacional.

1. Introdução

A análise não-linear de estruturas de concreto armado tem crescido muito nos últimos anos e esse avanço deve-se principalmente ao Método dos Elementos Finitos, que tem contribuído de maneira significativa para o avanço na modelagem deste complexo material. No entanto, as análises não-lineares aplicadas às estruturas de concreto são pouco utilizadas em projetos estruturais pelos engenheiros calculistas ao redor do mundo.

De acordo com KOTSOVOS & PAVLOVIC(1995), a razão de tão pouca aplicabilidade dos modelos não-lineares deve-se principalmente a confiança nos resultados gerados pela maioria dos programas de elementos finitos para concreto disponíveis no mercado. Outro fator pode ser atribuído a experiência que o usuário deve possuir na

utilização dos programas para poder conseguir obter respostas satisfatórias. Essa experiência diz respeito principalmente a descrição correta das condições de contorno e da malha de elementos finitos ideal a ser utilizada para o problema. Este último caso é um dos ítems que mais geram dúvidas em todo o processo.

Além da problemática relatada anteriormente, os usuários também devem possuir conhecimentos profundos a respeito dos comportamentos mecânicos dos materiais em utilização, o que também acaba desmotivando novos usuários dos programas.

A modelagem numérica de elementos de concreto simples e armado ainda apresenta muitas dificuldades a serem superadas. Dentre os problemas observados pode-se citar o problema da determinação experimental do comportamento mecânico do material, que sem dúvida alguma é o fator chave para a modelagem deste complexo material. Desta maneira, ainda não há um consenso quanto a um modelo constitutivo que melhor represente o comportamento do concreto. Apesar dessa limitação, existem programas que já conseguem fornecer boas respostas para os mecanismos de colapso do concreto, sendo o programa ADINA um bom exemplo.

Esta potencialidade ficará evidente na simulação numérica que será feita adiante, onde o programa ADINA consegue fornecer boas respostas no processo de colapso de uma viga de concreto de alto desempenho, incluído também o comportamento pós-fissuração. No entanto, respostas satisfatórias só são obtidas após a escolha adequada da malha de elementos finitos e dos parâmetros adequados que descrevem a relação constitutiva do concreto.

2. Descrição dos modelos constitutivos para concreto e aço do programa ADINA

O modelo constitutivo disponível para concreto no ADINA é um modelo hipoelástico baseado na relação tensão-deformação uniaxial que é generalizada para se obter tensões biaxiais e triaxiais (BATHE et alii (1989), JEROME & ROSS (1997), KRAUS & WURZER (1997) e TEDESCO et alii (1997)).

De acordo com CHEN(1982), os modelos hipoelásticos são utilizados para descrever o comportamento mecânico de uma série de materiais nos quais o estado de tensões depende do estado corrente de deformações e do caminho seguido pelas tensões para propiciar tal estado de deformações.

As relações gerais de tensão-deformação multiaxiais desenvolvidas no programa ADINA são derivadas da relação tensão-deformação uniaxial, ilustrada na Figura 1.

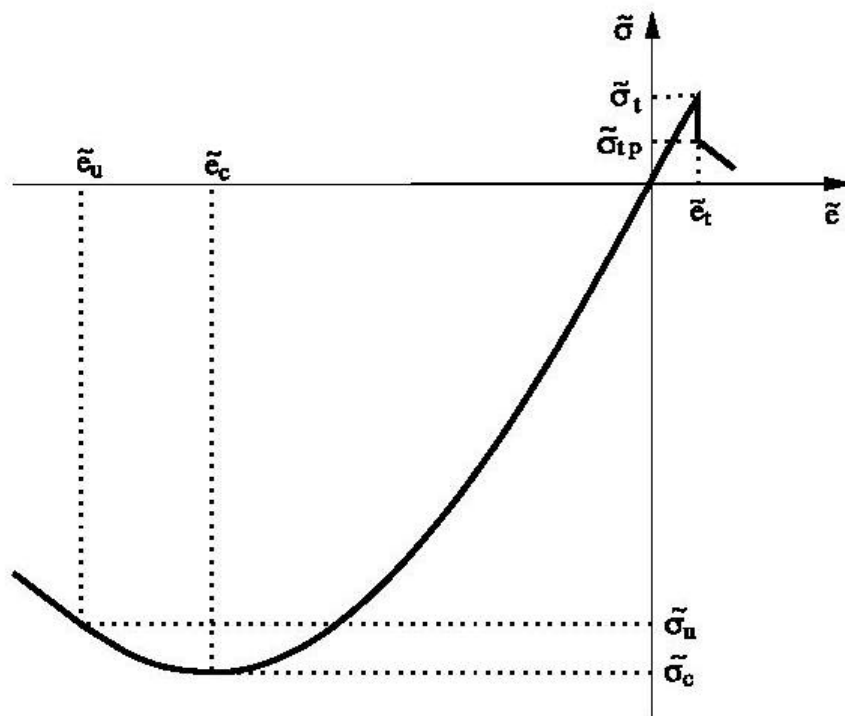


Figura 1 – Relação tensão-deformação uniaxial para concreto do programa ADINA
(fonte: ADINA(1999))

As funções que regem as relações entre tensão e deformação para o caso uniaxial são generalizadas para os casos bi e tridimensionais, levando-se em conta os efeitos que o confinamento traz para o comportamento do material. A aferição dos parâmetros para a descrição das curvas de ruptura do concreto não é tarefa fácil e por isso, já existem dois modelos incorporados ao programa, apartir de extensivos ensaios laboratoriais realizados por KUPFER et alli (1969) e Sandia. As envoltórias de ruína biaxial e triaxial do concreto utilizadas pelo programa ADINA são apresentadas nas Figuras 2 e 3.

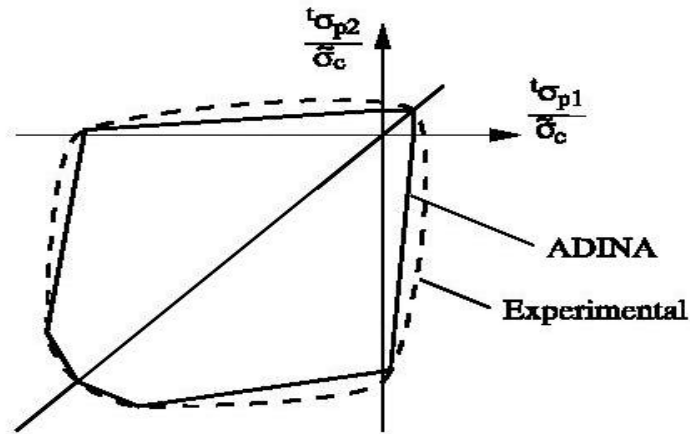


Figura 2 – Critério de ruptura biaxial disponível no programa ADINA
(fonte: ADINA(1999))

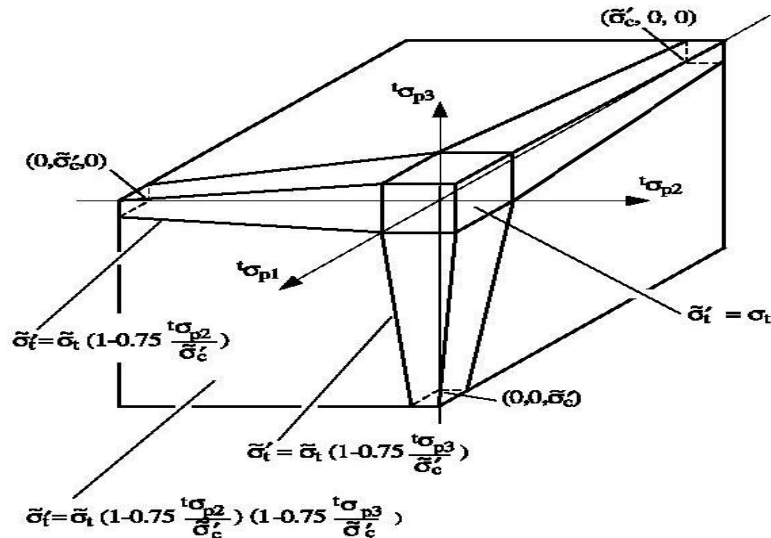


Figura 3 – Ruína por tração tridimensional disponível no programa ADINA
(fonte: ADINA(1999))

A ruína por tração ocorre se a tensão de tração em uma direção principal de tensão exceder a tensão de resistência à tração do material. Neste caso é assumido que o plano de ruína se desenvolve perpendicularmente à correspondente direção principal de tração. O efeito desta ruptura é que a rigidez normal e cisalhante ao longo do plano de ruína são reduzidas e um estado plano de tensões é adotado.

No programa ADINA está implementado um modelo de fissuração distribuída. Em modelos deste tipo, os deslocamentos associados à fissuração ainda são tratados como deformações e o elemento analisado permanece como um contínuo.

O programa dispõe de dois modelos para a simulação das armaduras de aço: modelo "plástico bilinear" e modelo "plástico multilinear", sendo que a resistência desses elementos é definida pelo critério de escoamento de von Mises. A aderência entre concreto e aço disponível no programa ADINA é do tipo perfeita.

3. Ensaio Experimental

Foram realizados ensaios experimentais em vigas de concreto de alto desempenho no Laboratório de Estruturas e Materiais(LEM) da Escola Politécnica(USP). Estes ensaios tinham como objetivo a determinação de armaduras mínimas de flexão utilizando conceitos de Mecânica da Fratura. Aproveitando os resultados obtidos dos ensaios tomou-se uma das vigas para simulação computacional utilizando os recursos de análise não-linear do programa ADINA. A viga utilizada no presente trabalho apresenta características geométricas conforme ilustra a Figura 4.

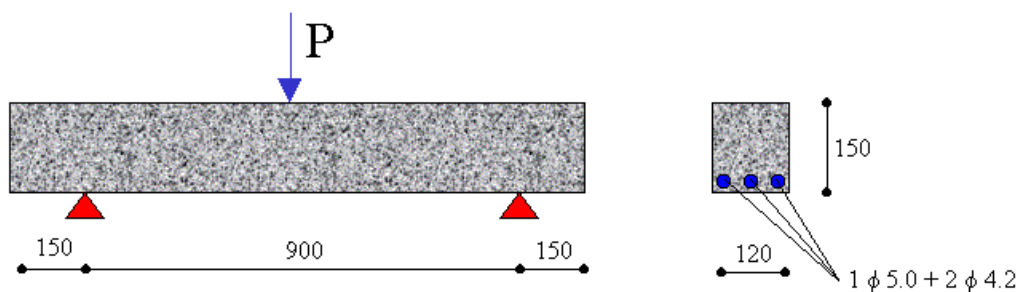


Figura 4 - Características geométricas da viga ensaiada

A viga foi ensaiada com deslocamento controlado com uma taxa de carregamento de 0,0025 mm/s o que permitiu a obtenção do comportamento pós-pico da estrutura. O tipo de colapso observado no ensaio foi do tipo dúctil, conforme ilustra a Figura 5.

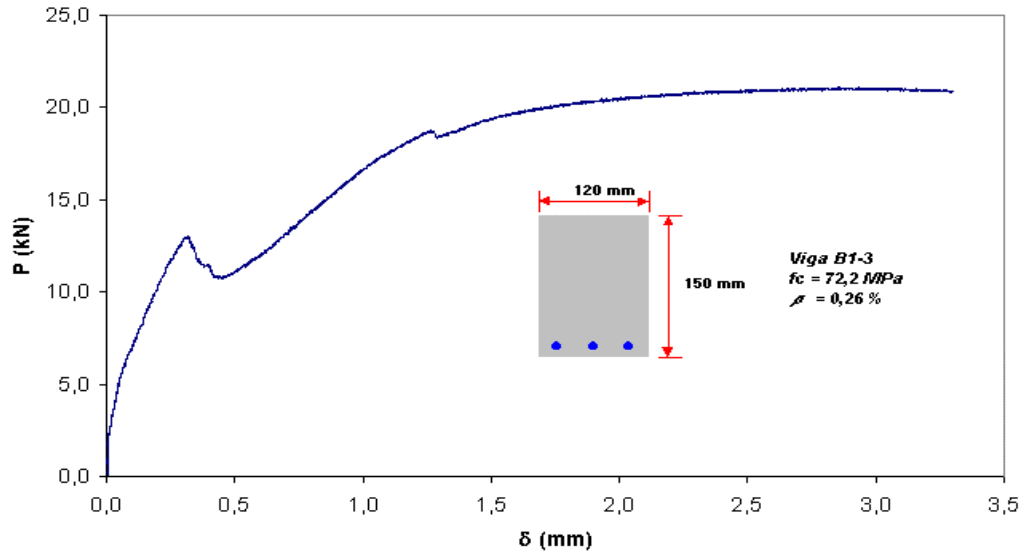


Figura 5 - Gráfico Carga(kN) x Deslocamento Vertical(mm) para viga ensaiada

A Tabela 1 apresenta os resultados teóricos e os resultados experimentais do ensaio realizado enquanto a Tabela 2 apresenta as propriedades mecânicas do concreto utilizado.

Tabela 1 - Resultados teóricos e experimentais

CP	Valores Teóricos		Valores Experimentais			
	$P_{cr}(kN)$	$P_u(kN)$	$P_{cr}(kN)$	$P_u(kN)$	$d_{cr}(mm)$	$d_u(mm)$
B1-3	10,69	18,64	13,06	21,09	0,32	2,93

Obs: Valores teóricos calculados de acordo com o ACI 318-95.

Tabela 2 - Propriedades mecânicas do concreto utilizado

CP	$F_c(MPa)$	$E_c(MPa)$	$f_t(MPa)$	$d_{m\acute{a}x}(mm)$	$G_F(N/mm)$	$f_y(MPa)$	$E_s(MPa)$
B1-3	72,2	41640	5,29	19	0,134	681,9	201900

Obs: f_t , E_c e G_F de acordo com o CEB-FIP MC90.

Conforme as características geométricas e mecânicas apresentadas anteriormente conduziu-se uma série de simulações numéricas utilizando ADINA, como será visto a seguir.

4. Modelagem Estrutural

A malha de elementos finitos adotada inicialmente é ilustrada na Figura 6. Trata-se de uma malha constituída de elementos bidimensionais de oito nós cuja análise numérica é feita adotando-se um estado plano de tensões.

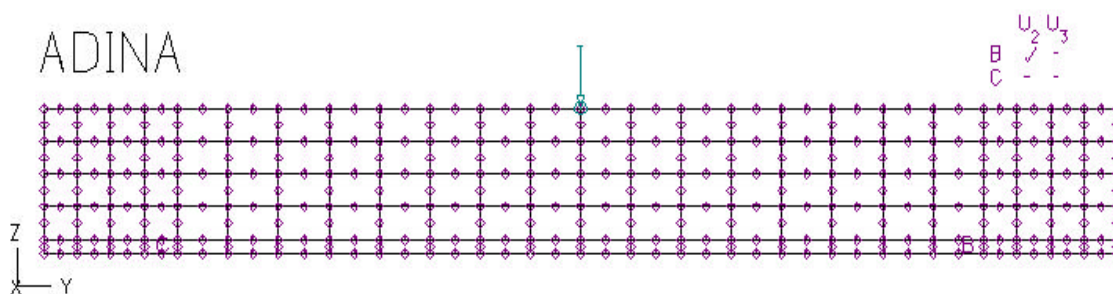


Figura 6 - Malha de elementos finitos adotada inicialmente

A análise não-linear da viga de concreto de alto desempenho foi efetuada utilizando-se um método que permite a observação do comportamento pós-pico da estrutura, denominado LDC (Load Displacement Control). O método de iteração de análise não-linear adotado foi o Método de Newton Modificado com "Line Searches" e critério de convergência baseado em energia. A escolha deste método deve-se principalmente ao bom desempenho observado em outras simulações numéricas utilizando ADINA.

Os parâmetros necessários a descrição do comportamento mecânico dos materiais foram descritos conforme a seguir:

Concreto:

Módulo de elasticidade tangente: 41640 MPa;

Resistência à tração: 5,29 MPa;

Máxima resistência à compressão(SIGMAC): 72,2 MPa;

Deformação correspondente a SIGMAC: 0,0020;

Resistência última à compressão(SIGMAU): 61,37 MPa;

Deformação correspondente a SIGMAU: 0,0030;

Coeficiente de Poisson: 0,19;

Aço:

Módulo de elasticidade: 201900 MPa;

Coeficiente de Poisson: 0,30;

Tensão de escoamento: 681,9 MPa;

Máxima deformação plástica: 0,01;

Observa-se que na falta de ensaios experimentais complementares foi necessário estimar nesta simulação os seguintes parâmetros para o concreto de alto desempenho: coeficiente de Poisson, deformações, resistência última, módulo de elasticidade e resistência à tração. A falta destes dados prejudica uma modelagem estrutural por meio de análises numéricas e pode levar a resultados que colocam em dúvida a qualidade do programa, conforme visto a seguir.

Os resultados obtidos por meio de uma primeira análise não-linear ("Numérico A"), são apresentados e comparados com os valores experimentais na Tabela 3.

Tabela 3 - Comparação entre resultados numéricos("Numérico A") e experimentais

Resultados Numéricos("Numérico A")			
P_{cr}(kN)	P_u(kN)	d_{cr}(mm)	d_u(mm)
16,77	19,86	0,22	0,99
Resultados Experimentais			
P_{cr}(kN)	P_u(kN)	d_{cr}(mm)	d_u(mm)
13,06	21,09	0,32	2,93

A Figura 7 ilustra o comportamento do deslocamento vertical no meio do vão em função do carregamento aplicado. Nesta figura também são apresentados os resultados experimentais, visando mostrar a discordância entre os resultados.

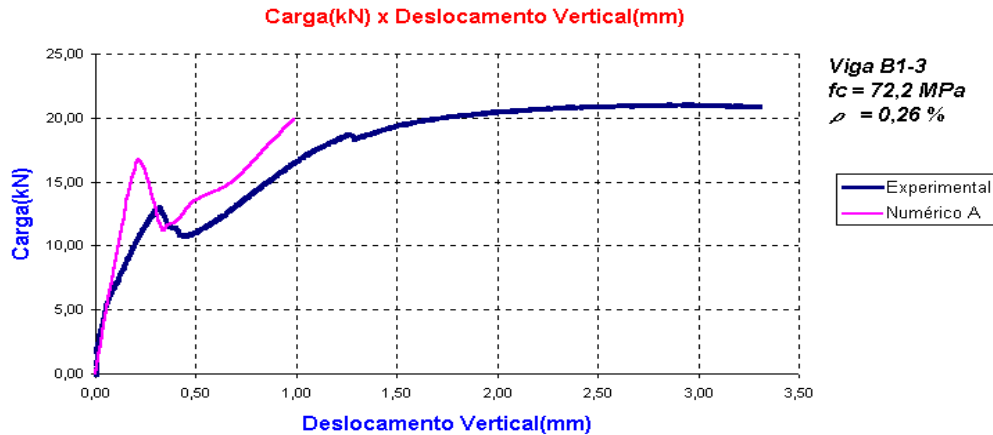


Figura 7 - Comparação entre resultados experimentais e numéricos("Numérico A")

Observa-se claramente pela Tabela 3 e pela Figura 7 que em função dos parâmetros utilizados obtém-se respostas pouco satisfatórias. Se a viga em estudo pertencesse a um projeto estrutural, poderia-se dizer que estaríamos a favor da segurança, uma vez que a carga última obtida numericamente para a viga foi menor que o valor encontrado experimentalmente. No entanto, observa-se que o valor do deslocamento vertical fornecido pelo programa é muito abaixo do valor encontrado experimentalmente, o que no caso de um projeto estrutural pode levar a admissão de flechas para cargas de serviços muito abaixo das flechas realmente atuantes.

Pela Figura 7 pode-se notar que um dos fatores que afetam a resposta é a resistência à tração, que foi adotada baseada em recomendações do CEB-FIP MC90, devido a falta de ensaios experimentais. Se esta resistência for diminuída é possível chegar a resultados mais próximos dos reais. No entanto, o processo de escolher o valor ideal da resistência à tração só pode ser obtido através de séries de tentativa e erro, o que demanda tempo e certa dose de intuição.

Após uma série de tentativas alterando-se a resistência à tração do concreto no modelo numérico, chegou-se a conclusão de que o valor 4,87 MPa seria mais adequado para a resistência à tração do concreto utilizado experimentalmente.

Os resultados obtidos numericamente para este novo modelo ("Numérico B") são ilustrados na Tabela 4 enquanto a Figura 8 ilustra a melhoria dos resultados.

Tabela 4 - Comparação entre resultados numéricos("Numérico B") e experimentais

Resultados Numéricos("Numérico B")			
$P_{cr}(kN)$	$P_u(kN)$	$d_{cr}(mm)$	$d_u(mm)$
12,95	20,18	0,15	1,30
Resultados Experimentais			
$P_{cr}(kN)$	$P_u(kN)$	$d_{cr}(mm)$	$d_u(mm)$
13,06	21,09	0,32	2,93

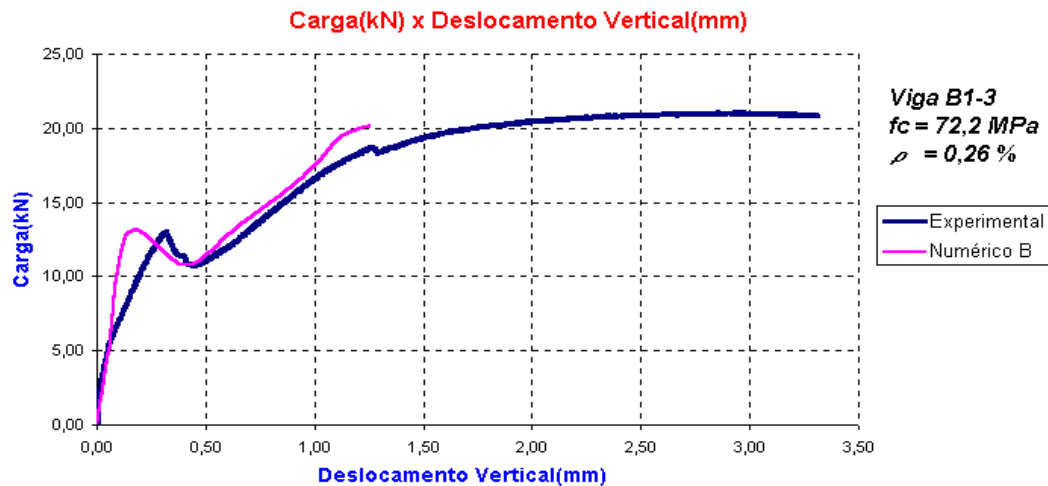


Figura 8 - Comparação entre resultados experimentais e numéricos("Numérico B")

Observa-se pela Tabela 4 e pela Figura 8 que os resultados melhoraram profundamente pela alteração da resistência à tração do concreto, aproximando inclusive o regime pós-fissuração, que é uma tarefa bastante complexa. O programa foi capaz de prever

quase que com exatidão as cargas críticas de fissuração e de ruptura da viga ensaiada, no entanto, observa-se que os deslocamentos obtidos numericamente novamente permaneceram longe da observação experimental.

Os valores dos deslocamentos obtidos numericamente situaram-se por volta da metade dos valores obtidos experimentalmente. Desta observação conclui-se que parâmetros que poderiam estar influenciando a precisão das respostas dos deslocamentos seriam os valores do módulo de elasticidade ou das deformações, que tiveram de ser adotados devido falta de ensaios complementares.

Pela Figura 8 observa-se que a inclinação inicial da curva experimental é menor que a curva inicial da simulação numérica. Deste fato, leva-se a crer que o módulo de elasticidade tenha um valor menor do que o adotado inicialmente. No entanto, para poder abaixar o valor do módulo de elasticidade no programa ADINA é necessário também alterar os valores das deformações, para que seja obedecida as relações constitutivas. Desta maneira foi feita uma série de diminuições do módulo de elasticidade e ajustes nas deformações procurando melhorar a curva numérica, contudo não houve melhoria nos resultados.

Após as tentativas anteriores, procurou-se conservar o módulo de elasticidade inicial e alterar as deformações. Desta maneira pôde-se chegar uma boa relação carga x deformação pela redefinição dos seguintes valores:

Máxima resistência à compressão(SIGMAC): 72,2 MPa;

Deformação correspondente a SIGMAC: 0,0028;

Resistência última à compressão(SIGMAU): 68,59 MPa;

Deformação correspondente a SIGMAU: 0,0032;

Os resultados obtidos numericamente para este novo modelo ("Numérico C") são ilustrados na Tabela 5 enquanto a Figura 9 ilustra a melhor aproximação obtida nas simulações numéricas utilizando ADINA.

Tabela 5 - Comparação entre resultados numéricos("Numérico C") e experimentais

Resultados Numéricos("Numérico C")			
$P_{cr}(kN)$	$P_u(kN)$	$d_{cr}(mm)$	$d_u(mm)$
12,70	20,10	0,15	1,68
Resultados Experimentais			
$P_{cr}(kN)$	$P_u(kN)$	$d_{cr}(mm)$	$d_u(mm)$
13,06	21,09	0,32	2,93

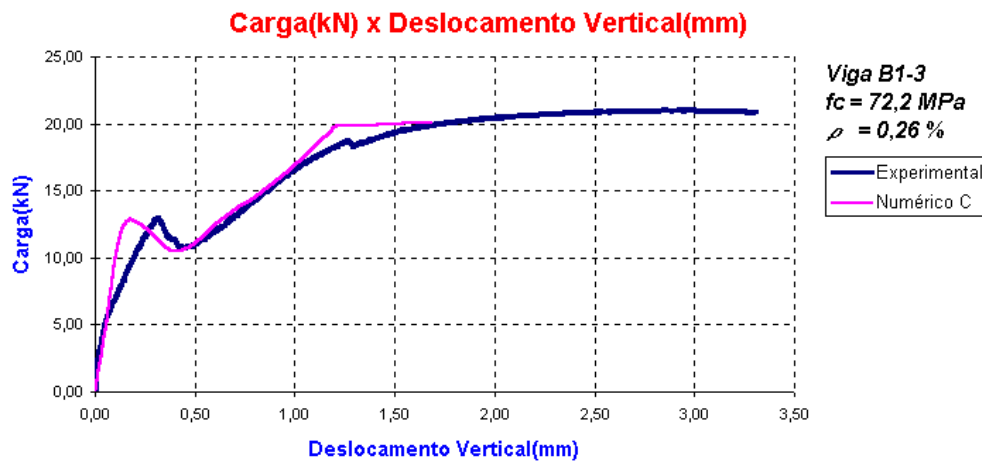


Figura 9 - Comparação entre resultados experimentais e numéricos("Numérico C")

Observa-se pela Figura 9 que a alteração das deformações trouxe melhorias significativas para o modelo numérico, principalmente no comportamento pós-fissuração da estrutura. O deslocamento para a carga de ruptura também foi melhorado, no entanto, permaneceu longe do valor real. Infelizmente, não foi possível melhorar a inclinação do modelo numérico para a parte elástica.

A Figura 10 ilustra o quadro de fissuração obtido numericamente para a viga no instante de sua ruptura. Esse resultado se aproxima com exatidão do ensaio experimental, uma vez que fissuras surgiram no meio do vão inferior e propagaram-se buscando o ponto de aplicação da carga concentrada.

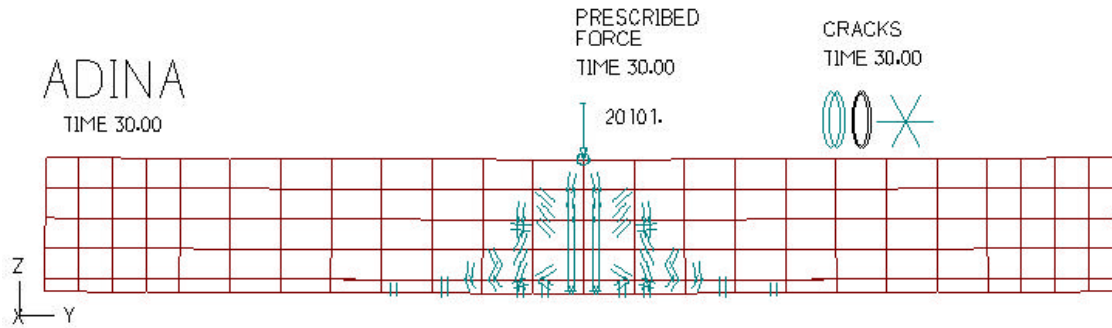


Figura 10 - Configuração de fissuração para o modelo numérico("Numérico C")

Após chegar a conclusão de que os parâmetros que mais se aproximavam da realidade estavam determinados, houve a preocupação em investigar se a malha de elementos finitos adotada inicialmente era a mais indicada para o estudo. Desta maneira, conservou-se os parâmetros utilizados no modelo "Numérico C" e elaborou-se outras malhas de elementos finitos.

Chegou-se a conclusão de que malhas muito refinadas e pouco refinadas levavam ao afastamento do resultado experimental. Dessa maneira, acredita-se que a malha adotada inicialmente é adequada para a viga em estudo.

Um fato importante observado refere-se a introdução da energia de fraturamento nos parâmetros do modelo constitutivo. Este parâmetro, conforme esperado, confere extrema estabilidade aos modelos, ou seja, independente da escolha da malha de elementos finitos as respostas tendem a ser sempre as mesmas. No entanto, observa-se que com a introdução deste parâmetro as respostas pioraram significativamente e o comportamento pós-fissuração não pode ser retratado. A Figura 11 ilustra as respostas obtidas para diversas malhas com a utilização do parâmetro G_F .

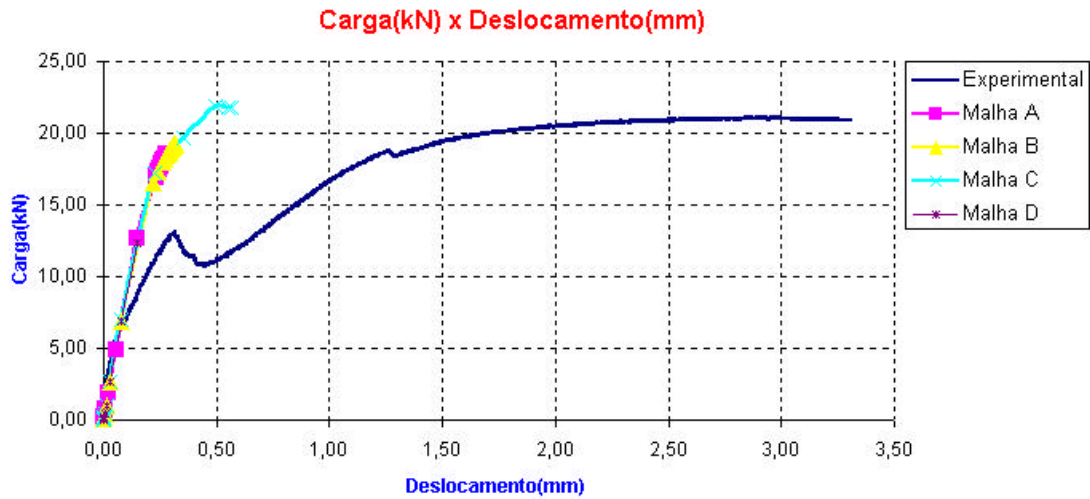


Figura 11 - Respostas numéricas para diferentes tipos de malha utilizando G_F

Pela Figura 11 fica evidente que o valor adotado para a energia de fraturamento, baseado CEB-FIP MC90, não é satisfatório para a simulação numérica. Acredita-se que este valor esteja um pouco acima do seu real valor. Apesar disso, é possível visualizar como este parâmetro pode ser de fundamental importância em casos onde surjam dúvidas a respeito da melhor malha de elementos finitos a ser utilizada. No entanto, a determinação deste parâmetro não é tarefa fácil e sua correta obtenção ainda é tema de grande interesse no mundo científico.

É difícil saber o que realmente ocorre com o comportamento do material sem o auxílio de ensaios experimentais. Pode ser que o valor da energia de fraturamento adotado esteja próximo do real e a resistência à tração seja ainda mais baixa ou vice-versa. Ainda existe o problema de dúvidas quanto as deformações e o módulo de elasticidade adotados. O desempenho do modelo é resultado da combinação correta de todos estes parâmetros.

5. Conclusões

Através dos resultados apresentados, fica evidente o quanto é importante a determinação experimental de todos os parâmetros necessários a descrição da relação constitutiva do concreto. Uma estimativa sem sucesso dos parâmetros pode trazer resultados duvidáveis para a modelagem estrutural. Observa-se que todos parâmetros têm influência significativa nas respostas obtidas no programa ADINA

Numa formulação de localização em deformações a energia necessária para a propagação de fissuras é distribuída em um volume de um elemento, provocando a dependência de malha. Com a introdução do parâmetro G_F este problema é eliminado e consequentemente o tipo de malha adotada pouco afeta nas respostas. No entanto, mais uma vez esbarra-se no problema da determinação exata deste parâmetro.

O presente trabalho procurou mostrar como a adoção de variáveis pode trazer dúvidas quanto a qualidade do programa computacional em utilização. Desta maneira pretende-se realizar investigações experimentais levantando de maneira cuidadosa todas as variáveis necessárias a descrição do comportamento mecânico do concreto, para que futuramente conclusões mais realistas possam elaboradas a respeito da confiabilidade e da performance do programa ADINA no que se refere a simulação dos mecanismos de colapso das estruturas de concreto.