### UNIVERSITY OF ILLINOIS AT URBANA - CHAMPAIGN

Daniel Kuchma
Assistant Professor
Department of Civil and Environmental Engineering
2106 Newmark Civil Engineering Laboratory, MC-250
205 North Mathews Avenue
Urbana, IL 61801-2352
217-333-1571 (Phone), 217-333-9464 (Fax)
kuchma@uiuc.edu



December 1, 2006

Dear Sir/Madam,

I am very pleased to write this note to describe Rafael Souza's research experience while a visiting scholar at the University of Illinois at Urbana-Champaign from June through December 2006. Dr. Souza proposed to come to the University of Illinois and to work with my research group due to our common interest in the use and advance of strut-and-tie models for the design of complex regions of concrete structures. In particular, Dr. Souza, along with one of my post-doctoral research assistants, was very interested in the application of strut-and-tie models to pile caps. Pile caps are footing at the base of a column that transfer load to a group of piles that are deeply embedded into soils and may extend down to supporting rock structures.

Their combined research effort has led to a better understanding of the strength, behavior, and design of pile caps. This included the development of a general strut-and-tie model for the design of pile caps subjected to complex loadings. This will provide designers with much needed guidance for the design of an important component of building structures for which current procedures are flawed. The proposed design model was validated by experimental test data and analytical investigations. Dr. Souza led this effort and is the first author on papers 1 and 2 listed below that present these research findings. Dr. Souza also worked closely with Dr. Park and myself in developing an approach for the capacity prediction of the behavior of pile caps. A summary of this work has been submitted to the technical literature in paper 3.

- 1.) Rafael Souza, Daniel Kuchma, JungWoong Park, and Túlio Bittencourt, "A Strut-and-Tie Model for the Design of Four-Pile Caps Supporting Axial Compression and Biaxial Flexure from Rectangular Columns", submitted to the ACI Structural Journal
- 2.) Rafael Souza, Daniel Kuchma, JungWoong Park, and Túlio Bittencourt, "Non-Linear Finite Element Analysis of Four-Pile Caps Supporting Columns Subjected to Generic Loading", submitted to the Journal of Computers and Concrete
- 3.) JungWoong Park, Daniel Kuchma, and Rafael Souza, "Strength Predictions of Pile Caps by a Strut-and-Tie Model Approach", submitted to the Canadian Journal of Civil Engineering

Dr. Souza was also very activity involved in several other aspects my research group and teachings. This included providing his input on the analysis of a large structure that had collapsed and was the subject of a dispute. He also attended my graduate class on the Mechanics of Structural Concrete. In

this class, I provide an introduction to the use of non-linear numerical analysis methods for structural concrete. The first two-thirds of this course focused on understanding basic constitutive relationships, models, and failure theories for structural concrete. The latter third provided an introduction to the use of research and commercial tools for the analysis of cracked structural concrete. This class benefited from Dr. Souza's two-day instruction on the basis and use of the DIANA software as well as his questions and insight over the duration of the course.

The success of any academic exchange is most dependent on the extent and quality of the discussions between the visitor and the local researchers. Dr. Souza's friendly, inquisitive, and social nature led to frequent and meaningful discussions on technical matters as well as of the differences in approaches to research, education, and design across the world. This was in-part enabled by Dr. Souza's office and housing accommodations. He worked in an office with fours others, including the port-doc Dr. Park from South Korea and three my PhD students, one each from South Korea, Thailand, and China. Dr. Souza shared housing accommodation with a senior PhD student from the United States who has considerable expertise in the experimental testing of structural concrete and also work experience in the United States.

I very much enjoyed working with Dr. Souza. I found him to be a very insightful, responsive, and effective researcher. His enthusiasm, approach, and technical contributions will be sorely missed by my research group at the University of Illinois. Since Dr. Souza shares many research interests with myself and my fellow researchers, I anticipate that this technical exchange will lead to lifelong collegial and technical interactions between all of us.

Best regards,

Daniel Kuchma

205 N. Mathews Ave.

Daniel Kuchna

Urbana, IL 61801

TEL: 217.333.1571 Fax: 217.333.9464

kuchma@uiuc.edu

## **RELATORIO FINAL**

(Estágio Pós-Doutoral - CAPES)

# "Aplicação do Método dos Elementos Finitos e do Método das Bielas na Análise de Blocos Rígidos Sobre Estacas"

Pesquisador Proponente: Rafael Alves de Souza

Processo: BEX4417/05-4

Instituição de Vinculação: Universidade Estadual de Maringá

Instituição de Destino: University of Illinois at Urbana-Champaign

## Síntese do Estágio Pós-Doutoral Efetuado

### Tema:

Aplicação do Método dos Elementos Finitos e do Método das Bielas na Análise de Blocos Rígidos Sobre Estacas

### Área de Conhecimento/ sub-área:

Engenharia Civil / Engenharia de Estruturas

## **Pesquisador Proponente:**

Prof. Dr. Rafael Alves de Souza http://www.gdace.uem.br

## Instituição de Vínculo:

Departamento de Engenharia Civil - Universidade Estadual de Maringá http://www.dec.uem.br

## Instituição de Destino:

University of Illinois at Urbana-Champaign <a href="http://www.uiuc.edu/">http://www.uiuc.edu/</a>

## Supervisor na Instituição:

Prof. Dr. Daniel A. Kuchma <a href="http://cee.uiuc.edu/kuchma/">http://cee.uiuc.edu/kuchma/</a>

## Período Proposto:

29 de Maio a 04 de Dezembro de 2006

## Informações Requeridas pela CAPES - Relatório Final

# 1) Considerando o plano de trabalho proposto, indicar o estagio de desenvolvimento das atividades de pesquisa;

Tendo em vista que todos os objetivos propostos foram efetivamente cumpridos no estágio pós-doutoral, modelos racionais e econômicos para o dimensionamento de blocos de fundação foram desenvolvidos baseando-se no Método das Bielas e no Método dos Elmentos Finitos, o que torna possível uma relevante contribuição nos procedimentos recomendados atualmente pela NBR6118 (2003). Deve-se observar que a referida norma recomenda a utilização do Método das Bielas para o dimensionamento de blocos de fundação, porém não fornece nenhuma informação adicional que oriente os projetistas de uma maneira clara. Dessa maneira, o presente trabalho pode contribuir na efetivação de modelos mais racionais, seguros e econômicos para o meio prático, bem como, pode evitar a utilização de critérios empíricos e teorias impróprias (Modelo de Viga) para o dimensionamento de blocos de fundação. Adicionalmente, modelos teóricos para a previsão do comportamento de blocos sobre quatro estacas foram elaborados, sendo que os resultados obtidos se aproximam de maneira bastante precisa em relação dos resultados experimentais disponíveis na literatura. Como trabalhos futuros, existe a intenção de se ensaiar experimentalmente blocos de fundação sobre estacas, bem como, desenvolver modelos ainda mais precisos, levando-se em consideração compatibilidade de deformações e relações constitutivas realistas para os materiais.

## 2) Informar as fontes e locais de desenvolvimento da pesquisa;

As pesquisas constantes no presente relatório foram realizadas na University of Illinois at Urbana-Champaign, Department of Civil and Environmental Engineering (<a href="http://cee.uiuc.edu/">http://cee.uiuc.edu/</a>). Na maior parte do tempo os trabalhos foram realizados no Laboratório Nathan M. Newmark, onde o pesquisador possuia uma sala específica, e na Grainger Engineering Library Information Center (<a href="http://web.library.uiuc.edu/">http://web.library.uiuc.edu/</a>, que é atualmente a maior biblioteca dos Estados Unidos e uma das maiores bibliotecas públicas do mundo. As fontes para a pesquisa foram obtidas por meio digital através do links mencionados anteriormente ou através da consulta pessoal aos periódicos disponíveis nas bibliotecas mencionadas. A Figura 1 apresenta algumas fotos dos ambientes onde foi conduzida a presente pesquisa.

### 3) Indicar os trabalhos e/ou publicações decorrentes da pesquisa;

O presente trabalho proporcionou a elaboração do presente relatório científico, bem como, dos seguintes trabalhos:

• "Adaptable Strut-And-Tie Models For Pile Caps Subjected To Axial Force And Biaxial Flexure" e "Experimental, Analytical and Numerical Analysis Of Reinforced Concrete Corbels Strengthened With Fiber Reinforced Polymer (FRP)". Esses resumos foram submetidos ao ACI Fall Convention 2006, realizado em Denver (Colorado), porém devido ao grande número de inscritos os resumos foram negados, conforme ANEXO A.

"An Adaptable Strut-And-Tie Model for the Design and Verification of Four-Pile Caps", "Non-Linear Finite Element Analysis Of Four-Pile Caps Supporting Columns Subjected To Generic Loading" e "Strength Prediction of Pile Caps Using Strut-and-Tie Model Approach". Esses artigos foram devidamente submetidos aos periódicos internacionais Computers & Concrete, ACI Structural Journal e Canadian Structural Journal, conforme ilustra o ANEXO B.

- "Nonlinear Analysis of Structural Concrete Using DIANA". Curso elaborado e proferido aos estudantes de pós-graduação da disciplina CEE561 Reinforced Concrete III, nos dias 01 e 03 de Novembro de 2006. O Anexo D apresenta o material especialmente elaborado para essa atividade didática.
- "A Engenharia de Estruturas nos Estados Unidos da América". Palestra proferida na Universidade Estadual de Maringá, no dia 11 de Dezembro, logo após o retorno do bolsista ao Brasil. O Anexo E apresenta o material elaborado para essa atividade, que objetivou divulgar os resultados obtidos com as pesquisas conduzidas, bem como, estimular os acadêmicos de graduação a ingressarem nos cursos de pósgraduação.

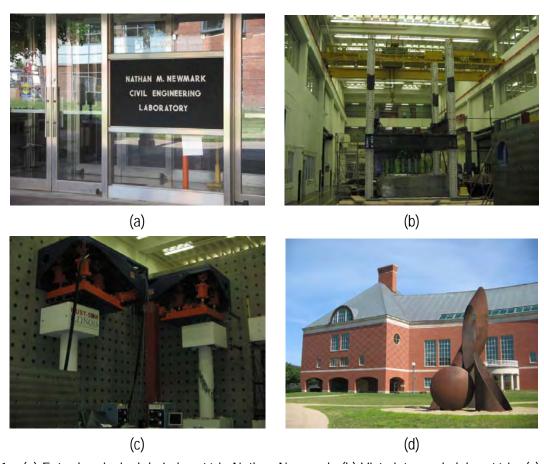


Figura 1 – (a) Entrada principal do Laboratório Nathan Newmark, (b) Vista interna do laboratório, (c) Detalhe de equipamento utilizados para estudo de sismo e (d) Vista externa da Biblioteca de Engenharia

## 4) Fazer uma avaliação global do trabalho apontando as dificuldades e facilidades encontradas, inclusive quanto a adaptação ao novo ambiente;

No início do presente trabalho, observou-se uma certa dificuldade quanto à comunicação oral, tendo em vista que o Inglês praticado na instituição de destino parecia ser muito mais rápido do que o Inglês até então dominado pelo candidato. Visando aprimorar a comunicação em língua inglesa, procedeu-se então à condução de diversos cursos de conversação, audição, escrita e pronunciação, que ajudaram em muito para um melhor aproveitamento do estágio pós-doutoral. O Anexo C apresenta os cursos realizados em instituições particulares e na University of Illinois at Urbana-Champaign, cursos estes que contribuíram para um efetivo domínio da lingua inglesa e tornaram as interações com os colegas de trabalho muito mais confortáveis e produtivas.

O ambiente de trabalho encontrado na instituição foi o melhor possível, com uma recepção calorosa por parte com colegas de trabalho. Os companheiros de pesquisa não mediram esforços para que o candidato tivesse as melhores condições possíveis de trabalho, de maneira que em pouco tempo após a chegada os trabalhos já puderam ser iniciados sem maiores dificuldades. Deve-se mencionar a grande agilidade no processo de obtenção de um espaço particular para a realização da pesquisa, bem como, acesso imediato a Internet.

De maneira geral, excluindo o desafio científico do trabalho, não houve nenhuma outra espécie de dificuldade encontradas, uma vez que todos os recursos para a condução do trabalho foram fornecidos pela instituição.

## 5) Informar se a infra-estrutura básica, sistemas/metodos de trabalho e atividades complementares favoreceram o desenvolvimento do trabalho.

A infra-estrutura básica contribuiu muito para o desenvolvimento dos trabalhos, uma vez que o estágio efetuado se deu em uma das melhores escolas de engenharia dos Estados Unidos (graduação e pósgraduação), conforme atesta o ranking da US News & World Report (http://www.usnews.com).

A disponibilização dos programas ATENA e DIANA, atualmente os mais avançados para a simulação de fraturamento do concreto estrutural, sem dúvida contribuíram muito para a condução da presente pesquisa. Conforme pode-se observar no presente relatório, diversas simulações foram necessárias de maneira a amadurecer os modelos propostos. Deve-se mencionar que a facilidade de acesso a esses programas, por intermédio do empréstimo de chaves do tipo hardware-lock, possibilitaram a efetivação das simulações necessárias em qualquer momento da pesquisa.

O sistema de informação via portais eletrônicos das bibliotecas é bastante completo e na falta de algum artigo de interesse foi possível fazer a encomenda via Biblioteca com grande agilidade. Nas bibliotecas utilizadas também encontrava-se disponível o sistema Wireless, o que possibilitou o acesso a Internet através de notebook pessoal, agilizando ainda mais o desenvolvimento das atividades de pesquisa.

O Laboratório Newmark, onde o pesquisador ficou lotado, é muito bem equipado e tem como prioridade os estudos relacionados à ação sísmica, com vários projetos sendo patrocinados pela National Science Foundation (<a href="http://nsf.gov/">http://nsf.gov/</a>). Nesse laboratório, teve-se a oportunidade de se acompanhar inúmeras palestras de alto nível, bem como, interagir com diversos outros grupos de pesquisas, o que abre a possibilidade de trabalhos futuros.

A possibilidade de assistir disciplinas como aluno ouvinte na University of Illinois também foram outro ponto positivo no presente estágio. Apesar de se constituírem como atividades complementares, participações em classes avançadas de inglês e disciplinas relacionadas ao concreto estrutural possibilitaram um entendimento bastante apurado da cultura americana, possibilitando assim uma perfeita adaptação ao ambiente de trabalho.

## **RELATORIO FINAL**

(Estágio Pós-Doutoral - CAPES)

# "Aplicação do Método dos Elementos Finitos e do Método das Bielas na Análise de Blocos Rígidos Sobre Estacas"

Pesquisador Proponente: Rafael Alves de Souza

Processo: BEX4417/05-4

Instituição de Vinculação: Universidade Estadual de Maringá Instituição de Destino: University of Illinois at Urbana-Champaign

Orientador: Daniel Alexander Kuchma

Maringá, Dezembro de 2006

"There are worse things than being alone, But it often takes decades to realize this. And most often when you do it's too late. And there's nothing worse than too late."

(Charles Bukowski)

## **Agradecimentos**

Quando da execução desse trabalho, a Universidade de Illinois at Urbana-Champaign ocupava a vigésima quinta posição no ranking mundial de universidades em todos os campos do conhecimento. Além disso, essa proeminente universidade ocupava o primeiro lugar nos Estados Unidos no que se referia aos cursos de graduação e pós-graduação em Engenharia Civil. Esse posicionamento sem dúvida reflete a qualidade do trabalho das pessoas que por lá me acolheram. Profissionais de todas as nacionalidades entusiasmados e apaixonados pelo desenvolvimento tecnológico, científico e cultural.

Dessa maneira, além de agradecer com entusiasmo ao governo brasileiro, que possibilitou-me essa oportunidade única no exterior através da CAPES, também gostaria de agradecer ao empenho dos meus mais novos colegas, que sem dúvida tornaram minha vida mais fácil e prazerosa no exterior. Meus sinceros agradecimentos aos seguintes companheiros: Daniel Kuchma (Canadá, thanks for trusting my work!), Prof. Gláucio Paulino (Brasil), Simon Gurfinkel (EUA), Lisa Norbury (EUA, you really improved my pronunciation!), Hyunjin Kim (Thanks for improving my writing!), Thomas Nagle (EUA, thanks for my room and your special fellowship!), Chris Hart & Ray Foltz (EUA, Thanks for the parties and your always nice companion fellas!), Ken Marley & Jacob (EUA, Thanks for the chilli amigos!), Marco Alfano (Itália, Oligato regazzo!), Mateo Jesse Guerra e Ignácio Prata (Espanha, Gracias amigos!), JungWoong Park (Coréia do Sul, co-worker researching pile caps), Heui Hwang Lee (Coréia do Sul, co-worker using DIANA for explaining New Jerseys' parking garage failure), San-Ho Kim (Coréia do Sul, sorry for the soccer!), Shaoyun Sun (China, thanks for the snacks!), Marcelo Domingues e Maurício Barrosa (Brasil, boa sorte aí politécnicos!), Tim Morrissey (EUA, thanks for teaching me the Jiu-Jitsu Art), Pham Vinh Hoa (Vietnā), Aaron Maurice Hughes (EUA, my homeless and wonderful friend), Mona Azarbayjani (Irā), Ozan Cangurel (Turquia, me aguarde em Istambul!), Hector Figueroa (Colombia) e Tomohiro Takeshita (Japão).

Injustiça seria deixar de lembrar de todos os amigos do Departamento de Engenharia Civil da Universidade Estadual de Maringá, os quais não mediram esforços para possibilitar a minha vinda para Urbana-Champaign (EUA). Em especial gostaria de agradecer aos seguintes amigos: Paulo Fernando Soares (chefe), José Kiynha Yshiba (vice-chefe), Romel Dias Vanderlei, Jair José Boeira, Jeselay Hemetério Cordeiro dos Reis, Fábio Armando Botelho Cordovil, Leandro Vanalli, Marcelo Marques, Antonio Carlos Peralta, Antonio Belincanta, Generoso de Angelis Neto, Juarez Antonio dos Santos e Neusi Oliveira Gusmão. Finalmente, gostaria de registrar meus sinceros agradecimentos aos meus pais, irmãos, familiares e amigos da música, que nesses seis meses tanto me fizeram falta.

Dedico esse trabalho aos meus pais Nilson Souza e Ângela Souza, que como eu entenderam o profundo sentido da palavra saudade.

## Sumário

1.		1
2.	Aplicação do Método das Bielas Utilizando o Software CAST	5
	2.1. Apresentação do Programa CAST	6
	2.2. Rotinas para a Determinação das Forças Atuantes no Modelo	7
	2.3. Rotinas para o Dimensionamento de Escoras, Tirantes e Regiões Nodais	7
	2.3.1 Escoras	
	2.3.2 Tirantes	
	2.3.3 Regiões Nodais	
	2.3.4 Análises do Tipo Carga-Deslocamento e Previsão de Capacidade do Modelo	
	2.4. Exemplos de Aplicação do Programa CAST	
	2.4.1 Dimensionamento dos Consolos Curtos Usando o Método das Bielas	
	2.4.2 Resultados Experimentais	24
	2.4.3 Simulação do Consolo A Utilizando CAST	
	2.4.4 Simulação do Consolo B Utilizando CAST	
^	2.5. Referências Bibliográficas	
3.		
	3.1. Aplicações do Método dos Elementos Finitos às Estruturas de Concreto	
	3.3. Recomendações Gerais para a Análise Não-Linear de Estruturas de Concreto	3/
	3.3.1 Fator de Retenção ao Cisalhamento	
	3.3.2 Tipos de Elementos e Refinamento da Malha	
	<ul><li>3.3.3 Passos de Carga e Estratégia de Propagação de Fissuras</li><li>3.3.4 Resolução dos Sistemas de Eguações Não-Lineares</li></ul>	აo
	1 3	
	<ul><li>3.4. O Que Dizem os Códigos Normativos Sobre o MEF?</li><li>3.5. Referências Bibliográficas:</li></ul>	
4.	·	
т.	4.1. Visão Geral do Programa	
	4.2. Modelo Constitutivo Sbeta para Concreto	
	4.3. Modelos de Fissuração Distribuída	
	4.4. Modelagem das Armaduras	
	4.5. Exemplos de Simulações Numéricas Utilizando ATENA 2D e ATENA3D	
	4.5.5 Simulação do Consolo A Utilizando ATENA2D	
	4.5.6 Simulação do Consolo A Utilizando ATENA3D	
	4.5.7 Simulação do Consolo B Utilizando ATENA2D	
	4.5.8 Simulação do Consolo B Utilizando ATENA3D	60
	4.5.9 Conclusões Sobre as Investigações Efetuadas	61
	4.6. Referências Bibliográficas	65
5.	,	
	5.1. Pesquisas Conduzidas no Exterior	
	5.2. Pesquisas Experimentais Conduzidas por BLÉVOT & FRÉMY (1967)	
	5.2.1 Exposição do Método Simplificado	
	5.2.2 Conclusões da Primeira Série de Ensaios	
	5.2.3 Conclusões da Segunda Série de Ensaios	81
	5.2.4 Apresentação dos Resultados Experimentais	
	5.2.5 Modelos Teóricos Refinados	
	5.2.6 Considerações Finais	
	5.3. Pesquisas Conduzidas no Brasil	
	5.4. Banco de Dados Experimentais Sobre Blocos de Fundação	
	5.5. Classificação dos Blocos em Rígidos e Flexíveis	
	5.6. Caracterização Geométrica dos Blocos de Fundação	100

5.6.1 Distâ	incias entre os Eixos de Estacas (e)	101
	ancia entre a Face do Pilar e o Eixo da Estaca (a)	
	ncia Mínima entre o Eixo da Estaca e a Face do Bloco (e')	
	utimento das Estacas (d₀)	
	a do Bloco (h)	
	adura Longitudinal Principal	
	adura Junto à Face Superior (A's)	
	adura de Pele (A <sub>s,pele</sub> )	
	adura de Base	
	dações Gerais a Respeito de Estacas	
	n das Armaduras dos Pilares	
J	as Bibliográficas	
	mensional de Blocos de Fundação	
	dos Ensaios Experimentais de Referência	
	dos Resultados Experimentais	
	das Análises Numéricas Utilizando ATENA3D	
	a de Elementos Finitos e Topologia	
	riais	
	egamento, Condições de Apoio e Parâmetros da Solução Numérica	
	ultados Obtidos Utilizando ATENA3D	
	s Sobre a Investigação Conduzida	
	as Bibliográficas	
	Dimensionamento de Blocos Sobre Estacas Suportando Pilares Retangulares Su	
	posta	
	bre Duas Estacas Sujeitos a Força Normal e Momento Fletor	
	nplo de Aplicação da Formulação Proposta – Bloco Sobre Duas Estacas	
	bre Três Estacas Sujeitos a Força Normal e Momentos Fletores	
	nplo de Aplicação da Formulação Proposta – Bloco Sobre Três Estacas	
	os Sobre Quatro Estacas	
	nplo de Aplicação da Formulação Proposta – Bloco Sobre Quatro Estacas	
	lação do Modelo Simplificado Empregado para Determinação de Forças nas Esta	
	nalítico para a Previsão do Tipo de Ruína em Blocos Sobre Quatro Estacas	
	as Bibliográficas	
	nto e Simulação Numérica de Blocos Sobre Quatro Estacas Suportando Pilares	
	Oblíqua Composta	161
	e Dimensionamento do Bloco Investigado	
	ăo-Linear Utilizando ATENA3D	
	a de Elementos Finitos e Topologia	
	riais Utilizados	
	egamento, Condições de Apoio e Parâmetros da Solução Numérica	
	ultados Obtidos Utilizando ATENA3D	
	s Sobre a Investigação Conduzida	
	as Bibliográficas	
	rabalhos Futuros	
ANFXOS	Tabali 103 Tatal 03	185

## Lista de Figuras

Figura 1.1 - Exemplos de "Regiões D" e seus contornos (Fonte: ACI-318 (2005))	1
. Figura 1.2 - Laje pré-moldada em duplo T: exemplo típico de estrutura sujeita descontinuidade geométrica	2
Figura 2.1 – Exemplos de aplicação do Método das Bielas: (a) Consolo, (b) Viga e (c) Viga-Parede em	
Balanço	5
Figura 2.2 – Interface gráfica do programa CAST("Computer Aided Strut-and-Tie")	6
Figura 2.3 – Configurações típicas de campos de tensão de compressão	8
Figura 2.4 – Relação típica tensão-deformação para concreto em compressão uniaxial e relação idealizada	ĺ
utilizada em modelos de escoras e tirantes (Fonte: TJHIN (2004))	9
Figura 2.5 – Tipos de escoras em Regiões D: (a) escora prismática em região não-fissurada, (b) escora	
prismática em região fissurada onde as escoras são paralelas às fissuras, (c) escora prismática em região	
fissurada onde as escoras não são paralelas às fissuras, (d) escoras garrafa com armadura em malha para	ì
controle da fissuração, (e) escora garrafa sem armadura de controle de fissuração e (f) escora confinada	
(Fonte: TJHIN (2004))	10
Figura 2.6 – Caixa de diálogo do programa CAST para definição das características das escoras	10
Figura 2.7 – Distribuição de armadura em malha em escoras do tipo garrafa (Adaptado de ACI-318 (2005))	
Figura 2.8 – Tela do programa CAST para definição dos tirantes	
Figura 2.9 – Tipos básicos de nós em problemas bidimensionais: CCC, CCT, CTT e TTT	13
Figura 2.10 – Regiões nodais formadas pela simples intersecção de escoras e tirantes no programa CAST.	
Figura 2.11 – Exemplo de nó hidrostático: (a) forças atuantes no nó, (b) geometria da região nodal e (c)	
Circulo de Mohr descrevendo o estado de tensão na região nodal (Fonte: TJHIN (2004))	15
Figura 2.12 – Triângulo sujeito a um estado de tensão constante (Fonte: Tjhin (2004))	16
Figura 2.13 - Tirantes assumidos como atuando por detrás do nó no programa CASTCAST	17
Figura 2.14 – Divisão das zonas nodais com mais de três elementos em vários triângulos	17
Figura 2.15 – Exemplo de distribuição de tensões entre concreto e aço para uma região nodal com três	
direções para as armaduras (Fonte: TJHIN (2004))	18
Figura 2.16 – (a) Critério Modificado de Mohr-Coulomb para nós CCC e (b) Critério Linearizado de Mohr-	
Coulomb para nós CCT, CTT e TTT	19
	19
Figura 2.18 – Caixa de diálogo do programa CAST para a definição de relações tensão-deformação de	
escoras e tirantes	20
Figura 2.19 – Caixa de diálogo do programa CAST para definição do tipo de controle e dos passos de carga	
	20
Figura 2.20 – Características geométricas do consolo curto investigado por SOUZA et al (2006)	21
Figura 2.21 <sub>-</sub> Esquema de armação dos tirantes dos consolos curtos investigados: a) Consolo Normalment	
Armado e b) Consolo Reforçado com Fibras de Carbono	
Figura 2.22 – a) Tomada de alongamentos na região do tirante através de LVDT e b) medida de deformaçã	10
nas escoras através de extensômetros removíveis	
Figura 2.23 – Respostas obtidas no programa RESPONSE-2000 para a região do tirante (Consolo A)	
Figura 2.24 – Respostas obtidas no programa RESPONSE-2000 para a região do tirante (Consolo B)	26
Figura 2.25 – (a) Diagrama carga versus alongamento do tirante medido pelo LVDT, (b) esquema de	
instrumentação do Consolo A, (c) forma de ruína do Consolo A e (d) tensões de compressão nas escoras	
obliquas – Consolo A	27
Figura 2.26 – (a) Diagrama carga versus alongamento do tirante medido pelo LVDT, (b) esquema de	
instrumentação do Consolo B e (c) forma de ruína do Consolo B e (d) tensões de compressão nas escoras	
	28
Figura 2.27 – (a) Simulação do Consolo A no programa CAST e (b) Análise detalhada do apoio esquerdo	
Figura 2.28 - (a) Simulação do Consolo B no programa CAST e (b) Análise detalhada do apoio esquerdo	
Figura 2.29 – (a) Estado de tensões encontrada na ruína do Consolo B e (b) ruína da região nodal junto ao	
apoio direito do Consolo B	31

Figura 3.1 - Exemplos de modelos de escoras e tirantes propostos a partir das tensões principais	34
Figura 3.2 – Método de Newton-Raphson	
Figura 3.3 – Método de Newton-Raphson Modificado	40
Figura 3.4 – Obtenção dos comportamentos de "snap-back" e "snap-through" utilizando o Método do	
Comprimento de Arco (Fonte: TNO (2001))	
Figura 4.1 – Interface gráfica típica do programa ATENA2D – versão demo	
Figura 4.2 – Ambiente VLTS: possibilidade de análise gratuitas usando o programa ATENA	46
Figura 4.3 – Tela de entrada do programa ATENA para definição das propriedades do concreto	
Figura 4.4 – (a) Diagrama tensão-deformação empregado para concreto no programa ATENA e (b) critério	de
ruína bidimensional para determinação das tensões de pico	
Figura 4.5 – (a) Lei de amolecimento linear na tração disponível no programa ATENA e (b) comprimentos o	et
banda à tração e compressão	
Figura 4.6 – Etapa característica na formação das fissuras	
Figura 4.7 – Comportamento pós-pico para concreto em compressão implementado no programa ATENA.	
Figura 4.8 – Modelo de Fissuração Fixa ("Fixed Crack Model")	
Figura 4.9 – Modelo de Fissuração Variável ("Rotated Crack Model")	51
Figura 4.10 – (a) Modelo elasto-plástico perfeito e (b) Modelo multilinear empregados para modelagem das	3
armaduras	
Figura 4.11 – Malha de elementos finitos definida para o Consolo A no programa ATENA 2D	
Figura 4.12 – Panorama de fissuração e tensões na direção x para o Consolo A – ATENA2D	
Figura 4.13 – Malha de elementos finitos utilizadas nas simulações tridimensionais dos consolos	
Figura 4.14 – Panorama de fissuração e tensões na direção y para simulação tridimensional do Consolo A	
Figura 4.15 – Panorama de fissuração e tensões na direção x para o Consolo B	
Figura 4.16 – Panorama de fissuração e tensões na direção y para simulação tridimensional do Consolo B	
Figura 4.17 – Tensões atuantes nas armaduras do Consolo B no momento da ruptura	
Figura 4.18 – Comparações carga versus deslocamentos dos consolos utilizando ATENA2D e 3D	62
Figura 4.19 – (a) Panorama de fissuração experimental do Consolo A, (b) Panorama de fissuração	
experimental do Consolo B, (c) Panorama de fissuração numérico do Consolo A (Atena2D), (d) Panorama	
fissuração numérico do Consolo B (Atena2D), (e) Panorama de fissuração numérico do Consolo A (Atena3	3D),
( )	63
Figura 5.1 – Exemplo de modelo de escoras e tirantes utilizado para o dimensionamento de um bloco rígido	
de fundação sobre quatro estacas (Adaptado de ADEBAR et al. (1990))	
Figura 5.2 – Isotensões para um bloco ensaiado por Ricaldoni (1946)	
Figura 5.3 – (a) Modelo simplificado de escoras e tirantes para blocos sobre 4 estacas, (b) Proposta de SIA	
(1993) para as escoras e (c) Geometria da escora tridimensional proposta por SIAO (1993)	
Figura 5.4 – Modelo simplificado de BLÉVOT & FRÉMY (1967) para bloco sobre duas estacas	
Figura 5.5 - Modelo simplificado de BLÉVOT & FRÉMY (1967) para bloco sobre três estacas	
Figura 5.6 - Modelo simplificado de BLÉVOT & FRÉMY (1967) para bloco sobre quatro estacas	
Figura 5.7 – Detalhe dos blocos sobre quatro estacas ensaiados por BLÉVOT & FRÉMY (1967)	//
Figura 5.8 – a) Fissuração diagonal, b) Fissuração central, c) Ruptura por esgotamento de escora e d)	70
Ruptura complexa em blocos sobre quatro estacas ensaiados por BLÉVOT & FRÉMY (1967)	
Figura 5.9 – Detalhe dos blocos sobre três estacas ensaiados por BLÉVOT & FRÉMY (1967)	/9
Figura 5.10 – a) Exemplo de fissuração na ruptura de blocos sobre três estacas, b) Exemplo de ruptura	
complexa, c) Exemplo de ruptura complexa visto de outro ângulo e d) ruptura frágil para bloco sobre três	00
estacas armado apenas com armadura em malha e ensaiado por BLÉVOT & FRÉMY (1967)	80
Figura 5.11 – Fissuração típica em bloco sobre duas estacas, b) Ruptura de escora, c) Lascamento de	š c
cobrimento junto as estacas e d) lascamento de concreto junto aos pilares na ruptura de blocos de fundaçã	
sobre duas estacas ensaiados por BLÉVOT & FRÉMY (1967)	ŏZ
Figura 5.12 – Disposição de armaduras recomendada por BLÉVOT & FRÉMY (1967) para blocos sobre trê	
estacasFigura 5.13 - Disposição de armaduras recomendada por BLÉVOT & FRÉMY (1967) para blocos sobre cin	ŏŏ
estacas(1967) para biocos sobre ciri	
รงเลบลง	70

Figura 5.14 - Disposição de armaduras recomendada por BLEVOT & FREMY (1967) para blocos sobre s	seis
estacas	91
Figura 5.15 – Reação álcali-agregado atuando em bloco de fundação	104
Figura 5.16 – Disposição e espaçamento entre estacas segundo ALONSO (1995)	105
Figura 5.17 – Carga nas estacas para pilares com carga vertical e momentos	105
Figura 5.18 – Ancoragem das armaduras dos pilares	106
Figura 6.1 – Geometria dos blocos ensaiados por Suzuki et al (1998)	111
Figura 6.2 – Equipamento utilizado para aplicação dos carregamentos nos blocos de Suzuki et al (1998)	
Figura 6.3 – Exemplos de fissuração nos blocos ensaiados por Suzuki et al (1998): (a) bloco com armado	ura
em malha, (b) bloco com armadura concentrada, (c) e (d) blocos com dimensões variáveis	113
Figura 6.4 – Curvas carga versus deslocamento para os blocos ensaiados por Suzuki et al (1998)	115
Figura 6.5 – Topologia e Malhas de Elementos Finitos Utilizada: (a) Vista superior dos blocos, (b) Vista ir	nferior
dos blocos, (c) Armaduras concentradas e (d) Armaduras em malha	
Figura 6.6 – Relações cargas versus deslocamento obtidos utilizando ATENA	119
Figura 6.7 - Tensões nas armaduras no momento das primeiras fissuras – Bloco BP-20-30-1,2	
Figura 6.8 – Panorama de fissuração no momento do escoamento dos tirantes (apenas fissuras com	
aberturas superiores a 0,3 mm) - Bloco BP-20-30-1,2	120
Figura 6.9 - Tensões nas armaduras no momento do escoamento acompanhada de fissuras tridimensior	nais
(apenas fissuras com aberturas superiores a 0,3 mm) - Bloco BP-20-30-1,2	
Figura 6.10 – Panorama de fissuração do Bloco BP-20-30-1,2 na ruptura (apenas fissuras com aberturas	
superiores a 0,3 mm)	
Figura 6.11 – Tensões nas armaduras no momento da ruptura e fissuras tridimensionais	121
Figura 6.12 - Tensões nas armaduras no momento das primeiras fissuras – Bloco BP-30-25-1,2	122
Figura 6.13 – Panorama de fissuração no momento do escoamento dos tirantes (apenas fissuras com	
aberturas superiores a 0,2 mm) - Bloco BP-20-30-1,2	122
Figura 6.14 - Tensões nas armaduras no momento do escoamento e fissuras tridimensionais (apenas fis	suras
com aberturas superiores a 0,2 mm) - Bloco BP-20-30-1,2	122
Figura 6.15 – Panorama de fissuração do Bloco BP-30-25-1,2 na ruptura (apenas fissuras com aberturas	3
superiores a 0,2 mm)	123
Figura 6.16 – Tensões nas armaduras no momento da ruptura e fissuras tridimensionais (apenas fissura	
com aberturas superiores a 0,2 mm) - Bloco BP-20-30-1,2	
Figura 6.17 - Tensões nas armaduras no momento das primeiras fissuras – Bloco BP-30-30-1,2	124
Figura 6.18 – Panorama de fissuração no momento do escoamento dos tirantes (apenas fissuras com	
aberturas superiores a 0,2 mm) - Bloco BP-30-30-1,2	
Figura 6.19 - Tensões nas armaduras no momento do escoamento e fissuras tridimensionais (apenas fis	
com aberturas superiores a 0,2 mm) - Bloco BP-30-30-1,2	124
Figura 6.20 – Panorama de fissuração do Bloco BP-30-30-1,2 na ruptura (apenas fissuras com aberturas	
superiores a 0,2 mm)	
Figura 6.21 – Tensões nas armaduras no momento da ruptura e fissuras tridimensionais (apenas fissura:	
aberturas superiores a 0,2 mm) - Bloco BP-30-30-1,2	
Figura 6.22 - Tensões nas armaduras no momento das primeiras fissuras – Bloco BPC-20-30-1,2	126
Figura 6.23 – Panorama de fissuração no momento do escoamento dos tirantes (apenas fissuras com	
aberturas superiores a 0,2 mm) – Bloco BPC-20-30-1,2	
Figura 6.24 - Tensões nas armaduras no momento do escoamento e fissuras tridimensionais (apenas fis	
com aberturas superiores a 0,2 mm) – Bloco BPC-20-30-1,2	
Figura 6.25 – Panorama de fissuração do Bloco BPC-20-30-1,2 na ruptura (apenas fissuras com abertura	
superiores a 0,2 mm)	
Figura 6.26 – Tensões nas armaduras no momento da ruptura e fissuras tridimensionais (apenas fissura:	
aberturas superiores a 0,2 mm) – Bloco BPC-20-30-1,2	
Figura 6.27 - Tensões nas armaduras no momento das primeiras fissuras – Bloco BPC-30-25-1,2	128
Figura 6.28 – Panorama de fissuração no momento do escoamento dos tirantes (apenas fissuras com	400
aberturas superiores a 0,2 mm) – Bloco BPC-30-25-1,2	128

Figura 6.29 - Tensões nas armaduras no momento do escoamento e fissuras tridimensionais (apenas fissu	
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	.128
Figura 6.30 – Panorama de fissuração do Bloco BPC-30-25-1,2 na ruptura (apenas fissuras com aberturas	
	.129
Figura 6.31 – Tensões nas armaduras no momento da ruptura e fissuras tridimensionais (apenas fissuras o	
aberturas superiores a 0,2 mm) - Bloco BPC-30-25-1,2	
Figura 6.32 - Tensões nas armaduras no momento das primeiras fissuras – Bloco BPC-30-30-1,2	.130
Figura 6.33 – Panorama de fissuração no momento do escoamento dos tirantes (apenas fissuras com	400
1 ' '	.130
Figura 6.34 - Tensões nas armaduras no momento do escoamento e fissuras tridimensionais (apenas fissu	
com aberturas superiores a 0,2 mm) – Bloco BPC-30-30-1,2	
Figura 6.35 – Panorama de fissuração do Bloco BPC-30-30-1,2 na ruptura (apenas fissuras com aberturas	
	.131
Figura 6.36 – Tensões nas armaduras no momento da ruptura e fissuras tridimensionais (apenas fissuras o	
aberturas superiores a 0,2 mm) – Bloco BPC-30-30-1,2	
Figura 7.1 – Modelo genérico de escoras e tirantes para blocos sobre duas estacas	.133
Figura 7.2 – Características do bloco de fundação sobre duas estacas dimensionado pela formulação	
proposta para bloco sobre duas estacas	
Figura 7.3 – Resultados obtidos utilizando a formulação proposta e o programa SAP2000	
Figura 7.5 – Características do bloco de fundação sobre três estacas dimensionado pela formulação propo	osta
	.142
Figura 7.6 – Resultados obtidos utilizando a formulação proposta e o programa SAP2000 para blocos sobr	re
três estacastrês estacas	
Figura 7.7 – Modelo genérico de escoras e tirantes para blocos sobre quatro estacas	.144
Figura 7.8 – Características do bloco de fundação sobre três estacas dimensionado pela formulação propo	osta
	.148
Figura 7.9 – Resultados obtidos utilizando a formulação proposta e o programa SAP2000 para blocos sobr	re
1	.149
Figura 7.10 – Relação entre os resultados experimentais e as previsões analíticas para a carga de fissuraç	
	.159
Figura 7.11 - Relação entre os resultados experimentais e as previsões analíticas para a carga de	
	.159
Figura 7.12 - Relação entre os resultados experimentais e as previsões analíticas para a carga de ruína	.160
Figura 8.1 – Características do pilar retangular sujeito a flexão obliqua composta apoiado sobre bloco de	
fundação sobre quatro estacas (Fonte: TQS (2000))	
Figura 8.2 – Configuração geométrica do bloco de fundação investigado utilizando ATENA3D	
Figura 8.3 – Configurações de armadura longitudinal investigadas utilizando ATENA3D	
Figura 8.4 – Topologia e malha utilizadas: (a) vista superior do bloco e (b) vista inferior do bloco	
Figura 8.5 – (a) Condições de vinculação dos blocos e (b) excentricidade da força normal aplicada no pilar	167
Figura 8.6 – Comparação carga versus deslocamento obtidas utilizando ATENA3D para as diversas	
configurações de armação do bloco investigado	.168
Figura 8.7 – (a) Primeiras fissuras e (b) tensões nas armaduras longitudinais para a carga excêntrica de	
896,10 kN - Modelo A	.169
Figura 8.8 – Panorama de fissuração no escoamento (carga excêntrica de 637,10 kN) ilustrando apenas	
aberturas maiores que 0,1 mm – Modelo A	.169
Figura 8.9 – (a) Panorama de fissuração na ruína e (b) tensões nas armaduras longitudinais para a carga	
excêntrica de 1044,00 kN - Modelo A	.169
Figura 8.10 – (a) Primeiras fissuras e (b) tensões nas armaduras longitudinais para a carga excêntrica de	
896,20 kN - Modelo B	.170
Figura 8.11 – Tensões nas armaduras longitudinais no momento do escoamento do Modelo B, carga	
excêntrica de 1044,00 kN	.170

Figura 8.12 – Panorama de fissuração no escoamento (carga excêntrica de 1044,00 kN) ilustrando apenas	4 - 0
	.1/0
Figura 8.13 – Panorama de fissuração na ruína (carga excêntrica de 1109,00 kN) ilustrando apenas abertu maiores que 0,1 mm – Modelo B	ıras .171
Figura 8.14 – (a) Primeiras fissuras e (b) tensões nas armaduras longitudinais para a carga excêntrica de	
876,10 kN - Modelo C	171
Figura 8.15 – Tensões nas armaduras longitudinais no momento do escoamento do Modelo C, carga	.,.
excêntrica de 991,00 kN	171
Figura 8.16 – Panorama de fissuração no escoamento (carga excêntrica de 991,00 kN) ilustrando apenas	171
aberturas maiores que 0,1 mm – Modelo C	172
Eigura 9.17 - Danorama do fiscuração na ruína (carga oveântrica do 1449.00 kN) ilustrando anonas abortu	. I / Z
Figura 8.17 – Panorama de fissuração na ruína (carga excêntrica de 1448,00 kN) ilustrando apenas abertu	
	.172
Figura 8.18 – (a) Primeiras fissuras e (b) tensões nas armaduras longitudinais para a carga excêntrica de	470
	.173
Figura 8.19 – Tensões nas armaduras longitudinais no momento do escoamento do Modelo D, carga	170
excêntrica de 1171,00 kN	_
Figura 8.20 – Panorama de fissuração no escoamento (carga excêntrica de 1171,00 kN) ilustrando apenas	
aberturas maiores que 0,1 mm – Modelo D	
Figura 8.21 – Panorama de fissuração na ruína (carga excêntrica de 1677,00 kN) ilustrando apenas abertu	
maiores que 0,1 mm – Modelo D	.174
J	.175
Figura 8.23 – Relação carga versus deslocamento para blocos armados com a metodologia proposta	
Figura 8.24 – Primeiras fissuras e tensões nas armaduras para o bloco com h = 30 cm (carga excêntrica do	е
	.177
Figura 8.25 – Tensões nas armaduras para o bloco com h =30 cm no momento da ruptura (carga excêntric	ca
	.177
Figura 8.26 - Panorama de fissuração na ruína (carga excêntrica de 669,50 kN) ilustrando apenas abertura	as
	.177
Figura 8.27 – Primeiras fissuras e tensões nas armaduras para o bloco com h = 40 cm (carga excêntrica do	е
	.178
Figura 8.28 – Tensões nas armaduras para o bloco com h =40 cm no momento do escoamento (carga	
·	.178
Figura 8.29 – Panorama de fissuração ne escoamento (carga excêntrica de 785,30 kN) ilustrando apenas	
aberturas maiores que 0,1 mm – Bloco h = 40 cm	.178
Figura 8.30 – Tensões nas armaduras para o bloco com h =40 cm no momento da ruptura (carga excêntric	ca
de 894,10 kN)	
Figura 8.31 – Panorama de fissuração na ruína (carga excêntrica de 894,10 kN) ilustrando apenas abertura	as
maiores que 0,3 mm – Bloco h = 40 cm	
Figura 8.32 – Primeiras fissuras e tensões nas armaduras para o bloco com h = 50 cm (carga excêntrica de	
702,60 kN)	
Figura 8.33 – Tensões nas armaduras para o bloco com h =50 cm no momento do escoamento (carga	.,,
excêntrica de 795,00 kN)	180
Figura 8.34 – Panorama de fissuração no escoamento (carga excêntrica de 795,00 kN) ilustrando apenas	
aberturas maiores que 0,1 mm – Bloco h = 50 cm	
Figura 8.35 – Tensões nas armaduras para o bloco com h =50 cm no momento da ruptura (carga excêntric	
de 943,20 kN)	
Figura 8.36 – Panorama de fissuração na ruína (carga excêntrica de 943,20 kN) ilustrando apenas abertura	ลร
maiores que 0,3 mm – Bloco h = 50 cm	
Figura 8.37 – Primeiras fissuras e tensões nas armaduras para o bloco com h = 55 cm (carga excêntrica do	. э і е
896,10 kN)	
Figura 8.38 – Tensões nas armaduras para o bloco com h = 55 cm no momento da ruptura (carga excêntri	
de 1044,00 kN)de 1044,00 kN	
•	

Figura 8.39 – Panorama de i	fissuração na ruína (car	ga excêntrica de	1044,00 kN)	para bloco com	h = 55  cm,
não há fissuras maiores do o	que 0,1 mm				182

## Lista de Tabelas

Tabela 2.1– Materiais e cargas de fissuração, escoamento e ruína dos consolos	26
Tabela 2.2 – Comparação entre resultados experimentais e numéricos utilizando CAST	31
Tabela 4.1 – Resultados obtidos para o Consolo A utilizando ATENA2D	54
Tabela 4.2 – Resultados obtidos para o Consolo B utilizando ATENA2D	58
Tabela 4.3 – Comparação entre resultados experimentais e numéricos	
Tabela 5.1 - Resultados experimentais de BLÉVOT & FRÉMY (1967) para blocos sobre duas estacas	
Tabela 5.2 - Resultados experimentais de BLÉVOT & FRÉMY (1967) para blocos sobre três estacas	
Tabela 5.3 - Resultados experimentais de BLÉVOT & FRÉMY (1967) para blocos sobre quatro estacas	85
Tabela 5.4 – Compilação de Resultados Experimentais para Blocos Sobre Duas Estacas	94
Tabela 5.5 – Compilação de Resultados Experimentais para Blocos Sobre Três Estacas	94
Tabela 5.6 – Compilação de Resultados Experimentais para Blocos Sobre Quatro Estacas	95
Tabela 5.7– Espaçamento entre estacas de acordo com ALONSO (1995)	101
Tabela 6.1 – Características dos blocos sobre quatro estacas ensaiados por Suzuki et al (1998)	112
Tabela 6.2 – Propriedades do aço utilizado nos ensaios de Suzuki et al (1998)	
Tabela 6.3 – Resultados experimentais obtidos por Suzuki et al (1998)	114
Tabela 6.4 – Comparação entre as cargas últimas para diferentes arranjos de armaduras(Suzuki et al (19	998))
Tabela 6.5 – Valores médios obtidos na Série II ensaiada por Suzuki et al (1998)	116
Tabela 6.6 – Exemplo de definição das propriedades do concreto: BP-20-30-1,2	
Tabela 6.7 – Propriedades definidas para o aço das armaduras	
Tabela 6.8 – Propriedades do material elástico utilizado para as placas de apoio	
Tabela 6.9 – Especificação das propriedades do método de resolução no programa ATENA3D	
Tabela 6.10 – Comparação entre resultados experimentais e numéricos para blocos sobre quatro estaca	
Tabela 7.1 – Comparação dos resultados experimentais com o modelo analítico para bloco sobre quatro	
Tabela 7.2 – Comparação do modelo analítico proposto com os resultados de Blévot & Frémy (1967)	
Tabela 7.3 - Comparação do modelo analítico proposto com os resultados de Clarke (1973)	
Tabela 7.4 - Comparação do modelo analítico proposto com os resultados de Suzuki et al (1998)	
Tabela 7.5 - Comparação do modelo analítico proposto com os resultados de Suzuki et al (1999)	
Tabela 7.6 - Comparação do modelo analítico proposto com os resultados de Suzuki et al (2000)	
Tabela 7.7 - Comparação do modelo analítico proposto com os resultados de Suzuki & Otsuki (2002)	
Tabela 8.1 – Comparação entre os métodos utilizados para o dimensionamento do bloco investigado	
Tabela 8.2 – Propriedades mecânicas definidas para o concreto	166
Tabela 8.3 – Propriedades do material elástico utilizado para as placas de apoio	166
Tabela 8.4 – Propriedades definidas para o aço das armaduras	
Tabela 8.5 – Especificação das propriedades do método de resolução no programa ATENA3D	
Tabela 8.6 – Comparação entre as diversas respostas obtidas utilizando ATENA3D	168
Tabela 8.7 – Resultados de blocos sobre quatro estacas dimensionados com a metodologia proposta e	
analisados numerciamente com o programa ATENA3D	
Tabela 8.8 – Inclinações das escoras e tensões máximas de compressão nos vértices do pilar	183

## Resumo

A maioria dos elementos estruturais em concreto armado podem ser dimensionados de maneira simplificada, adotando-se a Hipótese de Bernoulli-Navier, na qual seções planas permanecem planas e com deformações lineares ao longo da altura da seção transversal, desde o início do carregamento até a ruptura. No entanto, existem várias situações para as quais essa hipótese simplificadora não pode ser aplicada, tendo em vista o aparecimento de deformações não-lineares ("Regiões D"). Nesses casos, deve-se recorrer a soluções alternativas de dimensionamento, sendo que até o presente momento o Método dos Elementos Finitos e o Método das Bielas têm se apresentado como as soluções mais eficazes para o problema. Apesar de vários códigos normativos recomendarem a utilização desses métodos, observa-se que as informações disponibilizadas ainda são incompletas e até mesmo inexistentes, como é o caso da NBR6118 (2003). Procurando contribuir com futuras revisões do código brasileiro, apresenta-se no presente trabalho, estratégias para o avanço na análise/dimensionamento de blocos rígidos sobre estacas utilizando os métodos supracitados. Nesse trabalho merecem destaque as propostas de dimensionamento para blocos sobre estacas apoiando pilares sujeitos a flexão oblíqua composta, bem como, as expressões desenvolvidas para a previsão de ruína (flexão ou cisalhamento) em blocos sobre quatro estacas.

## 1. Introdução e Objetivos

A "Hipótese de Bernoulli" facilita muito o dimensionamento de elementos estruturais em concreto armado, pois é possível assumir que a distribuição de deformações ao longo da altura da seção transversal seja mantida linear, desde o início do carregamento até a ruptura.

Nessa hipótese, costumam-se desprezar as deformações de distorção provocadas pela força cortante, o que permite um dimensionamento funcional e seguro para a maioria dos elementos estruturais. Porém, essa hipótese simplificadora não pode ser extendida para todos os tipos de elementos estruturais, ou mais especificamente, para todas as regiões de um elemento estrutural.

Em pontos de aplicação de cargas concentradas ou em regiões sujeitas a irregularidades geométricas, podese mostrar com o recurso de métodos numéricos o aparecimento de singularidades de deformação em regiões bem definidas, o que impede a adoção de deformações lineares, conforme pressupõe a "Hipótese de Bernoulli".

Nessas regiões de perturbação, as deformações provocadas pela força cortante apresentam valores significativos, o que obriga a sua consideração no dimensionamento do elemento estrutural. Portanto, para estas regiões a aplicação dos métodos convencionais de análise e de dimensionamento pode conduzir a soluções inseguras.

De acordo com Schäfer & Schläich (1988, 1991), pode-se dividir uma estrutura em regiões contínuas ("Regiões B", em que a "Hipótese de Bernoulli" de distribuição linear de deformações ao longo da seção transversal é válida) e regiões descontínuas ("Regiões D", em que a "Hipótese de Bernoulli" não pode ser aplicada, isto é, onde a distribuição de deformações ao longo do elemento é não-linear).

Em geral as "Regiões D" se manifestam a partir de perturbações de ordem estática (causada pela presença de cargas) ou geométrica (causada por mudanças bruscas na geometria), sendo que o comprimento dessas regiões pode ser definido aproximadamente a partir da altura do elemento estrutural, conforme ilustram os trechos cinzentos da Figura 1.1.

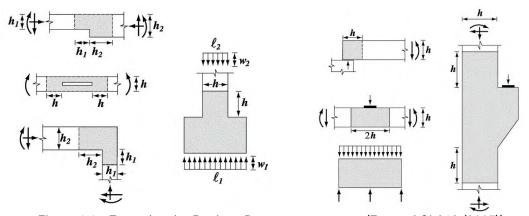


Figura 1.1 - Exemplos de "Regiões D" e seus contornos (Fonte: ACI-318 (2005))

Em uma "Região B", a força de tração na armadura longitudinal varia ao longo do elemento, de maneira a balancear o momento fletor aplicado, mantendo o braço de alavanca interno relativamente constante (Teoria Geral da Flexão). Por outro lado, em uma "Região D", a força de tração na armadura tende a permanecer constante, o braço de alavanca interno sofre variação e o elemento se comporta como se fosse uma espécie de arco atirantado, com a força cortante sendo transmitida por compressão através de escoras inclinadas ("strut action").

Como exemplos de "Regiões D", parciais ou generalizadas, podem ser citados os casos dos dentes Gerber, consolos, regiões de aplicação de protensão, cargas próximas aos apoios, vigas-parede, sapatas e blocos rígidos sobre estacas. A Figura 1.2 apresenta uma laje pré-moldada em duplo T com extremidades em dente ("Região D"), cuja análise deve ser feita mediante a aplicação de recursos mais sofisticados de cálculo.



Figura 1.2 - Laje pré-moldada em duplo T: exemplo típico de estrutura sujeita descontinuidade geométrica

De maneira geral, observa-se que as estruturas pré-moldadas apresentam muitas regiões sujeitas a descontinuidades e, dessa maneira, torna-se necessário que esses detalhes também sejam projetados de uma maneira racional, em detrimento aos critérios de ordem empírica frequentemente utilizados no passado. Essa consciência é fundamental, tendo em vista o crescente emprego das estruturas em concreto prémoldado e o fato de que estas estruturas têm em geral um menor poder de redistribuição quando comparadas com as estruturas de concreto moldadas in loco.

Adicionalmente, observa-se que mesmo estruturas moldadas in loco muito usuais, como é o caso dos blocos sobre estacas, continuam sendo dimensionados sem um modelo teórico consensual. Esse fato pode ser facilmente demonstrado tomando-se códigos de referência no contexto mundial, como por exemplo, o código americano ACI-318 (2005) e codigo canadense CSA (1994).

Como a inspecção visual do comportamento dos blocos de fundação sob condições de serviço geralmente não é possível e como o comportamento adequado destes elementos é uma necessidade vital para a estabilidade geral das construções, o conhecimento do desempenho sob carregamentos torna-se de fundamental importância. Dessa maneira, ainda são necessárias investigações adicionais, de maneira que os modelos teóricos existentes possam se adequar de maneira mais precisa com os resultados experimentais.

Tendo em vista a falta de consenso na comunidade científica quanto a um modelo teórico calibrado com a realidade física do problema, a NBR6118 (2003) apresenta informações praticamente inócuas para o dimensionamento desses elementos estruturais, deixando o projetista sujeito a utilização de regras empíricas utilizadas com frequência no passado.

Dessa maneira, o objetivo geral do presente trabalho concentrou-se basicamente na aplicação do Método dos Elementos Finitos e do Método das Bielas para a análise e dimensionamento de blocos rígidos de fundação, de maneira a contribuir na melhoraria dos modelos existentes. Adicionalmente, o presente plano de estágio pós-doutoral teve como objetivos específicos os seguintes tópicos, abaixo relacionados:

 Domínio quanto a utilização e conhecimento em relação a implementação contida internamente no programa CAST. Como o programa é desenvolvido na University of Illinois at Urbana-Champaign, podese obter informações muito relevantes sobre um dos programas mais completos para a análise e dimensionamento utilizando o Método das Bielas. Grande parte dessas informações são apresentadas no Capítulo 2 do presente trabalho;

- Domínio quanto a utilização dos programas ATENA2D e ATENA3D. Como trata-se de um dos melhores programas no momento para a análise não-linear de estruturas de concreto, procurou-se aplicar essa ferramenta para a análise de consolos e blocos de fundação. De maneira a avaliar a confiabilidade desses programas foram comparados resultados experimentais e numéricos obtidos de simulações em consolos e blocos de fundação. Grande parte do trabalho referente a esse objetivo podem ser encontrados nos Capítulos 4, 6 e 8;
- Contribuição na difusão de metodologias de dimensionamento sistemáticas para estruturas tridimensionais, possibilitando ao engenheiro de estruturas um controle mais racional sobre as armaduras efetivamente necessárias e sobre os limites de tensão a serem adotados. Dentro desse objetivo, foram desenvolvidos os modelos de escoras e tirantes para blocos de fundação suportando pilares submetidos a flexão obliqua composta. O desenvolvimento desse objetivo pode ser visualizado em maiores detalhes nos Capítulos 7 e 8;
- Investigação da real necessidade de se utilizar armaduras complementares (mínima, pele, vertical, topo, etc) nos blocos, tendo em vista que estas armaduras normalmente são adotadas através de critérios empíricos (porcentagem da armadura principal), porém não são visualizadas explicitamente em modelos desenvolvidos utilizando o Método das Bielas;
- Divulgação dos avanços obtidos com o estágio pós-doutoral através da redação de relatório descritivo e através da submissão de artigos científicos para revistas de impacto internacional. Para o cumprimento desse objetivo foram escritos artigo sobre blocos de fundação em parceria com os colegas Daniel Kuchma, JungWoong Park e Túlio Bittencourt (ver Anexos A e B);
- Domínio efetivo da língua inglesa nas três habilidades necessárias: compreensão auditiva, comunicação oral e escrita. Tendo em vista que a língua inglesa se constitui atualmente na linguagem de interação entre a comunidade científica procurou-se dar grande atenção ao domínio das habilidades mencionadas. Para se atingir o objetivo proposto foram cursadas duas disciplinas específicas na Universidade de Illinois ("Oral and Writing English" e "English Pronunciation for Academic Purposes") e mais um curso complementar na escola local English Center ("English as Second Language"), conforme Anexo C.

Adicionalmente, atividades adicionais se apresentaram interessantes no desenvolvimento do presente estágio pós-doutoral e passaram a se constituir em objetivos complementares. Dentre os pontos mais relevantes, destacam-se:

- Aprendizado das ferramentas computacionais MATLAB, RESPONSE2000, MEMBRANE, SHELL e VECTOR2. Devido ao contato com essas ferramentas na University of Illinois e devido ao fato de que muitas dessas ferramentas são gratuitas, muitos trabalhos futuros poderão tomar benefício desse aprendizado;
- Participação em diversos seminários realizados nas lotações do Nathan Newmark Civil Engineering Building (http://uitours.ncsa.uiuc.edu/engineering/newmark/), bem como, participação no ACI Fall Meeting, ocorrido em Denver (Colorado) nos dias 5 a 9 de Novembro de 2006. Deve-se mencionar que nessa oportunidade foi requerida a associação como membro do American Concrete Institute (Ver Anexo A), bem como, participação nos comites 445-A (Shear and Torsion, Strut-and-Tie Models) e 447 (Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures);
- Ainda em relação ao ACI Fall Meeting, houve-se a possibilidade de interação com os professores Christian Meyer (Columbia University) e Túlio Bittencourt (Universidade de São Paulo), visando a elaboração de projetos futuros a serem encaminhados para CAPES/CNPQ/NSF. No mesmo evento, tevese ainda a oportunidade de interação com os engenheiros Fernando Stucchi (Presidente para a Revisão da NBR6118) e Julio Timmerman (Presidente da ABECE), de maneira que algumas das propostas ora aqui desenvolvidas foram formalmente encaminhadas para discussão na revisão do código brasileiro de concreto estrutural;
- Foram cursadas duas disciplinas na área de concreto estrutural: CEE561 Reinforced Concrete III
  "Mechanics of Structural Concrete" (proferida pelo Prof. Daniel Kuchma) e "Prestressed Concrete"
  (proferida pelo Prof. Simon Gurfinkel). Como aspecto relevante das disciplinas cursadas, realça-se a
  oportunidade de ter-se conhecido as minúcias da teoria conhecida como "Modified Compression Field

Theory", desenvolvida pelos professores Michael Collins e Frank Vecchio na Universidade de Toronto, para a abordagem do cisalhamento no concreto estrutural. Uma vez que o Prof. Daniel Kuchma foi orientado de mestrado e doutorado do Prof. Collins, sem dúvida alguma teve-se uma oportunidade única de conhecer detalhes difíceis de serem absorvidos apenas através de publicações científicas, o que abre uma grande gama para trabalhos futuros envolvendo a mencionada teoria. Na primeira disciplina mencionada, sob responsabilidade do Prof. Daniel Kuchma, além de haver a oportunidade de aprender vários aspectos relevantes sobre as teorias do concreto estrutural, teve-se também a oportunidade de docência através de duas aulas expositivas sobre a utilização do programa DIANA(ver Anexo D).

- Participação na investigação de uma ruína ocorrida em um estacionamento em Atlantic City. Nessa investigação, conduzida pelo Prof. Daniel Kuchma e pelo seu aluno de doutorado Heui Hwang Lee, procurou-se contribuir com toda a experiência obtida em programa de doutorado com relação a simulações numéricas utilizando o programa DIANA.
- Finalmente, logo após o retorno ao Brasil, foi proferida uma palestra na Universidade Estadual de Maringá, objetivando apresentar os resultados obtidos e as diferenças entre a engenharia de estruturas praticadas nos Estados Unidos e no Brasil. A palestra ocorreu no dia 11 de Dezembro, no Departamento de Engenharia Civil da Universidade Estadual de Maringá (Anexo E).

## 2. Aplicação do Método das Bielas Utilizando o Software CAST

No início do século XX, Ritter e Mörsch introduziram o conceito de "Analogia de Treliça", uma das idéias mais inspiradoras apresentadas nas pesquisas sobre o dimensionamento do concreto estrutural. A "Analogia de Treliça" foi refinada na década de 60 por vários pesquisadores, que melhoraram os modelos de dimensionamento e contribuíram para a criação de uma base científica sólida, fundamentada na Teoria da Plasticidade.

Desde então, a "Analogia de Treliça" veio evoluindo, sendo que a sua forma mais generalizada e sistematizada se tornou conhecida como Método das Bielas. Esse método, apesar de ter sido apresentado há muito tempo pelo CEB-FIP Model Code (1978) e pela CSA (1984), só ganhou devida atenção após a publicação dos relevantes trabalhos de Marti (1985a, 1985b) e Schlaich et al. (1987).

O Método das Bielas tem como idéia principal a substituição da estrutura real por uma estrutura resistente na forma de treliça, que simplifica de maneira sistemática o problema original, conforme ilustram os exemplos da Figura 2.1.

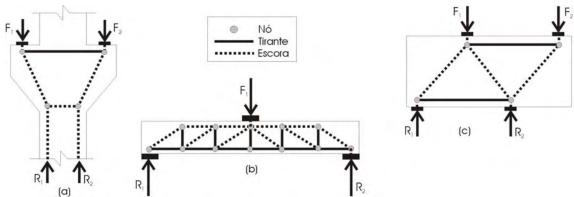


Figura 2.1 – Exemplos de aplicação do Método das Bielas: (a) Consolo, (b) Viga e (c) Viga-Parede em Balanco

Nessas treliças hipotéticas os elementos comprimidos (que são elementos prismáticos de concreto) são denominados de escoras e os elementos tracionados (que normalmente são barras de aço) são denominados de tirantes. Os pontos de intersecção, isto é, os pontos onde ocorrem as distribuições de forças entre as escoras e os tirantes são denominados de "regiões nodais".

O nível de tensão estabelecido nas regiões nodais, bem como nas escoras, deve ser limitado a uma certa parcela da resistência à compressão do concreto, de maneira a evitar fissurações indesejáveis e até mesmo uma possibilidade de ruína prematura. Porém, observa-se que ainda existe grande dificuldade em se estabelecer esses níveis de tensão, tendo em vista a diversidade de possibilidades quanto a geometria das regiões nodais e as situações as quais podem estar sujeitas as escoras.

Atualmente, vários trabalhos têm demonstrado a potencialidade do Método das Bielas, como por exemplo, aqueles publicados por Schlaich (1991), MacGregor (1991), ASCE-ACI (1998) e Schäfer (1999). Além disso, vários códigos normativos passaram a apresentar informações relevantes sobre o método, como por exemplo o CEB-FIP Model Code 1990 (1993), CSA (1994), EHE (1999) e ACI-318 (2005).

A NBR 6118 (2003) também recomenda a utilização do Método das Bielas, no entanto, não fornece orientações suficientes para a sua aplicação prática em projetos estruturais. Tendo em vista essa deficiência, o presente estágio pós-doutoral poderá contribuir com sugestões significativas em futuras revisões do código brasileiro, sendo que contribuições nesse sentido já vem sendo apresentadas pelo proponente, conforme se atesta ao consultar Souza (2004) e Souza & Bittencourt (2003,2005).

Com a sistematização do Método das Bielas alguns programas têm surgido visando a diminuição do trabalho gráfico e iterativo normalmente requerido. Na sequência, procura-se apresentar as principais caracterísiticas do programa CAST, um dos mais completos até o presente momento. Paralelamente são discutidos aspectos relevantes da aplicação do Método das Bielas, sendo que informações mais amplas já foram registradas em Souza (2004).

## 2.1. Apresentação do Programa CAST

O programa CAST ("Computer Aided Strut-and-Tie") é uma ferramenta gráfica de projeto baseada no Método das Bielas que possui grandes potencialidades didáticas, além da possibilidade de uso profissional. O software vem sendo desenvolvido desde 1998 na Universidade de Illinois at Urbana-Champaign, Estados Unidos, sob a supervisão do Prof. Dr. Daniel Alexander Kuchma, supervisor do presente estágio pós-doutoral.

O programa CAST possibilita a análise e o dimensionamento de "Regiões D" com grande agilidade, transpondo as dificuldades normalmente encontradas num processo gráfico e iterativo como é o caso de aplicação do Método das Bielas. Além disso, o programa disponibiliza as recomendações do ACI-318 (2003) para o dimensionamento de regiões especiais, bem como, sugestões de outros pesquisadores consagrados na área.

A interface gráfica do programa, denominada GUI ("Grafical User Interface"), possibilita que o usuário desenhe a "Região D" a ser analisada, bem como, insira placas de apoio, carregamentos, aberturas e condições de vinculação dos nós. Após desenhada a treliça ("strut-and-tie model)", as propriedades dos elementos (escoras, tirantes, regiões nodais, etc) podem ser definidas rapidamente . A Figura 2.2 apresenta a interface gráfica tipica do programa CAST.

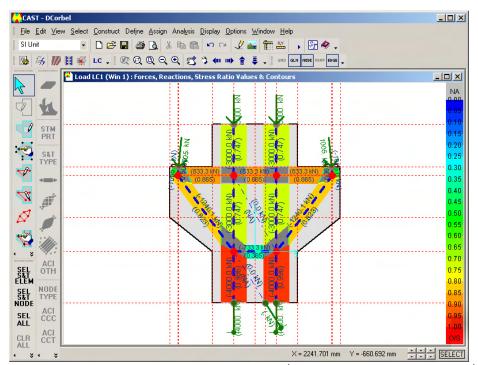


Figura 2.2 – Interface gráfica do programa CAST("Computer Aided Strut-and-Tie")

Na versão atual do programa, disponível gratuitamente para download na rede mundial de computadores (http://cee.uiuc.edu/kuchma/strut\_and\_tie/CAST/), encontram-se disponíveis rotinas para o dimensionamento de modelos de escoras e tirantes submetidos a casos simples e múltiplos de carregamento. Trata-se de um programa altamento iterativo, desenvolvido na linguagem Microsoft Basic e cujas principais características serão apresentadas com maiores detalhes a seguir. Para uma visão mais resumida do programa recomenda-se a leitura de TJHIN & KUCHMA (2002).

#### 2.2. Rotinas para a Determinação das Forças Atuantes no Modelo

De acordo com TJHIN (2004), no programa CAST, a distribuição de tensões ao longo da largura efetiva das escoras e tirantes é assumida como sendo uniformemente distribuída e, além disso, as forças resultantes de escoras e tirantes são assumidas como sendo coincidentes nos nós. Isso possibilita que a análise matricial normalmente utilizadas para treliças convencionais possa ser empregada para quantificar as forças atuantes nas escoras e tirantes.

O solver disponível no programa CAST possibilita tanto análises elásticas lineares, normalmente utilizadas para fins de dimensionamento, quanto análises inelásticas, normalmente utilizadas para obtenção de respostas do tipo carga-deslocamento. Em ambos os casos, isto é, tanto para análise elástica quanto para análise inelástica, aplica-se a teoria das pequenas deformações em que se despreza os efeitos da não-linearidade geométrica. As escoras e tirantes são idealizados como barras rotuladas de centro a centro no modelo de treliça, sendo que as características de deformação das regiões nodais são ignoradas.

Nas análises elásticas deve-se fornecer as características de rigidez de cada uma das barras da treliça idealizada (modelo de escoras e tirantes), de maneira que os casos estaticamente indeterminados possam ser resolvidos. Nas análises inelásticas, as características de tensão-deformação das escoras e tirantes devem definidas pelo usuário, sempre para o caso de carregamento monotônico. Em todos os casos o Método da Rigidez Direta é aplicado, sendo que no programa estão implementadas estratégias para controle de carga e de deslocamento.

Ainda de acordo com TJHIN (2004), cuja tese de doutoramento consistiu na implementação da maioria dos recursos disponíveis atualmente no programa, na geração da matriz de rigidez da estrutura foi dado um tratamento especial aos nós contidos no interior das "Regiões D". Esses nós são utilizados para a aplicação de forças externas e condições de apoio da estrutura em análise, através da conexão do nó com elementos de barra na direção horizontal ou na vertical que se prolongam até o contorno da "Região D".

## 2.3. Rotinas para o Dimensionamento de Escoras, Tirantes e Regiões Nodais

### 2.3.1 Escoras

De acordo com SCHÄFER & SCHLAICH (1991), três configurações típicas de escoras são suficientes para cobrir todos os campos de compressão existentes no concreto estrutural, conforme ilustra a Figura 2.3 e as definições a seguir.

- Escora prismática ("prismatic") ou paralela ("parallel"): trata-se de um campo de tensão que se distribui uniformemente, sem perturbação, e que não produz tensões transversais de tração;
- Escora em leque ("fan-shaped"): trata-se de uma idealização de um campo de tensão com curvatura desprezível, que não desenvolve tensões transversais de tração;
- Escora garrafa ("bottle-shaped"): trata-se de um tipo de escora que possui a distribuição de tensão em linhas curvilíneas com afunilamento da seção e que desenvolve tensões transversais de tração consideráveis.

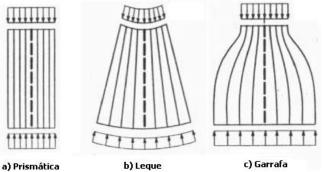


Figura 2.3 – Configurações típicas de campos de tensão de compressão (Adaptado de SCHÄFER (1999))

Os campos de tensão em forma de leque e garrafa são freqüentemente encontrados nas "Regiões D", enquanto o campo de tensão uniforme é típico das "Regiões B". Os campos de tensão em forma de leque podem ser encontrados abaixo dos pontos de aplicação de cargas concentradas e os campos em forma de garrafa são normalmente resultado de um encaminhamento direto das cargas para os apoios através de escoras diagonais.

A tração transversal existente nas escoras do tipo garrafa, combinada com a compressão longitudinal, pode causar fissuras longitudinais que levam a uma ruptura prematura do concreto. Por isso, armaduras de controle de fissuração devem ser disponibilizadas na direção transversal uma vez que a resistência do concreto à tração é bastante limitada.

De acordo com TJHIN (2004), um procedimento simples é adotado no programa CAST para o dimensionamento das escoras. A espessura efetiva de cada uma das escoras é escolhida de maneira que a força resistente ("force capacity") não seja inferior à força solicitante ("force demand"). A tensão limite utilizada para a determinação da espessura efetiva das escoras é feita tomando-se a maior tensão obtida entre a tensão atuante na própria escora e a tensão atuante na região nodal para qual converge a escora.

Escoras prismáticas, isto é, escoras com espessuras constantes são normalmente empregadas porém, diferentes limites de tensão podem ser fornecidos, sendo possível se obter dessa maneira o comportamento das escoras garrafa. Adicionalmente, o programa CAST disponibiliza rotinas para a determinação automática das espessuras das escoras.

Uma verificação simples de tensão é normalmente empregada para assegurar a adequação das espessuras das escoras. Para esse propósito, o programa CAST se utiliza de um parâmetro adimensional denominado "stress ratio", que consiste na divisão da tensão atuante na escora ("stress demand") pela tensão limite ("stress limit") que ela pode suportar, conforme ilustra a Equação 2.1. Se o parâmetro "stress ratio" for maior do que 1,0 a espessura escolhida para a escora é inadequada e deverá ser reavaliada.

Stress Ratio = 
$$\frac{F_c}{F_{cu}} = \frac{f_c}{f_{cu}}$$
 (Equação 2.1)

Deve-se observar que a força atuante na escora ("force demand",  $F_c$ ) é obtida da análise matricial do modelo de escoras e tirantes investigado, enquanto que a tensão atuante na escora ("stress demand",  $f_c$ ) é obtida a partir da divisão da força  $F_c$  pela área de seção transversal disponivel para a escora, conforme ilustra a Equação 2.2.

$$f_c = \frac{F_c}{w_c.t}$$
 (Equação 2.2)

A tensão efetiva ("effective stress capacity",  $f_{cu}$ ) e a força resistente das escoras ("effective force capacity",  $F_{cu}$ ) são dadas pelas Equações 2.3 e 2.4. A Equação 2.5 apresenta a possibilidade de escoras reforçadas com armadura longitudinal.

$$\mathbf{f}_{\text{cu}} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{f}_{\text{c}}$$
 (Equação 2.3)

$$F_{cu} = A_c.f_{cu} = w_c.t.f_{cu}$$
 (Equação 2.4)

$$F_{cu} = A_c.f_{cu} + A_s f_y$$
 (Equação 2.5)

O parâmetro  $\nu$  é conhecido como fator de eficiência ("effectiveness factor") e sua função é diminuir a resistência à compressão do concreto ( $f_c$ ) obtida em ensaios com corpos de prova cilindricos. Esse parâmetro foi introduzido por NIELSEN (1967), tendo em vista o fato de que o concreto não é um material elasto-plástico perfeito, conforme se assume na Teoria da Plasticidade.

O fator de eficiência leva em conta a diferença entre a relação tensão-deformação do comportamento real do concreto e a relação tensão-deformação utilizada para se obter os teoremas limites na Teoria da Plasticidade, isto é, diagramas tensão-deformação rígidos ou elasto-plástico perfeitos, conforme ilustra a Figura 2.4.

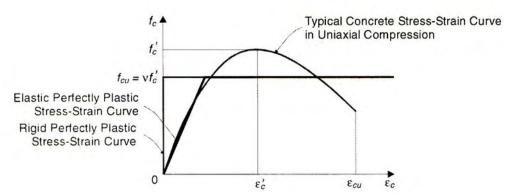


Figura 2.4 – Relação típica tensão-deformação para concreto em compressão uniaxial e relação idealizada utilizada em modelos de escoras e tirantes (Fonte: TJHIN (2004))

O fator de eficiência deve ser calibrado comparando-se resultados experimentais com predições efetuadas utilizando o Método das Bielas. Na verdade, esse valor depende de uma série de fatores, como por exemplo: fissuras e tensões transversais que podem existir nas escoras, confinamento, presença de armadura distribuída e carregamento reverso (modelos multiplos de escoras e tirantes). A Figura 2.5 apresenta uma série de situações onde diferentes valores para o fator de eficiência devem ser empregados.

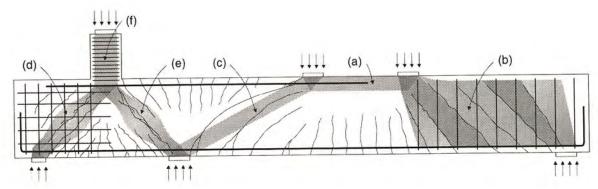


Figura 2.5 – Tipos de escoras em Regiões D: (a) escora prismática em região não-fissurada, (b) escora prismática em região fissurada onde as escoras são paralelas às fissuras, (c) escora prismática em região fissurada onde as escoras não são paralelas às fissuras, (d) escoras garrafa com armadura em malha para controle da fissuração, (e) escora garrafa sem armadura de controle de fissuração e (f) escora confinada (Fonte: TJHIN (2004))

Para a descrição das condições de resistência das escoras no programa CAST pode-se introduzir critérios definidos pelo próprio usuário, bem como, parâmetros clássicos disponíveis na literatura, conforme ilustra a Figura 2.6.

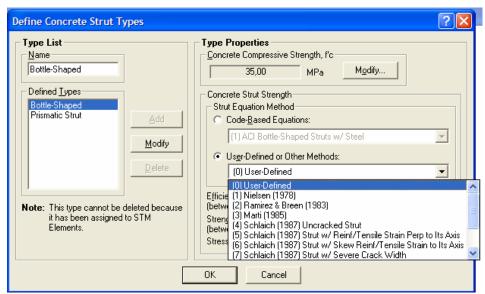


Figura 2.6 – Caixa de diálogo do programa CAST para definição das características das escoras

Apesar de dar liberdade quanto aos parâmetros a serem empregados para a verificação de resistência das escoras, observa-se que o programa CAST procura incentivar a utilização das recomendações contidas no Apêndice A do ACI-318 (2005). O código americano especifica as seguintes condições para as escoras:

$$\begin{array}{ll} \phi. \mathsf{F}_\mathsf{ns} \geq \mathsf{F}_\mathsf{u} & (\mathsf{Equa} \zeta \mathsf{\~ao} \ 2.6) \\ \mathsf{F}_\mathsf{ns} = \mathsf{f}_\mathsf{cu}. \mathsf{A}_\mathsf{c} & (\mathsf{Equa} \zeta \mathsf{\~ao} \ 2.7) \\ \mathsf{f}_\mathsf{cu} = \mathsf{0.85}. \mathsf{\beta_s. f_c'} & (\mathsf{Equa} \zeta \mathsf{\~ao} \ 2.8) \\ \phi = \mathsf{0.85} & (\mathsf{Equa} \zeta \mathsf{\~ao} \ 2.9) \\ \beta_s = \mathsf{1.0} \ \mathsf{para} \ \mathsf{escoras} \ \mathsf{uniformes} \ \mathsf{de} \ \mathsf{se} \zeta \mathsf{\~ao} \ \mathsf{constante}; & (\mathsf{Equa} \zeta \mathsf{\~ao} \ 2.10) \\ \beta_s = \mathsf{0.75} \ \mathsf{para} \ \mathsf{escoras} \ \mathsf{do} \ \mathsf{tipo} \ \mathsf{garrafa} \ \mathsf{que} \ \mathsf{satisfa} \zeta \mathsf{am} \ \mathsf{o} \ \mathsf{item} \ \mathsf{A.3.3} \ \mathsf{de} \ \mathsf{distribui} \zeta \mathsf{\~ao} \ \mathsf{de} \\ \mathsf{uma} \ \mathsf{malha} \ \mathsf{de} \ \mathsf{armadura} \ \mathsf{igual} \ \mathsf{a} \ \frac{\sum A_{si}}{b.s_i}. sen \gamma_i \geq \mathsf{0.003} \ \mathsf{,} \ \mathsf{conforme} \ \mathsf{ilustra} \ \mathsf{a} \ \mathsf{Figura} \ \mathsf{2.7} \\ \end{array} \tag{\mathsf{Equa} \ \mathsf{cao} \ \mathsf{2.11})$$

 $\beta_s = 0.60\lambda$  para escoras do tipo garrafa que não satisfaçam o item A.3.3, (Equação 2.12) apresentado anteriormente.

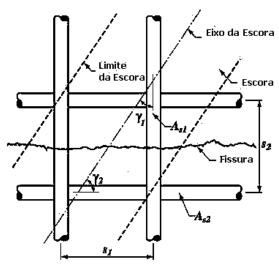


Figura 2.7 – Distribuição de armadura em malha em escoras do tipo garrafa (Adaptado de ACI-318 (2005))

Devido ao grande número de fatores que podem afetar as condições da escora, ainda existe grande debate no meio científico quanto ao fatores de eficiência a serem realmente utilizados. SOUZA (2004), em trabalho de doutorado, levantou um grande número de propostas e, a partir do enquadramento dessas diversas sugestões, estabeleceu algumas situações ajustadas com a NBR6118 (2003). As tensões efetivas propostas por SOUZA (2004) são as que se seguem nas Equações 2.13 e 2.14:

$$f_e = 0,63.f_{ck}$$
 para escoras prismáticas; (Equação 2.13)   
  $f_e = 0,48.f_{ck}$  para escoras do tipo garrafa atravessadas por tirantes. (Equação 2.14)

## 2.3.2 Tirantes

De acordo com TJHIN (2004), o procedimento utilizado para o dimensionamento dos tirantes é similar àquele utilizado para as escoras. Camadas únicas ou múltiplas de armadura são disponibilizadas para os tirantes, de maneira que a força resistente ("force capacity", F<sub>tu</sub>) seja maior que a força atuante ("force demand", F<sub>t</sub>). A espessura efetiva de cada tirante ("effective widht", w<sub>t</sub>) é calculada baseando-se nos limites de tensão das regiões nodais localizadas nos extremos dos tirantes.

Assim como no caso das escoras, a verificação da adequação da quantidade de armadura fornecida para os tirantes é feita através de um parâmetro adimensional "stress ratio", definido pela divisão da força atuante  $(F_t)$  pela força resistente  $(F_{tu})$ , conforme ilustra a Equação 2.15. Da mesma maneira, um tirante será considerado inadequado se a taxa de tensão ("stress ratio") for maior do que 1,0.

Stress Ratio = 
$$\frac{F_t}{F_{tu}} = \frac{f_t}{f_{tu}}$$
 (Equação 2.15)

A força resistente ("force capacity",  $F_{tu}$ ) dos tirantes é calculada levando-se em conta a quantidade de armadura fornecida ( $A_s$ ), bem como, a resistência ao escoamento do aço ( $f_y$ ) utilizado, conforme ilustra a Equação 2.16. Porém, pode-se levar em conta a resistência à tração do concreto ( $f_t$ ) na determinação da força última, conforme ilustra a Equação 2.17.

$$\begin{aligned} F_{tu} &= A_s.f_y \\ F_{tu} &= A_s.f_y + A_t.f_{ct} \end{aligned} \tag{Equação 2.16}$$

As armaduras dos tirantes são normalmente assumidas como sendo encapsuladas e uniformemente distribuídas em prismas de concreto de área  $A_t = w_t$ .t ("effective cross-sectional area"), sendo que a espessura do tirante ("tie effective width",  $w_t$ ) depende basicamente da quantidade de camadas de armaduras e da espessura do cobrimento adotado. A Equação 2.18 apresenta a determinação da tensão atuante nos tirantes, enquanto a Equação 2.19 apresenta a determinação da tensão limite para os tirantes, que podem levar em consideração a colaboração do concreto à tração.

$$f_{t} = \frac{F_{t}}{A_{t}}$$

$$f_{tu} = \phi.f_{v} + \phi.f_{ct}$$
(Equação 2.18)
(Equação 2.19)

A Figura 2.8 apresenta a tela de entrada do programa CAST onde são definidas as propriedades dos tirantes. Deve-se observar que o programa CAST futuramente possibilitará a introdução de tirantes protendidos e tirantes de concreto, situações que podem ser especialmente interessantes em caso de verificações e reforços estruturais.

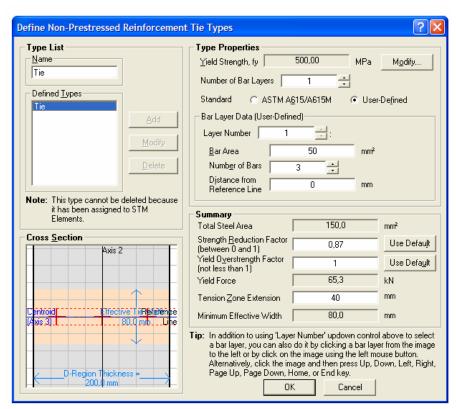


Figura 2.8 – Tela do programa CAST para definição dos tirantes

### 2.3.3 Regiões Nodais

De acordo com TJHIN (2004), de maneira análoga aos nós de treliças metálicas, as regiões nodais representam contornos em que há transferência de forças entre escoras e tirantes. Deve-se aqui fazer uma diferenciação entre nó e região nodal: o nó é basicamente o ponto de encontro dos eixos de escoras e tirantes, enquanto que a região nodal refere-se a dimensão finita do nó, isto é, a geometria que possui o nó.

Dependendo da natureza das forças que estão sendo conectadas, há quatro tipos básicos de nós que podem ser definidos: CCC, CCT, CTT e TTT, conforme ilustra a Figura 2.9. Essa convenção, originalmente criada para três barras convergentes em um mesmo nó foi mais tarde generalizada, de maneira que atualmente: CCC são nós em que todas os elementos convergentes são escoras, CCT são nós em que um dos elementos é um tirante, CTT são os nós em que dois ou mais elementos são tirantes e TTT são os nós em que todos os elementos conectados são tirantes.

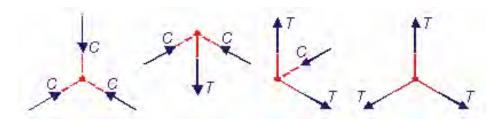


Figura 2.9 – Tipos básicos de nós em problemas bidimensionais: CCC, CCT, CTT e TTT (Fonte: TJHIN & KUCHMA (2004))

As regiões nodais representam uma mudança brusca na direção das forças e para se obter o equilíbrio dessas regiões é necessário que pelo menos três forças cheguem ao nó. De acordo com SCHÄFER; SCHLAICH (1991), os nós dos modelos de escoras e tirantes podem ser classificados em:

- Nós contínuos ("smeared", "continuous"): onde o desvio das forças é feito em comprimentos razoáveis e onde a armadura pode ser ancorada sem maiores problemas;
- Nós singulares ou concentrados ("singular", "concentrated"): onde forças concentradas são aplicadas e o desvio de forças é feito localizadamente. Estes nós são críticos e devem ter as suas tensões verificadas, de maneira a equilibrar as forças provenientes das escoras e dos tirantes sem produzir deformações excessivas capazes de provocar fissuração.

No dimensionamento dos nós deve-se garantir um concreto com resistência suficiente para absorver o estado de tensões ali instalado, bem como, uma quantidade adequada de armaduras. De maneira geral, os nós contínuos não apresentam problemas de resistência, desde que as ancoragens das armaduras estejam devidamente detalhadas. Uma vez que a transferência de forças é feita numa região relativamente grande e de forma gradual, pode-se esperar que não ocorram grandes concentrações de tensão.

Por outro lado, para situações em que as forças são resultantes de campos de tensão concentrados, a região de transferência das forças ocorre em regiões de dimensões reduzidas. Dessa maneira, para os nós singulares é necessária uma análise mais criteriosa de resistência, com cuidado especial para o detalhamento das armaduras concorrentes na região nodal.

São várias as alternativas encontradas na literatura para a definição geométrica dos nós concentrados. Entre as recomendações que merecem destaque estão aquelas sugeridas por MARTI (1985), SCHLAICH & ANAGNOSTOU (1990), SCHLAICH & SCHÄFER (1991) e TJHIN & KUCHMA (2002).

De acordo com MARTI (1985), para a livre escolha das larguras das escoras, sem um critério adequado, a tensão principal de compressão encontrada na região triangular formada pela intersecção de três escoras, por exemplo, é normalmente maior do que as tensões atuantes em cada uma das escoras. Para eliminar o problema relatado anteriormente, MARTI (1985) recomenda que as larguras das escoras sejam definidas de maneira que todas elas apresentem o mesmo nível de tensão.

Dessa maneira, o nível de tensão obtido no interior do nó será igual ao nível de tensão definido para as escoras, gerando assim um estado de tensões pseudo-hidrostático. Nesta situação, os lados da região nodal serão perpendiculares à direção das escoras e para garantia da segurança bastará apenas a verificação das escoras.

De acordo com TJHIN & KUCHMA (2002), o método clássico de dimensionamento das regiões nodais é feito através de um arranjo do nó, de maneira que as tensões em todos os seus lados sejam iguais. Isso pode ser feito dimensionando as fronteiras do nó, de maneira que elas sejam proporcionais e perpendiculares às forças atuantes no nó.

Para a definição da largura do nó provocada por um tirante, por exempo, pode-se admitir que essa força seja de compressão e que ela esteja atuando por detrás do nó. Os nós criados dessa maneira são denominados de hidrostáticos, pois o estado biaxial de tensão gerado no interior do nó também será hidrostático. Como se observa, trata-se de uma recomendação idêntica àquela proposta por MARTI (1985).

Ainda de acordo com TJHIN & KUCHMA (2002), a idealização de nós hidrostáticos pode ser muito trabalhosa, especialmente para nós cercados por mais de três elementos, onde as linhas centrais das escoras tendem a não ser coincidentes. Para quatro elementos que se cruzam numa região nodal, por exemplo, forma-se uma região nodal com formato trapezoidal, que é de difícil investigação. Nesses casos, porém, pode se tornar interessante as recomendações de SCHLAICH & ANAGNOSTOU (1990).

SCHLAICH & ANAGNOSTOU (1990) propõem a construção de um região nodal hidrostática modificada. Nessa aproximação, uma região nodal com mais de três elementos que se interceptam é quebrada em vários regiões nodais triangulares hidrostáticas conectadas por escoras prismáticas curtas. A verificação da segurança em cada um dos nós formados pode ser feito utilizando um critério simples de ruptura, como o de Coulomb.

Um método simplificado proposto por SCHLAICH & SCHÄFER (1991) tem sido aplicado com frequência para configurações típicas de nós. Na opinião dos pesquisadores, a geometria do nó é formada pela intersecção das dimensões das escoras e tirantes cujos eixos coincidem na região nodal. As tensões planas atuantes em todos os lados do nó não precisam ser iguais, mas as tensões em cada lado do nó devem ser constantes e devem permanecer abaixo de um limite pré-estabelecido para a tensão nodal.

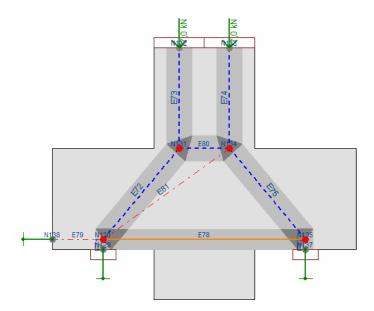


Figura 2.10 – Regiões nodais formadas pela simples intersecção de escoras e tirantes no programa CAST

No programa CAST, a forma das regiões nodais é constuída através da intersecção das espessuras efetivas das escoras ou tirantes convergentes no nó, conforme ilustra a Figura 2.10. Uma vez que a distribuição de tensões ao longo de escoras e tirantes é distribuída, as trações resultantes de tensões normais e de cisalhamento também serão distribuídas, de maneira que a tensão atuante nas regiões nodais pode ser obtida a partir da aplicação de condições de equilíbrio. Dois tipos de análise estão disponíveis: uma análise mais simplificada na qual avalia-se o nível de tensão na interface escora/tirante com o nó e uma análise mais detalhada em que é necessário dividir a região nodal em uma série de triângulos com tensões constantes.

No critério simplificado podem ser definidos limites de acordo com critérios do próprio usuário ou através de recomendações clássicas constantes na literatura. Em pesquisas conduzidas no sentido de estabelecer parâmetros ajustados com a NBR6118 (2003), SOUZA (2004) propõem valores médios obtidos do enquadramento das expressões julgadas mais relevantes encontradas na literatura, conforme a equações a seguir.

$f_e = 0.58.f_{ck}$ para regiões nodais circundadas por escoras ou placas de apoio (CCC);	(Equação 2.20)
$f_{\rm e} = 0.46.f_{\rm ck}$ para regiões nodais ancorando um único tirante (CCT);	(Equação 2.21)
$f_e = 0.40.f_{ck}$ para regiões nodais ancorando vários tirantes (CTT).	(Equação 2.22)

Apesar de disponibilizar critérios de pesquisadores renomados e dar a liberdade do usuário escolher os parâmetros a serem utilizados para as regiões nodais, observa-se que o programa foi desenvolvido estimulando a utilização dos critérios constantes no Apêndice A do ACI-318 (2005), conforme a seguir:

$\phi$ . $F_{nn} \geq F_{u}$	(Equação 2.23)
$F_{nn} = f_{cu}.A_n$	(Equação 2.24)
$f_{cu} = 0.85.\beta_n.f_c$	(Equação 2.25)
$\phi = 0.85$	(Equação 2.26)
$\beta_n = 1.0$ para zonas nodais circundadas por escoras ou placas de apoio, ou ambas;	(Equação 2.27)
$\beta_n = 0.80$ para zonas nodais ancorando um único tirante;	(Equação 2.28)
$\beta_n = 0.60$ para zonas nodais ancorando dois ou mais tirantes	(Equação 2.29)

Nas equações anteriores,  $A_n$  é a menor área obtida entre a área da face da zona nodal tomada perpendicularmente a linha de ação da força no nó e a área da seção tomada perpendicularmente a linha de ação da força resultante na região nodal.

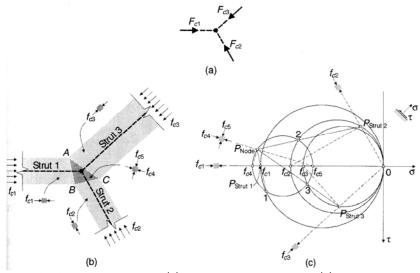


Figura 2.11 – Exemplo de nó hidrostático: (a) forças atuantes no nó, (b) geometria da região nodal e (c) Circulo de Mohr descrevendo o estado de tensão na região nodal (Fonte: TJHIN (2004))

A análise mais detalhada referida anteriormente parte do pressuposto de que o estado de tensão nas regiões nodais triangulares formadas quando três escoras ou tirantes se interceptam é sempre constante. Dessa maneira, o estado biaxial de tensão atuante no interior da região nodal, isto é, no triângulo ABC conforme ilustra a Figura 2.11-b, também é uniforme e pode se determinado através da aplicação do Circulo de Mohr (Figura 2.11-c).

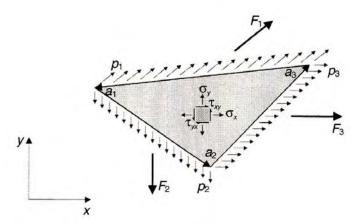


Figura 2.12 – Triângulo sujeito a um estado de tensão constante (Fonte: Tjhin (2004))

Em geral, as tensões atuantes no interior de um triângulo conforme ilustrado na Figura 2.12, são determinadas através das seguintes equações:

$$\sigma_{x} = \frac{F_{2x}.a_{1x} - F_{1x}.a_{2x}}{(a_{1x}.a_{2y} - a_{1y}.a_{2x}).t}$$
(Equação 2.24)

$$\sigma_{x} = \frac{F_{2x}.a_{1x} - F_{1x}.a_{2x}}{(a_{1x}.a_{2y} - a_{1y}.a_{2x}).t}$$

$$\sigma_{y} = \frac{Fy.a_{1y} - F_{1y}.a_{2y}}{(a_{1x}.a_{2y} - a_{1y}.a_{2x}).t}$$

$$(Equação 2.24)$$

$$\sigma_{y} = \frac{Fy.a_{1y} - F_{1y}.a_{2y}}{(a_{1x}.a_{2y} - a_{1y}.a_{2x}).t}$$

$$(Equação 2.25)$$

$$\tau_{xy} = -\tau_{yx} = \frac{F_{2x}.a_{y} - F_{1x}.a_{2y}}{(a_{1x}.a_{2y} - a_{1y}.a_{2x}).t}$$

$$(Equação 2.26)$$

$$\tau_{xy} = -\tau_{yx} = \frac{F_{2x}.a_y - F_{1x}.a_{2y}}{(a_{1x}.a_{2y} - a_{1y}.a_{2y}).t}$$
(Equação 2.26)

Onde:

 $\sigma_x$  = Tensão normal paralela ao eixo x;

 $\sigma_y$  = Tensão normal paralela ao eixo y;

 $\tau_{xy}$  = Tensão de cisalhamento atuante num plano normal ao eixo y ou na direção do eixo x;

 $\tau_{yx}$  = Tensão de cisalhamento atuante num plano normal ao eixo x ou na direção do eixo y;

 $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  = Forças atuantes nos triângulos de lados 1, 2 e 3, respectivamente;

 $F_{1x}$ ,  $F_{1y}$  = Componentes de  $F_1$  nas direções x e y, respectivamente;

 $F_{2x}$ ,  $F_{2y}$  = Componentes de  $F_2$  nas direções x e y, respectivamente;

a<sub>1</sub>, a<sub>2</sub>, a<sub>3</sub> = Comprimentos dos lados do triângulo e vetores dos lados do triângulo;

 $a_{1x}$ ,  $a_{1y}$  = Componentes do vetor  $a_1$  nas direções x e y, respectivamente;

 $a_{2x}$ ,  $a_{2y}$  = Componentes do vetor  $a_2$  nas direções x e y, respectivamente;

Para nós do tipo CCT ou CTT, a armadura dos tirantes é assumida como se situando além do nó, isto é, comprimindo o nó por detrás do mesmo, conforme ilustra a Figura 2.13. A armadura é assumida como sendo distribuída ao longo da região nodal, sendo que qualquer tensão de tração no triângulo é resistida apenas pelo concreto ou pela combinação concreto-armadura.

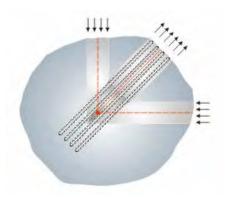


Figura 2.13 - Tirantes assumidos como atuando por detrás do nó no programa CAST (Fonte: TJHIN & KUCHMA (2004))

As condições de tensão em nós com mais de três lados são obtidas através da divisão da região nodal em uma série de triângulos, conforme ilustra a Figura 2.14. Os triângulos são separados por linhas de descontinuidade de tensão e são organizados de maneira que o estado de tensão em todos os triângulos seja constante e o equilíbrio ao longo da linha de descontinuidade de tensão seja satisfeita. As linhas de descontinuidade de tensão devem ser introduzidas nos vértices das zonas nodais para corresponder a essas condições.

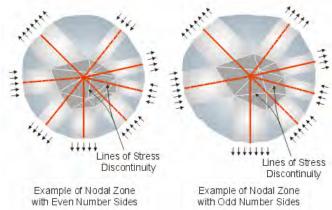


Figura 2.14 – Divisão das zonas nodais com mais de três elementos em vários triângulos (Fonte: TJHIN & KUCHMA (2004))

Deve-se observar que um número mínimo de triângulo é sempre utilizado para cada região nodal. Conforme ilustra a Figura 2.14, para regiões nodais com número par de lados, o número mínimo de elementos será igual a duas vezes o número de elementos que chegam ao nó menos 4. Para zonas nodais com número impar de lados, o número mínimo de triângulos será igual a duas vezes o número de elementos convergentes no nó menos cinco.

TJHIN (2004) relata que essa forma de se construir campos de tensão através de linhas de descontinuidade já foi utilizada para se obter soluções baseadas no Limite Inferior da Teoria da Plasticidade, como por exemplo, nos trabalhos de NIELSEN (1971) e CHEN & HAN (1988), porém trata-se de uma aplicação inédita no Método das Bielas. Porém, essa aproximação é conceitualmente diferente daquela utilizada no Método dos Elementos Finitos, uma vez que não se obedece nenhum tipo de compatilidade de deformação nos nós.

A adequação das regiões nodais é feita através da comparação das tensões atuantes em cada um dos triângulos com um critério de ruptura biaxal. Para o caso de triângulos do tipo CCC, o Critério Modificado de Mohr-Coulomb é utilizado para a verificação do concreto. Assume-se que a armadura não contribui na condução das forças de compressão e um fator de tensão "stress ratio" é definido para se avaliar o nível de tensão das regiões nodais. Para maiores informações sobre o modelo de ruína recomenda-se a leitura de CHEN & DRUCKER (1969) e SCHLAICH & ANAGNOSTOU (1990).

Para o caso de triângulos sujeitos a tensões constantes no caso de nós do tipo CCT, CTT e TTT, a distribuição de tensões entre o concreto e as armaduras segue as equações de equilíbrio estabelecidas por MÜLLER (1978), conforme ilustra a Figura 2.15 e as equações a seguir.

$$\lambda \sigma_x - \sigma_{x,c} - \sum_{i=1}^n \sigma_{i,s} \cos^2 \varphi_i = 0$$
 (Equação 2.27)

$$\lambda \sigma_{y} - \sigma_{y,c} - \sum_{i=1}^{n} \sigma_{i,s} sen^{2} \varphi_{i} = 0$$
 (Equação 2.28)

$$\lambda \tau_{xy} - \tau_{yx,c} - \sum_{i=1}^{n} \sigma_{i,s} sen \varphi_{i} \cdot \cos \varphi_{i} = 0$$
 (Equação 2.29)

#### Onde:

 $\lambda$  = Fator adimensional que relaciona a tensão atuante com a tensão resistente;

 $\sigma_{x,c}$  = Tensão normal suportada pelo concreto na direção x;

σ<sub>y,c</sub> = Tensão normal suportada pelo concreto na direção y;

 $\tau_{xy,c} = -\tau_{yx,c} = Tensão de cisalhamento suportada pelo concreto no plano x-y;$ 

 $\sigma_{i,s}$  = Tensão suportada pela armadura na direção i;

φ<sub>i</sub> = Ângulo que a armadura na direção i faz em relação ao eixo positivo de x;

n = Número de direções de armaduras que chegam à região nodal.

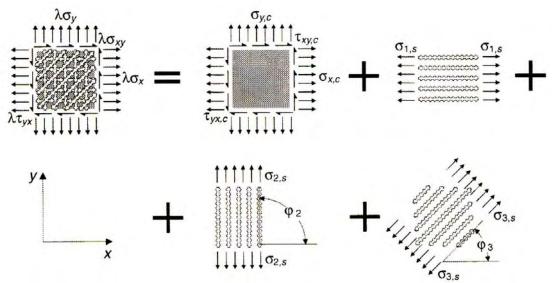


Figura 2.15 – Exemplo de distribuição de tensões entre concreto e aço para uma região nodal com três direções para as armaduras (Fonte: TJHIN (2004))

Uma versão linearizada do Critério de Mohr-Coulomb é utilizada para a verificação de resistência de regiões triangulares de nós CCT, CTT e TTT, sendo que para as armaduras uma condição de escoamento elastoplástico é empregada. A Figura 2.16 – a) apresenta os modelos de ruptura implementados no programa CAST para nós CCC, enquanto a Figura 2.16 – b) apresenta o modelo de ruptura implementado para os nós CCT, CTT e TTT.

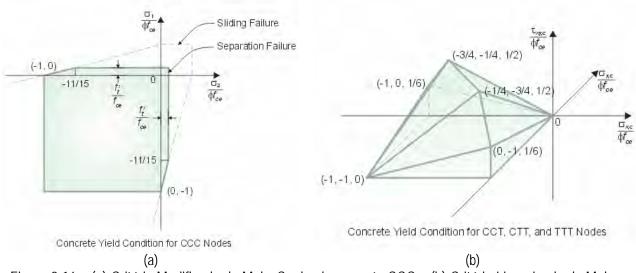


Figura 2.16 – (a) Critério Modificado de Mohr-Coulomb para nós CCC e (b) Critério Linearizado de Mohr-Coulomb para nós CCT, CTT e TTT

A Figura 2.17 apresenta as respostas de uma região nodal analisada utilizando-se o modelo simplificado e o modelo detalhado contidos no programa CAST. Observa-se que empregando a análise simplificada para a região nodal tomada como exemplo obteve-se um nível adequado de tensão, o que atesta a boa geometria do nó. Porém, quando se conduz uma análise detalhada (região nodal subdividida em vários triangulos) da mesma região nodal, observa-se um estado de tensão elevado que aponta para o risco de ruptura do nó.

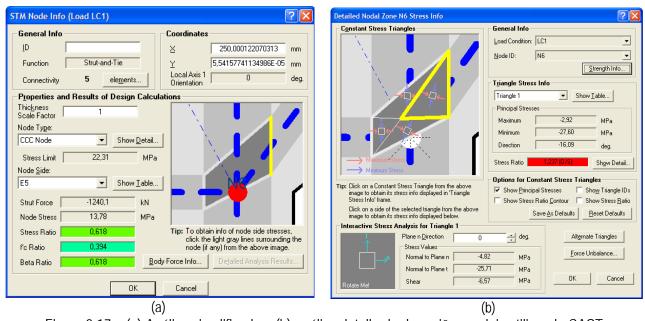


Figura 2.17 – (a) Análise simplificada e (b) análise detalhada de regiões nodais utilizando CAST

### 2.3.4 Análises do Tipo Carga-Deslocamento e Previsão de Capacidade do Modelo

De acordo com TJHIN (2004), o programa CAST fornece a opção de se conduzir análises não-lineares, baseando-se em relações tensão-deformação definidas pelo usuário, conforme ilustra a Figura 2.18, e nas espessuras efetivas das escoras e dos tirantes. Deve-se observar que análises realistas podem ser obtidas com o programa CAST, uma vez que pode-se incluir para os tirantes os efeitos de tração entre fissuras ("tension stiffening").

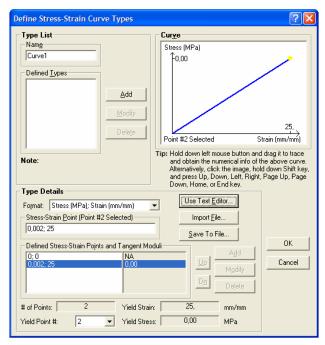


Figura 2.18 – Caixa de diálogo do programa CAST para a definição de relações tensão-deformação de escoras e tirantes

Essa análise, denominada no programa de "pushover analyses", é muito útil para o caso de modelos de escoras e tirantes estaticamente indeterminados, para o estudo das caracteristicas inelásticas de elementos do modelo, para a validação de um novo modelo, para se obter respostas quanto a ductilidade de "Regiões D" e para a certificação de projetos existentes.

Para a obtenção de respostas do tipo carga-deslocamento, o carregamento aplicado é dividido em um certo número de passos definido pelo usuário que são introduzidos de maneira crescente na estrutura em análise. Para cada passo definido é possível a visualização das respostas, sendo que o incremento de carga pode ser feito mediante o controle de carga ou de deslocamento, conforme ilustra a Figura 2.19.

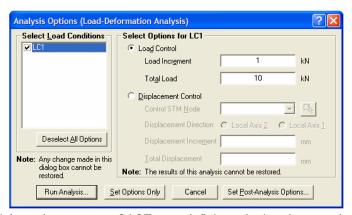


Figura 2.19 – Caixa de diálogo do programa CAST para definição do tipo de controle e dos passos de carga a serem introduzidos na estrutura

Se o controle é feito pela carga a análise é finalizada quando os passos acumulativos atingem a carga final especificada. Da mesma maneira, se escolhido o controle por deslocamento, a análise é finalizada quando se atinge o deslocamento final especificado. Deve-se observar que a análise continua mesmo depois das deformações atingirem a deformação última especificada. Basicamente, o programa utiliza-se da rigidez tangente correspondente ao ponto limite no diagrama-deformação para descrever o comportamento pós-pico da estrutura em análise.

Além de previsões do tipo carga-deslocamento, o programa CAST também disponibiliza um método simples para estimar a capacidade do modelo de escoras e tirantes definido pelo usuário. Essa aproximação é baseada no fato de que qualquer modelo de treliça utilizado para projeto é uma representação do mecanismo de transferência de forças no interior do concreto para o estado limite último.

A estimativa da capacidade resistente de um modelo de escoras e tirantes consiste basicamente na obtenção da máxima força solicitante, isto é, da força capaz de provocar a aparição de uma situação indesejável (escoamento ou ruptura) para algum dos elementos da treliça em análise. Uma vez localizado esse elemento, cujo "stress ratio" será maior ou igual a 1,0, tem-se uma estimativa da capacidade resistente do modelo de escoras e tirantes idealizado para o estado limite último.

Deve-se observar que as espessuras dos elementos e as rigidezes relativas na análise de capacidade são especificadas pelo usuário, de maneira que pode-se tomar valores de espessura relativamente maiores do que aqueles definidos no modelo inicial, usado para dimensionamento. Evidentemente, essa liberdade de enrigecer a estrutura, através da atribuição de espessuras maiores aos elementos, está limitada ao fato de que a geometria desses elementos deve continuar se localizando dentro da "Região D".

# 2.4. Exemplos de Aplicação do Programa CAST

De maneira a ilustrar a aplicação do programa CAST a problemas reais de engenharia, serão analisados na sequência dois consolos duplos ensaiados por SOUZA et al (2006). Estes consolos possuem comportamento idêntico ao comportamento de blocos de fundação sobre duas estacas e um fato interessante é que um dos modelos foi reforçado com fibras de carbono (FRP). Acredita-se que com esses dois exemplos possa-se ilustrar a versatilidade da ferramenta e a potencialidade do Método das Bielas.

#### 2.4.1 Dimensionamento dos Consolos Curtos Usando o Método das Bielas

O consolo curto duplo de geometria apresentada na Figura 2.20, foi dimensionado por SOUZA et al (2006) para suportar uma carga característica total de 100 kN. Para tanto, foi utilizado o modelo de escoras e tirantes também ilustrado na Figura 2.20, que é semelhante àqueles modelos utilizados para o dimensionamento de blocos de fundação sobre duas estacas.

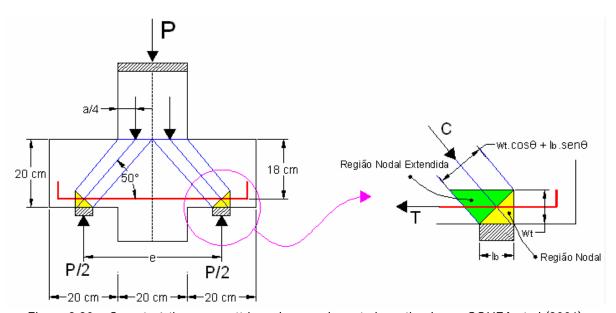


Figura 2.20 – Características geométricas do consolo curto investigado por SOUZA et al (2006)

O ângulo de inclinação das escoras, forças atuantes no modelo analítico e a quantidade de armadura necessária para os tirantes são apresentadas nas equações de (1) a (4), conforme a seguir:

$$tg\theta = \frac{d}{\frac{e}{2} - \frac{a}{4}} = \frac{18}{\frac{40}{2} - \frac{20}{4}} = 1,20 \to \theta = 50^{\circ}$$
 (Equação 2.30)

$$C_{k} = \frac{P_{k}}{2.\text{sen}\theta}$$
 (Equação 2.31)

$$T_{k} = C_{k} \cdot \cos\theta = \frac{P_{k}}{2 \cdot \sin\theta} \cdot \cos\theta = \frac{P_{k}}{2 \cdot \tan\theta}$$
 (Equação 2.32)

$$A_s = \frac{\gamma_n \cdot \gamma_f \cdot T_k}{f_{vd}}$$
 (Equação 2.33)

Determinação da Armadura do Tirante para o Consolo A (Consolo Simples)

$$T_k = \frac{100}{2.tq50^{\circ}} = 41,95 \,\text{kN}$$
 (Equação 2.34)

$$A_s = \frac{1,1.1,4.41,95}{43,48} = 1,48 \text{ cm}^2 \rightarrow 3\phi 8 \text{mm} \rightarrow (A_s = 1,5 \text{ cm}^2)$$
 (Equação 2.35)

Determinação da Armadura do Tirante para o Consolo B (Consolo Reforçado com FRP)

De maneira a se avaliar o acréscimo de resistência fornecido pelas fibras de carbono, foram idealizados dois corpos-de-prova com diferentes armações. O primeiro consolo, denominado Consolo A, possui armação do tirante quantificada conforme o Método das Bielas (3φ8 mm) e a NBR6118 (2003). O segundo consolo, denominado Consolo B, possui armadura do tirante um pouco menor (3φ5 mm), porém reforçada com fitas fibras de carbono de maneira a se obter a mesma resistência final, para ambos consolos, no estado limite último.

Uma vez que a armadura do tirante do Consolo A (As = 1,50 cm²) é capaz de suportar uma carga característica de 100 kN, por analogia deduz-se que um tirante com 3φ5 mm (As = 0,59 cm²) é capaz de suportar uma carga característica de 39,33 kN. Dessa maneira, deve-se projetar um reforço com fibras de carbono que seja capaz de absorver 60,66 kN (100 kN – 39,33 kN).

Utilizando-se fitas de fibra de carbono MFC, fornecidas pela empresa Rogertec, com dimensões de 2 mm x 16 mm (A = 0,32 cm²), resistência última de 3900 MPa, módulo de elasticidade de 240 GPa e, levando-se em conta que em projetos é usual dimensionar o reforço para uma deformação variando entre 0,004 a 0,006, ou seja, com tensões de projeto entre 960 e 1440 MPa, obtém-se a quantidade necessária de reforço, conforme a seguir:

$$T_k = \frac{60,66}{2.tg50^{\circ}} = 25,44 \text{ kN}$$
 (Equação 2.36)

$$A_{fibra} = \frac{\gamma_n.\gamma_f.T_k}{f_{projeto\ fibra}} = \frac{1,1.1,4.25,44}{144} = 0,27\ cm^2 \rightarrow 1\ Fita\ MFC\ (A_{fibra} = 0,32\ cm^2) \tag{Equação 2.37}$$

## Verificação das Escoras e das Regiões Nodais

Como a armadura do tirante ultrapassa a região nodal, conforme ilustra a Figura 2.20, essa região pode ser considerada como sendo um nó do tipo CCC, com o tirante comprimindo a região nodal por detrás do nó. De acordo com SCHÄFER & SCHLAICH (1991), essa região estará segura se todas as tensões exercidas pelo elementos que chegam ao nó forem inferiores a 0,8.fcd = 0,8. 3,0/1,4 = 1,71 kN/cm².

## a) Segurança das Escoras Inclinadas:

As larguras das escoras podem ser estimadas levando em consideração as condições de apoio da estrutura, o cobrimento das armaduras e o diâmetro da armadura utilizada, conforme ilustra a Equação (2.38). A estrutura foi apoiada sobre placas metálicas de 5 x 20 cm e o cobrimento utilizado para as armaduras foi de 2,0 cm.

$$W_s = W_t \cdot \cos\theta + I_b \sin\theta = (2c + \phi)\cos\theta + I_b \sin\theta$$
 (Equação 2.38)

$$W_{S,Consolo\,A} = (2.2,0+0,8).\cos 50^{\circ} + 5 \sin 50^{\circ} = 6,91 cm$$
 (Equação 2.39)

$$W_{S,Consolo\,B} = (2.2,0+0,5).\cos 50^{\circ} + 5 sen 50^{\circ} = 6,72 cm$$
 (Equação 2.40)

$$C_d = \frac{\gamma_n \cdot \gamma_f P_k}{2 \cdot \text{sen} \theta} = \frac{1,1.1,4.100}{2 \cdot \text{sen} 50^\circ} = 100,51 \text{kN}$$
 (Equação 2.41)

$$\sigma_{ef} = 0.8.f_{cd} = 1.71kN/cm^2$$
 (Equação 2.42)

$$\sigma_{\text{escora,Consolo A}} = \frac{C_{\text{d}}}{A_{\text{escora}}} = \frac{C_{\text{d}}}{b.w_{\text{s}}} = \frac{100,51}{20.6,91} = 0,72 \, \text{kN/cm}^2 \leq \sigma_{\text{ef}} \rightarrow \text{Ok!} \tag{Equação 2.43}$$

$$\sigma_{\text{escora, Consolo B}} = \frac{C_{\text{d}}}{A_{\text{escora}}} = \frac{C_{\text{d}}}{b.w_{\text{s}}} = \frac{100,51}{20.6,72} = 0,74 \text{ kN/cm}^2 \le \sigma_{\text{ef}} \to \text{Ok!}$$
 (Equação 2.44)

#### b) Segurança dos Apoios:

$$R_{\text{apoio}} = \frac{\gamma_{\text{n}}.\gamma_{\text{f}}P_{\text{k}}}{2} = \frac{1,1.1,4.100}{2} = 77 \text{kN}$$
 (Equação 2.45)

$$\sigma_{\text{ef}} = 0.8.f_{\text{cd}} = 1.71 \text{kN/cm}^2 \ge \sigma_{\text{escora}} = \frac{R_{\text{apoio}}}{A_{\text{apoio}}} = \frac{R_{\text{apoio}}}{\text{b.I}_{\text{b}}} = \frac{77}{20.5} = 0.77 \text{kN/cm}^2 \rightarrow \text{Ok!}$$
 (Equação 2.46)

#### c) Segurança dos Tirantes:

$$T_{d} = \frac{\gamma_{n}.\gamma_{f}.T_{k}}{2.tg50^{\circ}} = \frac{1,1.1,4.100}{2.tg50^{\circ}} = 64,61kN$$
 (Equação 2.47)

$$\sigma_{ef} = 0.8. f_{cd} = 1.71 \text{kN/cm}^2 \ge \sigma_{escora} = \frac{T_d}{A_{tirante}} = \frac{T_d}{b.w_s} = \frac{64.61}{20.4.8} = 0.67 \, \text{kN/cm}^2 \rightarrow \text{Ok!} \tag{Equação 2.48}$$

$$\sigma_{\text{ef}} = 0.8.f_{\text{cd}} = 1.71 \text{kN/cm}^2 \ge \sigma_{\text{escora}} = \frac{T_{\text{d}}}{A_{\text{tirante}}} = \frac{T_{\text{d}}}{b.w_s} = \frac{64.61}{20.4.5} = 0.71 \text{ kN/cm}^2 \rightarrow \text{Ok!} \tag{Equação 2.49}$$

Dessa maneira, os dois consolos curtos foram armados conforme ilustra a Figura 4 e em seguida foram ensaiados experimentalmente. Deve-se observar que não foram disponibilizados nos modelos armaduras de pele e nem armaduras verticais, uma vez que também procurou-se avaliar a efetiva importância dessas armaduras complementares, freqüentemente detalhadas nos consolos curtos.

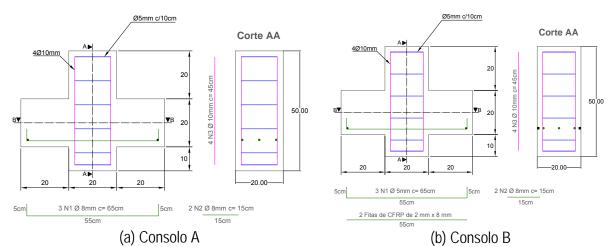


Figura 2.21 – Esquema de armação dos tirantes dos consolos curtos investigados: a) Consolo Normalmente Armado e b) Consolo Reforçado com Fibras de Carbono

### 2.4.2 Resultados Experimentais

Aos 28 dias, os consolos curtos foram ensaiados no Laboratório de Estruturas da Universidade Estadual de Maringá, sendo que procurou-se medir as deformações na direção das escoras obliquas, bem como, o alongamento na região dos tirantes. O carregamento foi aplicado por uma célula de carga com capacidade máxima de 300 kN e os resultados obtidos foram registrados em um sistema de aquisição de dados conectado a um microcomputador.

Como os equipamentos utilizados em medições de deformações são normalmente onerosos, procurou-se registrar as medidas desejadas por meio de equipamentos mais simples, capazes de serem reaproveitados em outros ensaios experimentais. Dessa maneira, as tensões nas escoras de concreto foram calculadas através de extensômetros removíveis, enquanto os alongamentos na região dos tirantes foram medidos através de um transdutor de deslocamentos (LVDT), conforme ilustra a Figura 2.22.

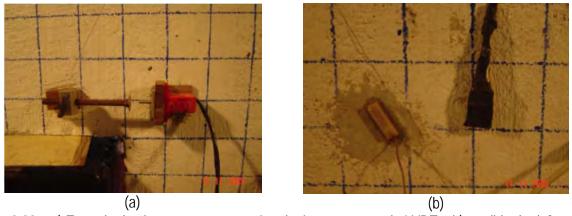


Figura 2.22 – a) Tomada de alongamentos na região do tirante através de LVDT e b) medida de deformação nas escoras através de extensômetros removíveis

O Consolo A (armadura do tirante igual a 3φ8 mm) foi carregado monotonicamente, pelo acionamento manual do pistão e, para a carga de 69,85 kN, observou-se o início da fissuração. A primeira fissura ocorreu na face lateral do consolo, na direção da escora comprimida, e avançou lentamente buscando a região do apoio. Nesse momento, mediu-se uma tensão na escora de concreto de 0,17 kN/cm².

A carga que provocou o escoamento da armadura longitudinal pôde ser estimada a partir da comparação dos alongamentos experimentais medidos na região do tirante com os resultados fornecidos pelo programa RESPONSE-2000. Simulando-se neste programa a região inferior do consolo como um tirante de seção transversal igual a 20 x 6 cm, a abertura média de fissuras no momento do escoamento pode ser obtida, conforme ilustra a Figura 2.23.

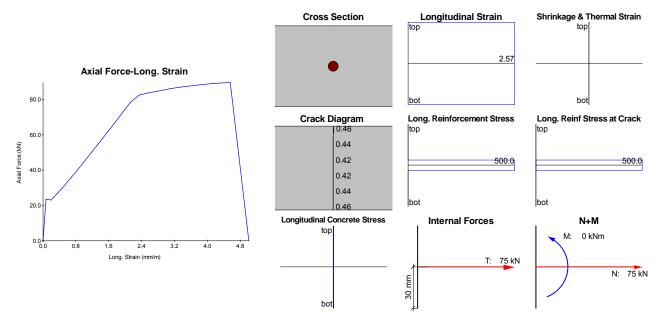


Figura 2.23 – Respostas obtidas no programa RESPONSE-2000 para a região do tirante (Consolo A)

Comparando-se o valor médio de abertura de fissura obtido da Figura 2.23 com os resultados experimentais ilustrados na Figura 2.25(a), pode-se obter a carga experimental que supostamente provocou o escoamento do tirante. Pela Figura 2.23, observa-se que o escoamento do tirante ocorre para uma abertura média de 0,44 mm, o que corresponde a uma carga de aproximadamente 187,5 kN na Figura 2.25(a).

O Consolo A chegou à ruína para a carga de 217,08 kN de maneira muito brusca (colapso frágil), conforme ilustra a Figura 2.25 (c). Observou-se, além da ruína da escora diagonal, uma certa danificação na região de apoio, provavelmente por escorregamento da armadura na ancoragem. Na ruptura, a escora ficou submetida a uma tensão de 0,67 kN/cm², com um alongamento do tirante de 1,15 mm.

O Consolo B (reforçado com fibras de CFRP) foi carregado gradualmente e para a carga de 95,58 kN deu-se o início da fissuração. A primeira fissura ocorreu na face lateral do consolo e cresceu na direção da escora comprimida. Nesse momento, mediu-se uma tensão na escora de concreto de 0,15 kN/cm².

O programa RESPONSE-2000 foi aplicado na análise do Consolo B, de maneira a se avaliar o momento do escoamento das armaduras convencionais. Para tanto, imaginou-se novamente um tirante de seção transversal igual a 20 x 6 cm, porém armado com três barras de 6,3 mm mais o reforço em FRP. A Figura 2.24, apresenta as respostas obtidas com o programa RESPONSE-2000, onde pode-se observar uma abertura média de fissuras igual a 0,25 no escoamento das armaduras. Esse valor de abertura corresponde a uma carga de escoamento de aproximadamente 125 kN na Figura 2.26 (a).

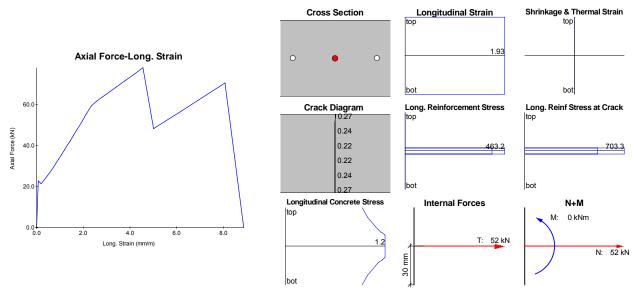


Figura 2.24 – Respostas obtidas no programa RESPONSE-2000 para a região do tirante (Consolo B)

O Consolo B chegou à ruína para a carga de 257,97 kN, de maneira muito brusca (colapso frágil), praticamente cortando o consolo e as armaduras de aço e de fibra de carbono, conforme ilustra a Figura 2.26 (c). Na ruptura, a escora ficou submetida a uma tensão de 0,48 kN/cm², com um alongamento do tirante igual a 1,41 mm.

A Tabela 2.1 procura apresentar as principais caracteristicas de resistência dos materiais empregados, bem como, os resultados mais importantes obtidos experimentalmente para os Consolos A e B. Deve-se observar que as cargas de fissuração e de ruína foram obtidas diretamente do ensaio experimental, enquanto a carga de escoamento foi estimada tomando por base as aberturas de fissuras apresentadas na Figura 2.25(a) e na Figura 2.26 (c).

Tabela 2.1– Materiais e cargas de fissuração, escoamento e ruína dos consolos

	$f_c$	$f_{sy}$	$f_{su}$	$A_s$	$f_{FRP}$	$f_{FRP,U}$	$A_{FRP}$	$P_{fiss}$	Pesc	P <sub>ruina</sub>
Consolo	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(cm <sup>2</sup> )	(MPa)	(MPa)	(cm <sup>2</sup> )	(kN)	(kN)	(kN)
Consolo A	$32,83 \pm 2,89$	500	600	1,50	-	-	-	69,85	187,50	217,08
Consolo B	$32,83 \pm 2,89$	500	600	0,59	1440	3900	0,32	95,58	125,00	257,97

#### Onde:

f<sub>c</sub> = Resistência media à compressão do concreto;

f<sub>sy</sub> = Resistência ao escoamento do aço empregado;

f<sub>su</sub> = Resistência última do aço empregado;

A<sub>s</sub> = Quantidade de armadura convenciona aplicada nos consolos;

ferp = Tensão de projeto adotado no dimensionamento da armadura em FRP:

f<sub>FRP,U</sub> = Resistência última do FRP empregado;

A<sub>FRP</sub> = Quantida de armadura em FRP empregada;

P<sub>fiss</sub> = Carga de fissuração dos consolos;

P<sub>esc</sub> = Carga de escoamento dos tirantes;

P<sub>ruina</sub> = Carga de ruína dos consolos.

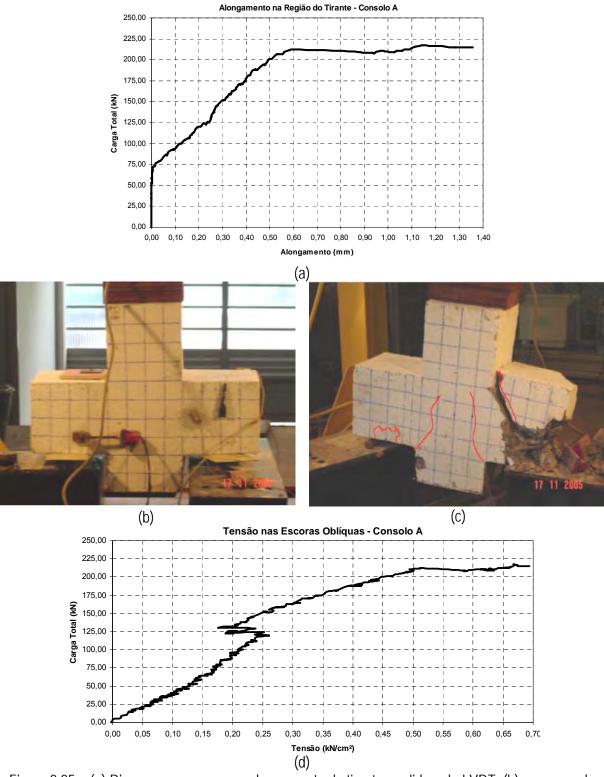


Figura 2.25 – (a) Diagrama carga versus alongamento do tirante medido pelo LVDT, (b) esquema de instrumentação do Consolo A, (c) forma de ruína do Consolo A e (d) tensões de compressão nas escoras obliquas – Consolo A

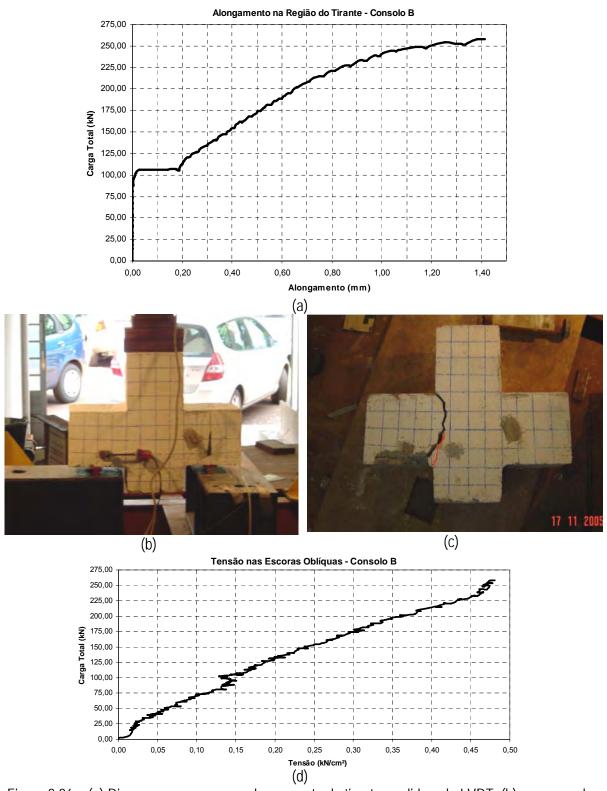


Figura 2.26 – (a) Diagrama carga versus alongamento do tirante medido pelo LVDT, (b) esquema de instrumentação do Consolo B e (c) forma de ruína do Consolo B e (d) tensões de compressão nas escoras oblíquas – Consolo B

#### 2.4.3 Simulação do Consolo A Utilizando CAST

A Figura 2.27-(a) apresenta os níveis de tensão obtidas nas escoras do Consolo A. Deve-se observar que foi aplicada a carga característica de 100 kN, bem como, foram definidas as propriedades características dos materiais apontadas na Tabela 2.1. O nível de tensão nas escoras pode ser considerado adequado, com um fator "stress ratio" máximo igual a 0,432, o que valida o modelo estabelecido por SOUZA et al (2006).

Adicionalmente, os níveis de tensão estabelecidos nas regiões nodais são satisfatórios, tanto para uma análise simples, quanto para uma análise mais refinada. A utilização do processo refinado, que possibilita o cálculo da tensão principal atuante na região triângular, apresentou uma fator "stress ratio" de 0,738, conforme ilustra a Figura 2.27-(b), garantindo a segurança da região nodal.

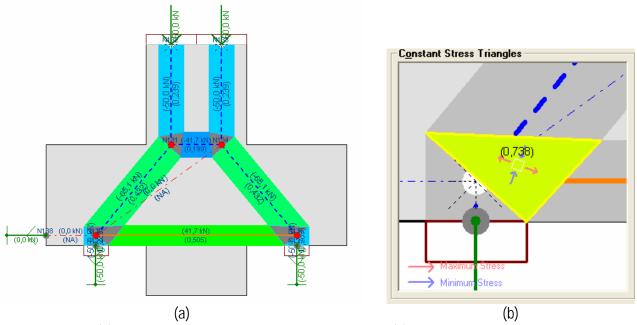


Figura 2.27 – (a) Simulação do Consolo A no programa CAST e (b) Análise detalhada do apoio esquerdo

Executando a opção "Run Simply Capacity Prediction", observa-se que o escoamento do tirante ocorrerá para uma carga de 180 kN e que o nivel de tensão estabelecido nas escoras obliquas, definidas com seção transversal de 20 cm x 6,91 cm, será de 8,49 MPa. Estabelecendo a ruptura do aço para um valor de aproximadamente 1,2.f<sub>y</sub> e realizando novamente essa análise, o programa aponta que a ruina se dará pela ruptura do tirante, para uma carga de 216 kN e com a máxima tensão nas escoras inclinadas em torno de 10,19 MPa ("stress ratio" = 0,81).

Dessa maneira, acredita-se que as estimativas realizadas pelo programa CAST estão muito ajustadas com a realidade, sendo que tal resultado é dificil de ser capturado utilizando o Método dos Elementos Finitos acoplado com recursos de análise não-linear. Além disso, a análise é muito mais simples de ser feita e muito menos parâmetros precisam ser definidos, demonstrando que essa ferramenta esta muito mais ao alcance do calculista comum de estruturas do que um programa de análise não-linear baseado em elementos bidimensionais ou tridimensionais.

#### 2.4.4 Simulação do Consolo B Utilizando CAST

A Figura 2.28-(a) apresenta os níveis de tensão obtidas nas escoras do Consolo B. Deve-se observar que foi aplicada a carga característica de 100 kN, bem como, foram definidas as propriedades características dos materiais apontadas na Tabela 2.1. Como o Consolo B apresenta armaduras em aço e armaduras em FRP, transformou-se a área de aço numa área equivalente de FRP, de maneira a pode ser utilizado o programa CAST, que só aceita a entrada de um tipo de material para as armaduras.

Através da relação existente entre os módulos de elasticidade do aço e da fibra de carbono, chegou-se a conclusão que o desempenho de uma armadura constituída por  $A_s = 0.59$  cm<sup>2</sup> e  $A_{FRP} = 0.32$  cm<sup>2</sup>, possui comportamento semelhante ao de uma armadura constituída exclusivamente por fibra de carbono, com  $A_{FRP} = 0.83$  cm<sup>2</sup>. Adicionalmente, definiu-se no programa CAST o limite máximo de resistência igual a 3900 MPa, de maneira a se obter a ruína final do elemento.

Na análise inicial, aplicando a carga característica, observa-se mais uma vez que o nível de tensão nas escoras pode ser considerado adequado, com um fator "stress ratio" máximo igual a 0,412. Adicionalmente, os níveis de tensão estabelecidos nas regiões nodais são satisfatórios, tanto para uma análise simples, quanto para uma análise mais refinada. A utilização do processo refinado levou a um fator "stress ratio" de 0,436, conforme ilustra a Figura 2.28-(b), garantindo mais uma vez a segurança da região nodal.

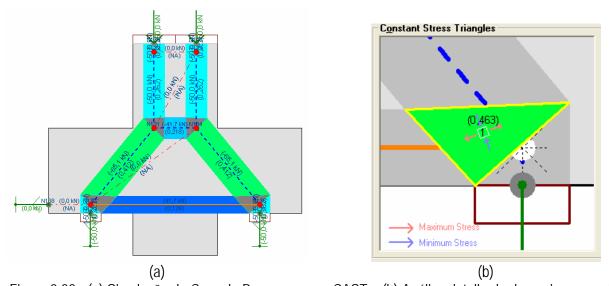


Figura 2.28 - (a) Simulação do Consolo B no programa CAST e (b) Análise detalhada do apoio esquerdo

Executando a opção "Run Simply Capacity Prediction", observa-se que a estrutura chega a ruína antes mesmo de ser desenvolvida a tensão de projeto da fibra de carbono, que é cerca de 1440 MPa. A análise aponta para a ruína da região nodal junto ao apoio direito da estrutura, lembrando uma ruína decorrente por escorregamento da armadura, com uma carga de 241,20 kN.

Conforme pode-se se observar pela Figura 2.29-(a), o tirante se encontra pouco solicitado porém, com um nível de tensões nas escoras diagonais bastante alto, isto é, tensões com o fator "stress ratio" em torno de 0,90. A Figura 2.29-(b), apresenta o detalhe da região nodal que governa a ruptura do elemento. De fato, se for a Figura 2.26-(c) for observada com cuidado é possível observar que uma grande área de concreto junto ao apoio foi praticamente arrancada, cortando as armaduras nessa região.

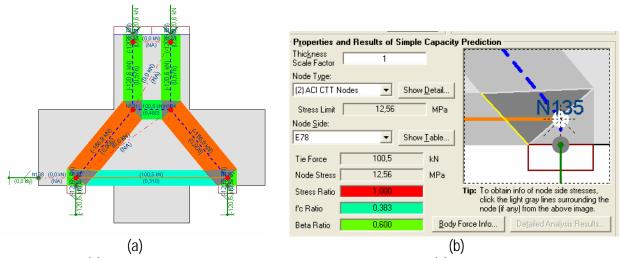


Figura 2.29 – (a) Estado de tensões encontrada na ruína do Consolo B e (b) ruína da região nodal junto ao apoio direito do Consolo B

A Tabela 2.2 apresenta uma comparação entre os resultados experimentais e numéricos obtidos com a utilização do programa CAST. A boa concordância dos resultados, com um erro médio de apenas 3,7%, demonstra a validade do Método das Bielas para os casos de dimensionamento de regiões especiais, bem como, aponta o programa CAST como uma excepcional ferramentta de análise, dimensionamento e verificação.

Tabela 2.2 – Comparação entre resultados experimentais e numéricos utilizando CAST

	Carga de Ruír	Erro		
Modelo	Experimental	CAST	(%)	
Consolo A	217,08	216,00	0,46	
Consolo B	257,97	241,20	6,95	
		Erro Médio	3,70	

Entretanto, deve-se relatar no presente relatório, que não foi possível utilizar o módulo denominado "pushover analisys", utilizado para se obter respostas não lineares de modelos de escoras e tirantes. A versão atual do programa encontra-se com algum problema, de maneira que estruturas isostáticas não podem ser calculadas utilizando o referido módulo.

## 2.5. Referências Bibliográficas

ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-2005) and Commentary (ACI 318R-2002), APPENDIX A: Strut-And-Tie Models". American Concrete Institute, Detroit, 2005.

ASCE-ACI Comittee 445 on Shear and Torsion. Recent Approaches to Shear Design of Structural Concrete. Journal of Structural Engineering, v.124, n.12, dec.,1998.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. "NBR 6118 – Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento", Rio de Janeiro, 2003.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. "CEB-FIP Model Code for Concrete Structures". Thomas Telford Services, Ltd., London, 1978.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. "CEB-FIP Model Code 1990". Thomas Telford Services, Ltd., London, 1993.

CHEN, W. F.; DRUCKER, D. C.. "Bearing Capacity of Concrete Blocks or Rock". Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, v.95, n.EM4, pp.955-978, 1969.

CHEN, W. F.; HAN, D. J.. "Plasticity for Structural Engineers". Springer-Verlag Inc., New York, 606 p., 1988.

CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION. "CSA Standard-A23.3-M84 – Design of Concrete Structures". Ontario: Rexdale, 1984.

CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION. "CSA Standard-A23.3-94 – Design of Concrete Structures". Rexdale, 1994.

EHE. "Instrucción de Hormigón Estructural". Norma Espanhola, 2a Edição, Madrid, 1999.

MacGREGOR, J. G.. "Dimensioning and Detailing". In: IABSE COLLOQUIUM STRUCTURAL CONCRETE, v.62, Stuttgart, p.391-409, 1991.

MARTI, P.. "Basic Tools of Reinforced Concrete Beam Design". ACI Journal, Proceedings, v.82, n.1, pp. 45-56, 1985a.

MARTI, P., "Truss Models in Detailing". Concrete International, v.82, n.1, p. 66-73, 1985b.

MÜLLER, P.. "Plastische Berechnung von Stahlbetonscheiben und –balken". Report n.83, Institut für Baustatik und Konstruktion, Eidgenössiche Technische Hochschule. Zürich, Switzerland, 1978.

NIELSEN, M. P.. "Om Forskydningsarmering af Jernbetonbjaelker". Bygningsstatiske Meddelelser, v.38, n.2, pp.33-58, 1967.

NIELSEN, M. P.. "On the Strength of Reinforced Concrete Discs". Acta Polytechnica Scandinavica, Civil Engineering and Building Construction Series, n.70, Copenhagen, 261 p., 1971.

SCHÄFER, K.. "Deep Beams and Discontinuity Regions. Structural Concrete – Textbook on Behaviour, Design and Performance", v.3, fib CEB-FIP, 1999.

SCHÄFER, K.; SCHLAICH, J.. "Design and Detailing of Structural Concrete Using Strut-and-Tie Models". The Structural Engineer, vol.69, n.06, mar., 1991.

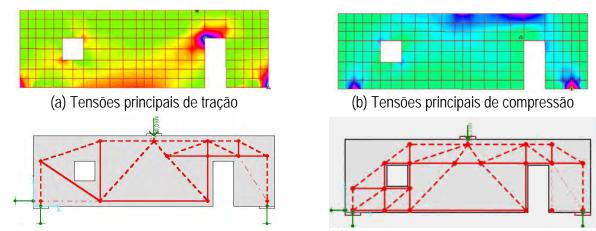
- SCHLAICH, J.. "The Need for Consistent and Translucent Models". IABSE COLLOQUIUM STRUCTURAL CONCRETE, v.62, Stuttgart, p.169-184, 1991. Proceedings.
- SCHLAICH, J.; SCHAFER, K.; JENNEWEIN, M.. "Toward a Consistent Design of Reinforced Concrete Structures". Journal of Prestresse Concrete Structures, v.32, n.03, pp.74-150, 1987.
- SCHLAICH, M; ANAGNOSTOU, G.. "Stress Fields for Nodes of Strut and Tie Models". ASCE, Journal of Structural Engineering, v.116, n.1, Stuttgart, p.13-23, 1990.
- SOUZA, R. A.; BITTENCOURT, T. N.. "Aplicação do Método das Bielas". Revista Téchne, Editora PINI, São Paulo, v. 97, p. 56-60, 2005.
- SOUZA, R. A.. "Concreto Estrutural: Análise e Dimensionamento de Elementos com Descontinuidades". Tese de Doutorado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.
- SOUZA, R. A.; BITTENCOURT, T. N.. "Parâmetros de Resistência Efetiva do Concreto Estrutural para a Análise e Dimensionamento Utilizando Modelos de Escoras e Tirantes". In: V Simpósio EPUSP Sobre Estruturas de Concreto, São Paulo, 2003.
- SOUZA, R.A.; TRANALLI, P. P.; MARTIN, G. G.; BITTENCOURT, T. N.. "Análise Experimental e Analítica de Consolos Curtos de Concreto Armado Reforçados com Fibras de Carbono". In: 48º Congresso Brasileiro do Concreto, Rio de Janeiro, 2006.
- TJHIN, T. N.. "Analysis and Design Tools for Structural Concrete Using Strut-and-Tie Models". Tese de Doutorado, University of Illinois at Urbana-Champaign, Estados Unidos, 2004.
- TJHIN, T. N.; KUCHMA, D. A.. "CAST Help Guide". University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana-Champaign, Estados Unidos, 2004.
- TJHIN, T. N.; KUCHMA, D. A.. "Computer-Based Tools for Design by Strut-and-Tie Method: Advances and Challenges". ACI Structural Journal, v. 99, n.5, pp. 586-594, 2002.

## 3. Método dos Elementos Finitos

De acordo com KOTSOVOS & PAVLOVIC (1995), o Método dos Elementos Finitos tem se tornado a técnica numérica mais utilizada em engenharia, desde seu aparecimento na métade da década de 50. Uma década após a criação dessa poderosa ferramenta, teve-se notícia das primeiras aplicações ao concreto armado, através da aplicação da análise não-linear em algumas estruturas.

A utilização do Método das Bielas em parceria com o Método dos Elementos Finitos parece ser a melhor estratégia para o dimensionamento e verificação das "Regiões D". A análise linear possibilita a construção de um modelo de escoras e tirantes racional, enquanto que a análise não-linear pode fornecer respostas dos elementos dimensionados, funcionando como um verdadeiro laboratório virtual.

A Figura 3.1 apresenta o caso de análise e dimensionamento de uma viga-parede complexa, em que a partir do panorama das tensões principais de tração e compressão foi possível propor dois modelos de escoras e tirantes. Uma vez quantificada as armaduras resistrentes a análise não-linear pode validar a proposta de dimensionamento, fornecendo informações sobre o Estado Limite de Serviço e sobre o Estado Limite Último.



(c) Modelo A – Tirantes horizontais, verticais e inclinados (d) Modelo B – Tirantes horizontais e verticais Figura 3.1 - Exemplos de modelos de escoras e tirantes propostos a partir das tensões principais

Vários programas comerciais contendo módulos de análise não-linear têm possibilitado uma análise mais realista das estruturas de concreto. De acordo com CERVENKA & CERVENKA (1995), a análise não-linear pode eliminar a inconsistência observada atualmente nos códigos, onde a distribuição interna de forças é determinada mediante análises lineares e a quantificação das armaduras é feita tomando-se em conta o comportamento não-linear dos materiais. Na análise não-linear a redistribuição de forças devido ao comportamento não-linear dos materiais é levada em conta e as deformações e tensões resultantes satisfazem todas as leis da mecânica: equilibrio de forças, compatibilidade de deformações e leis constitutivas dos materiais empregados.

Atualmente, existem duas técnicas bem estabelecidas para simulação dos processos de fraturamento do concreto estrutural: o modelo de fissuração distribuída ("smeared crack model") e o modelo de fissuração discreta ("discrete crack model"). No modelo de fissuração discreta, a fissura é tratada de maneira real, de modo que uma nova malha é gerada conforme a fissura se propaga. Para maiores informações a respeito desse modelo recomenda-se consultar, por exemplo, ROTS & BLAAUWENDRAAD (1989).

No modelo de fissuração distribuída o material danificado ainda é considerado como um meio contínuo e as notações de tensão e deformação ainda podem ser aplicadas sem a necessidade de se construir uma nova malha enquanto as fissuras se propagam. No presente trabalho dar-se-á ênfase apenas à aplicação desse modelo, devido as maiores facilidades para simulação numérica das estruturas de concreto.

No entanto, apesar da intensa proliferação de trabalhos utilizando a técnica dos elementos finitos na década 80, observou-se que naquele tempo e, até mesmo hoje em dia, o método vem sendo raramente aplicado em projetos reais de estruturas de concreto. A principal razão para esse problema parece encontrar justificativa na falta de confiança na respeito do desempenho global dos programas, que até o presente momento parecem ser aplicados apenas a situações específicas ao invés de situações generalizadas, isto é, com uma natureza de geometria qualquer.

KOTSOVOS & PAVLOVIC (1995) relatam que essa falta de generalidade dos programas pode ser atribuída a dois fatores. O primeiro deles refere-se a falta de atenção quanto ao verdadeiro comportamento do concreto em termos constitutivos, cuja resposta é influenciada pelas caracteristicas do tipo de ensaio adotado. Na opinião dos autores, ensaios mais genéricos e uniformizados (ensaio triaxial) deveriam ser realizados, de maneira a descrever com eficiência o comportamento constitutivo e de ruptura do concreto estrutural baseando-se em um único parâmetro: a resistência à compressão.

Essa afirmação dos autores é perfeita tendo em vista que a maioria dos programas, até mesmo aqueles mais populares e com uma interface mais amigável, requerem o levantamento de um número substancial de parâmetros por parte do usuário. Programas comerciais populares, como por exemplo ADINA e DIANA, requerem o levantamento de diversos parâmetros, cuja definição adequada só seria possível mediante a realização de diversos ensaios experimentais ou de um conhecimento apurado em relação a modelos constitutivos. Essa falha sem dúvida afasta o projetista de estruturas, aqui considerado como um usuário comum, da potencialidade do Método dos Elementos Finitos, perpetuando a ferramenta exclusivamente às aplicações acadêmicas.

O segundo problema refere-se à falta de objetividade dos programas, isto é, em algumas situações mudandose um único parâmetro do modelo pode-se obter uma grande variação nas respostas do problema, o que pode provocar uma grande confusão na interpretação de resultados por parte do usuário. Os parâmetros mais significativos serão discutidos mais adiante e recomendações gerais serão dadas de maneira a evitar esse tipo de problema em análises não-lineares.

Dentre diversos trabalhos relevantes publicados na área de modelagem de estruturas de concreto que serviram de referência para o desenvolvimento do presente trabalho, citam-se aqueles publicados por BATHE et al. (1989), ROTS & BLAAUWENDRAAD (1989), KOTSOVOS & PAVLOVIC (1995), NIELSEN (1984), ROTS at al. (1985), CRISFIELD (1997a, 1997b), TNO (2001) e CERVENKA et al (2005).

## 3.1. Aplicações do Método dos Elementos Finitos às Estruturas de Concreto

O MEF é um rival em potencial do MB, mas é ao mesmo tempo um dos maiores aliados para o desenvolvimento dos modelos de escoras e tirantes. Isso se deve ao fato de que análises elásticas utilizando o MEF possibilitam o entendimento do encaminhamento das forças no interior da estrutura, gerando assim um critério lógico para a localização adequada de escoras e tirantes.

Análises não-lineares que considerem a fissuração no concreto também constituem uma excelente alternativa para o engenheiro de estruturas, podendo indicar as melhores posições para as armaduras. Normalmente, as armaduras têm sentido ortogonal àquele apresentado pelas fissuras, de maneira a costurar as mesmas.

De acordo com FIGUEIRAS (1999), a análise não-linear é um instrumento poderoso que satisfaz, para qualquer nível de carregamento, as condições de equilíbrio e de compatibilidade de deformações. Partindo de relações constitutivas realistas para o concreto e para o aço, o comportamento completo da estrutura, desde o início do carregamento até o colapso pode ser traçado, permitindo a verificação da segurança em serviço e no estado limite último.

Observa-se que no MEF o projetista é duramente forçado a desenvolver uma sensibilidade crítica para a resolução de problemas estruturais. Somente através de muito treinamento e do aguçamento deste senso crítico é possível obter bons resultados utilizando tal metodologia.

A afirmação anterior decorre do fato do método conter alguns perigos implícitos, tais como considerações insuficientes por parte do calculista na construção do seu modelo de elementos finitos e até mesmo em possíveis deficiências existentes nos programas disponíveis no mercado. É preciso antes de tudo certificar-se da qualidade do programa a ser utilizado em uma análise de grandes responsabilidades.

Além disso, existem questões sutis que influenciam decisivamente nos resultados finais, tais como: escolha adequada do melhor elemento finito, domínio sobre as relações constitutivas dos materiais, discretização da malha, número de elementos, entre tantas outras questões que surgem no meio do processo e que só podem ser respondidas por um usuário experiente.

SOUZA (2002) e SOUZA (2004) vem recomendando a inclusão de uma variável probabilística nas análises não-lineares, uma vez que pela variação de alguma das variáveis citadas anteriormente, pode-se obter respostas completamente distintas. Em nossa opinião, quando da utilização de uma ferramenta de análise não-linear baseada no Método dos Elementos Finitos, sempre deve ser definido um limite superior e um limite inferior para as cargas de interesse (carga de fissuração, escoamento, ruína). Dessa maneira, pode-se admitir que a estrutura real tenderá a apresentar um comportamento intermediário entre os limites definidos.

Como conseqüência das deficiências relatadas anteriormente, podem surgir detalhamentos inadequados de algumas partes da estrutura, sendo que estes detalhamentos podem ser até mesmo catastróficos, conforme comprova o colapso da plataforma norueguesa Sleipner em 1991. Nesta estrutura "off-shore", constituída por 24 células cilíndricas de concreto armado, acredita-se que a ruína ocorreu pela escolha indevida de armadura transversal na região de junção entre as paredes da estrutura. De acordo COLLINS et al. (1997)), as tensões de cisalhamento encontradas no projeto estrutural estavam subestimadas em 47% com relação às tensões reais, levando assim a um detalhamento inadequado das células cilíndricas de concreto.

Outra dúvida na utilização do MEF refere-se à economia, pois os processadores disponíveis determinam a armadura necessária pelo chamado "ponto de integração" de um elemento, a partir das tensões elásticas de tração resultantes nesta posição. Na realidade, um calculista posicionaria toda a armadura tracionada tão longe quanto fosse possível, empregando um grande braço-de-alavanca interno. Isto resulta em uma redução de aproximadamente 25% da armadura e, partindo deste princípio, os pós-processadores nem sempre darão os melhores resultados.

Por exemplo, no caso de uma viga esbelta fletida, a distribuição de tensões elásticas é linear ao longo de sua altura e o braço de alavanca entre a resultante das tensões de tração e a resultante das tensões de compressão é aproximadamente igual a dois terços da sua altura. Um pós-processador padrão baseará a disposição das armaduras nesta posição.

O MEF ganha potencialidade quando o comportamento de uma estrutura é complexo, ou seja, quanto esta apresenta uma distribuição não-linear de deformações ao longo da seção transversal. Nestes elementos, conforme relatado anteriormente, não pode-se desprezar as deformações provocadas pela força cortante e, consequentemente, a "Hipótese de Bernoulli" não pode ser aplicada.

Nesse caso, a hipótese anterior, de posicionar os elementos principais no centro de gravidade dos diagramas de tensão é bastante razoável, fornecendo um critério racional para o calculista. No entanto, conforme citado anteriormente, a experiência do engenheiro de estruturas com o método é fator fundamental para o sucesso em projetos que envolvam o dimensionamento de geometrias complexas.

FIGUEIRAS (1999), por exemplo, apresenta algumas aplicações práticas utilizando os recursos de análise não-linear disponíveis no MEF. De acordo com o pesquisador, este tipo de análise é bastante justificável em casos onde não exista ainda experiência suficiente adquirida ou quando a importância da obra justificar. Ainda de acordo com o pesquisador, o estudo das causas de deterioração e a verificação de segurança de estruturas reforçadas são outros dos campos de aplicação prática do Método dos Elementos Finitos e da análise não-linear.

FOSTER (1998) recomenda que os resultados numéricos sejam analisados com extremo cuidado e sugere também que quase sempre tais resultados devem ser vistos com ceticismo, principalmente quando detalhando estruturas com comportamento complexo, tais como as estruturas especiais de concreto.

No presente trabalho, procurou-se utilizar o programa ATENA, uma vez que os programas ADINA e DIANA, já haviam sido aplicados em SOUZA (2001) e SOUZA (2004). Acredita-se que com o domínio de uma terceira ferramenta aplicada à análise não-linear do concreto estrutural, respostas mais efetivas quanto a potencialidade e confiabilidade dessas ferramentas poderão ser obtidas.

## 3.3. Recomendações Gerais para a Análise Não-Linear de Estruturas de Concreto

Do ponto de vista do material, é necessário que na análise não-linear sejam dados os devidos cuidados às seguintes questões: descrição da região pós-pico na relação constitutiva do concreto (diagrama tensão-deformação), intertravamento dos agregados ("aggregate interlock"), tração entre fissuras ("tension stiffening"), efeito pino ("dowel action") e aderência entre o concreto e as armaduras. Do ponto de vista numérico, são importantes questões como: método iterativo adotado, número de fissuras permitido por iteração, tipo de elemento finito adotado (quadrangular, triangular, misto), ordem de integração numérica, discretização da malha de elementos finitos e esquema de carregamento (passos de carga especificados).

De acordo com KOTSOVOS & PAVLOVIC (1995), os dois parâmetros que mais parecem interferir no desempenho numérico dos programas computacionais, do ponto de vista do material, são os efeitos de amolecimento ("strain softening") e intertravamento dos agregados ("aggregate interlock"). Porém, baseandose em ensaios experimentais, os autores relatam que esses dois parametros não possuem nenhum efeito real sobre as estruturas. Na opinião dos autores, os efeitos que realmente tem alguma influência real são: tração entre fissuras ("tension stiffening"), efeito pino ("dowel action") e a aderência entre o concreto e as armaduras ("bond").

## 3.3.1 Fator de Retenção ao Cisalhamento

De acordo com Bedard apud KOTSOVOS & PAVLOVIC (1995), tanto as estruturas em concreto armado como em concreto simples parecem ser insensíveis ao parametro  $\beta$  (fator de retenção ao cisalhamento), quando este se encontra no intervalo compreendido entre 0,1 e 0,5. Adicionalmente, Bedard demostrou que dificuldades podem surgir quando  $\beta$  é definido com seus valores extremos, isto é, com valores iguais a 0,01 e 0,9, respectivamente. O parâmetro  $\beta$  parece influenciar decisivamente na análise não-linear daqueles casos com grande número de fissuras, as quais já se desenvolvem para estágios iniciais de carregamento.

De acordo com ROTS et al. (1985), para problemas em que as fissuras provocadas por cisalhamento são críticas, o fator de retenção ao cisalhamento ( $\beta$ ) deve ser cuidadosamente escolhido, uma vez que parece influenciar decisivamente o problema. Em pesquisas variando esse parâmetro os pesquisadores concluíram que altos valores ( $\beta$ =0,99, simulando superfícies de fissuras totalmente intertravadas) levam a fissuras de cisalhamento mais distintas e localizadas em faixas mais estreitas. Para baixos valores ( $\beta$ =0,001, simulando superfícies de fissuras praticamente sem fricção) os pesquisadores concluíram que não é possível chegar totalmente a uma fissuração diagonal e além disso, normalmente se obtém-se uma resposta cargadeslocamento de péssima qualidade caracterizada por diversas irregularidades.

#### 3.3.2 Tipos de Elementos e Refinamento da Malha

Do ponto de vista numérico, tem sido utilizado com grande intensidade elementos isoparamétricos (três nós ao longo do elemento) para análises não-lineares em estruturas de concreto. No entanto, foi observado que o esquema de integração desses elementos pode influenciar decisivamente nas respostas, sendo recomendável sempre se utilizar elementos quadráticos da familia serendipity com esquema reduzido de integração (segunda ordem). Alem disso, a malha adotada e o tamanho dos elementos finitos são fatores potencialmente importantes em análises lineares e não-lineares, uma vez que eles governam o grau de aproximação em relação ao contínuo.

De acordo com KOTSOVOS & PAVLOVIC (1995), para análises lineares há um certo consenso de que ao se refinar a malha a precisão também aumentará. Deve-se observar que esse refinamento é especialmente importante naquelas regiões em que efeitos localizados costumam aparecer, tais como: pontos de aplicação de cargas concentradas e mudanças abruptas na geometria.

No caso de analises não-lineares, na qual a ruína está associada à fissuração, respostas enganosas poderão surgir nessas regiões com singularidades e concentração de tensões. Para este caso, quanto mais refinada a malha mais cedo se iniciará a fissuração, o que a princípio faz com que se tenha cargas de ruína cada vez menores com o refinamento, isto é, para um refinamento tendendo ao infinito a carga de ruína tenderia a zero. Evidentemente, essa situação é totalmente contrária à realidade física do problema o que justifica o cuidado de se escolher uma malha adequada para os problemas de análise não-linear.

Mesmo em malhas finitas bem definidas, a redistribuição de tensões induzida pela fissuração prematura do concreto pode afetar a estabilidade numérica, induzindo um colapso estrutural que não corresponde à natureza física do problema. Uma possibilidade para evitar esse tipo de problema consiste em enrigecer a malha de elementos finitos localmente, isto é, nas regiões sujeitas a singularidades. Essa técnica não se afasta da realidade, uma vez na prática os calculistas costumam enrigecer regiões de apoio e ancoragem das armaduras.

Uma maneira mais elegante para evitar a dependência de malha consiste em se adotar uma malha um pouco mais grosseira, de maneira a eliminar os efeitos localizados e evitar a instabilidade numérica. Isto é, ao invés de se montar um modelo apurado que leve em conta o cobrimento das armaduras, pode-se adotar uma malha mais grosseira, em que não haja elementos definidos para o cobrimento. Dessa maneira, as armaduras longitudinais estariam localizadas imediatamente acima do apoio (zona de singularidade) e não haveria um risco de ruptura prematura do concreto de recobirmento junto à região dos apoios.

De acordo com KOTSOVOS & PAVLOVIC (1995), a configuração da malha de elementos finitos é possivelmente o mais subjetivo de todos os fatores intervenientes nas respostas numéricas. Para tanto, os pesquisadores aconselham que o tamanho mínimo da malha não deve ser menor do que duas ou três vezes o tamanho do agregado utilizado para o concreto, enquanto que o limite superior deve ser uma dimensão que pode ser considerada representativa para o comportamento global da estrutura.

#### 3.3.3 Passos de Carga e Estratégia de Propagação de Fissuras

Outro ponto fundamental na análise não-linear refere-se ao caminho de carga estabelecido, isto é, a maneira como os passos de carga são definidos para a estrutura. Na prática tem sido conveniente adotar passos de carga constantes ao longo da historia de carregamento. O incremento de carga utilizado é normalmente tomada como sendo igual a 5 ou 10% da carga de ruptura estimada, o que a princípio conduziria a 10 ou 20 passos de carga, respectivamente.

A estratégia de propagação das fissuras é de longe o fator que mais influencia nas predições numéricas e, na verdade, essa propagação está profundamente relacionada com o caminho de cargas estabelecido. Atualmente, duas técnicas têm sido utilizadas: SCA ("Single-Crack Approach") e TCA ("Total-Crack Approach"). A técnica conhecida como TCA consiste em se aplicar passos de carga constantes ao longo de todo o processo, de maneira que um grande número de fissuras poderá aparecer nas regiões mais importantes. Trata-se de um processo mais cômodo e ideal para uma tentativa inicial, mas que pode falhar para respostas objetivando estado limite último.

No processo conhecido como SCA procura-se identificar o surgimento da primeira fissura com a utilização de passos de cargas constantes. Em seguida, passa-se a utilizar passos de cargas reduzidos, de maneira a se obter de uma maneira mais objetiva a sequência de aparecimento das fissuras na estrutura. Apesar de ser mais trabalhosa, a técnica SCA conduz a uma visão mais apurada do processo de fraturamento da estrutura, além de ser mais estavel. A instabilidade numérica se deve ao fato de que se o mesmo passo de carga usado antes da fissuração não for reduzido na sequência, várias outras fissuras poderão surgir em um mesmo ponto, o que a princípio pode travar a continuidade do processo numérico.

## 3.3.4 Resolução dos Sistemas de Equações Não-Lineares

Outro fator interveniente no processo numérico refere-se ao tipo de método adotado para a resolução das equações envolvidas. A resolução de um sistema estrutural utilizando analise não-linear é baseado em técnicas matricias, baseadas na rigidez dos elementos, e ao contrário da analise linear, os sistemas não podem ser resolvidos diretamente, isto é, repetidas soluções de sistemas lineares são necessárias até que a convergência seja obtida.

Talvez o método mais básico para se resolver um sistema linear seja o "Método de Iteração Direta", também conhecido como "Functional iteration", "Successive Substitute Approximation", "Secant modulos", "Variable Stiffness" ou "Método de Cholesky". Nesse método, sucessivas soluções são realizadas, sendo que cada iteração se utiliza da iteração anterior, de maneira a melhorar a rigidez do sistema em função dos deslocamentos. O processo pode ser iniciado com deslocamentos iguais a zero e pode-se admitir que a convergência foi atingida quando a última interação menos a interior não fornecer resíduos de deslocamento  $(d_{n+1} - d_n = 0)$ .

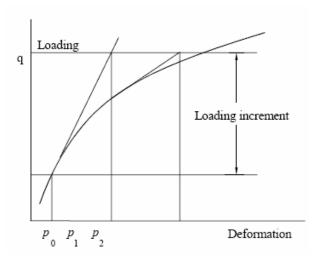


Figura 3.2 – Método de Newton-Raphson

De acordo com KOTSOVOS & PAVLOVIC (1995), o "Metodo de Iteração Direta" é um metodo pesado, pois a cada momento uma nova matriz de rigidez deve ser atualizada e um novo conjunto de equações deve ser resolvido. Um metodo mais sofisticado e que normalmente converge mais rapidamente e com maior estabilidade é o "Metodo de Newton-Rapshon" (NR), que se baseia no equilibrio de forças residuais não

balanceadas aplicando o conceito de matriz de rigidez tangente, conforme ilustra a Figura 3.2. Apesar de mais estável que o "Método de Iteração Direta" o "Método de Newton-Rapshon" também requer um grande esforço computacional.

De acordo com TNO (2001), o "Metodo de Newton-Rapshon" requer um número pequeno de iterações, porém se a estimativa inicial estiver longe da solução final o método pode facilmente falhar devido à divergência. Além disso, este método apresenta uma grande deficiência, pois não permite um comportamento global convergente e não consegue superar pontos limites na curva carga-deslocamento. Um comportamento global não convergente decorre do fato que o sistema de equações não-lineares converge para qualquer ponto inicial.

Uma maneira de diminuir o esforço computacional consiste em se utilizar o "Método de Newton-Rapshon Modificado" (MNRM), também conhecido como "Initial/Constant Stiffness" que se utiliza da matriz de rigidez inicial durante todo o processo iterativo. De acordo com a TNO (2001), em situações em que o "Método de Newton-Raphson" não consegue convergir o "Método de Newton-Raphson Modificado", ilustrado na Figura 3.3, pode ter sucesso.

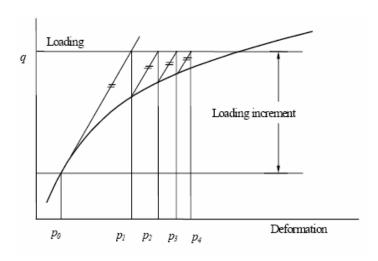


Figura 3.3 – Método de Newton-Raphson Modificado

No entanto, apesar de economizar esforço computacional, o "Método de Newton-Raphson Modificado" tende a ter uma baixa taxa de convergência quando comparado ao "Metodo de Newton-Raphson". Por esse motivo, vem sendo recomendando um metodo misto adotando o MNR e o MNRM com técnicas incrementais, como por exemplo, o Método de Procura de Linhas ("Line Search") e o Método de Comprimento de Arco ("Arc Length Control").

De acordo com TNO (2001), o Método de Procura de Linhas acelera a convergência do processo iterativo através do cálculo de um multiplicador ótimo para o campo dos deslocamentos incrementais e é extremamente útil quando os processos ordinários de iteração não são suficientes. O Método de Comprimento de Arco resolve as deficiências do processo incremental e iterativo, possibilitando capturar o comportamento pós-pico da estrutura, uma vez que possibilita a introdução de incrementos decrescentes no processo iterativo. Com a utilização do Método de Comprimento de Arco pode-se capturar os efeitos de "snap-back" e "snap-through", conforme ilustra a Figura 3.4.

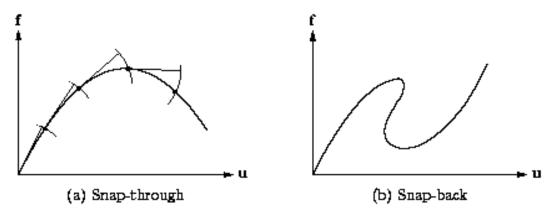


Figura 3.4 – Obtenção dos comportamentos de "snap-back" e "snap-through" utilizando o Método do Comprimento de Arco (Fonte: TNO (2001))

De acordo com CERVENKA et al (2005), a principal idéia do Método de Comprimento de Arco consiste em observar inicialmente a relação carga-deslocamento ao invés de aplicar um incremento constante de carregamento como faz o Método de Newton-Raphson. Dessa maneira, esse método fixa simultaneamente as condições de carregamento e deslocamento no final do passo. Para maiores informações sobre o método recomenda-se a leitura de CRISFIELD (1983).

A escolha do critério de convergência também é muito importante e, normalmente, as seguintes opções estão disponíveis na maioria dos programas: critério de convergência formulado em termos de deslocamentos, critério de convergência formulado em termos de forças e critério de convergência formulados em termos energéticos. De acordo com GOMES (2001), o critério em termos energéticos é sem dúvida alguma o mais atrativo entre as três opções, pois leva em conta o efeito das forças e dos deslocamentos simultâneamente. Geralmente, em problemas estruturais, uma tolerância (ou erro máximo cometido) igual a 10-4 em termos energéticos conduz a soluções confiáveis.

Observa-se que é necessário testar a sensibilidade da solução ao critério de convergência adotado, sendo o número 10-4 apenas uma referência inicial. Adicionalmente, observa-se que será sempre preferível adotar tolerâncias relativamente pequenas, desde que o processo iterativo e o condicionamento do problema não-linear permitam essa atitude. Além disso, deve-se observar que o colapso numérico, no qual um procedimento de iteração numérica não consegue convergir, não tem nenhuma relação com o colapso real da estrutura.

A melhor maneira de se interpretar a resposta obtida é através do diagrama carga versus deslocamento de algum ponto relevante da estrutura. A partir do momento em que a estrutura atinge o seu pico de resistência pode-se introduzir decréscimos de carregamento, de maneira a se obter o trecho descendente desta curva. Um diagrama carga-deslocamento que apresenta o amolecimento da estrutura indica de maneira bastante clara a carga de colapso da estrutura. Se o trecho descendente do diagrama carga-deslocamento não é obtido, o sistema pode ter divergido antes de se atingir a carga máxima e o usuário pode erroneamente ser conduzido a uma dedução precipitada da carga de colapso.

### 3.4.0 Que Dizem os Códigos Normativos Sobre o MEF?

O CEB-FIP Model Code 1990 (1993), nos seus itens 5.5, 5.6 e 5.7, recomenda o uso do MEF, assim como de outros métodos numéricos, tais como o "Método dos Elementos de Contorno" e "Método das Diferenças Finitas". O MEF pode ser aplicado para a análise de elementos como lajes, vigas-parede, paredes estruturais, cascas e placas, sendo que as análises são válidas tanto para o estado limite de utilização quanto para o estado limite último.

A norma canadense CSA (1994), em seu item 9.5, indica a utilização do MEF, ou de outra técnica numérica, como um método alternativo para a análise de estruturas. A utilização do método visa principalmente obter as diferenças entre o comportamento real da estrutura e o comportamento utilizado na análise para dimensionamento.

A norma canadense cita ainda que os efeitos de fissuração devem ser levados em conta na análise e que os padrões de malha e as condições de contorno devem ser consistentes com a geometria, com o carregamento e com as restrições de apoio da estrutura. Cuidados também devem ser tomados de maneira a assegurar o comportamento realista do tamanho e da rigidez dos elementos.

Ainda em relação a norma canadense, existe a recomendação de que a armadura a ser utilizada, obtida de uma análise utilizando o MEF, deva estar concentrada em bandas ou em tirantes alinhados em mais ou menos 15° em relação à direção das tensões principais de tração.

O projeto de revisão do EUROCODE 2 (1999), recomenda a utilização do MEF para a análise de lajes planas e para casos de geometria de ordem complexa, conforme relata o parágrafo a seguir, extraído na íntegra da referida norma:

"Na maioria dos casos, análises serão utilizadas para estabelecer a distribuição de forças internas e momentos, no entanto, para certos elementos complexos o método de análise utilizado (isto é, uma análise por elementos finitos) fornecerá tensões, deformações e deslocamentos, que são melhores do que forças internas e momentos. Métodos especiais são necessários para a utilização destes resultados, visando obter as áreas de armaduras apropriadas."

A norma espanhola EHE (1999) recomenda implicitamente a utilização do MEF - principalmente para as "Regiões D" - ao sugerir um "método numérico adequado", em seu item 24.2.3. De acordo com a norma espanhola, as análises podem ser lineares e não-lineares e, para ambos os casos, devem ser satisfeitas as condições referentes ao estado limite de utilização e ao estado limite último do elemento estrutural.

A NBR 6118 (2003) recomenda explicitamente a utilização do MEF para a análise de elementos especiais, principalmente para elementos do tipo parede com furos na alma. Para elementos como consolos, dentes Gerber e vigas-parede, a norma brasileira recomenda a utilização de "modelos planos elásticos ou não-lineares", ou seja, uma recomendação implícita do MEF. Para elementos como sapatas e blocos de fundação sobre estacas, a NBR 6118 (2003) recomenda a utilização de "modelos tridimensionais elásticos ou não". De maneira geral, apesar de indicar o MEF a norma brasileira não fornece subsídios para o desenvolvimento de projetos utilizando tal metodologia.

## 3.5. Referências Bibliográficas:

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. "NBR 6118 – Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento", Rio de Janeiro, 2003.

BATHE, J. K.; WALCZAK, J.; WELCH, A.: MISTRY, N.. "Nonlinear Analysis of Concrete Structures". Computers & Structures, v.32, n.3/4, pp.563-590, 1989

CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION. "CSA Standard-A23.3-94 – Design of Concrete Structures". Rexdale, 1994.

CERVENKA, V.; CERVENKA, J.. "Computer Simulation as a Design Tool for Concrete Structures". In: ICCE-96, "The Second International Conference in Civil Engineering on Computer Applications, Research and Practice", 1996.

CERVENKA, V; JENDELE, L.; CERVENKA, J.. "ATENA Program Documentation – Part 1: Theory", Prague, República Theca, 2005.

COLLINS, M. P.; VECCHIO, F. J; SELBY, R. G.; GUPTA, P. R. "The Failure of An Offshore Platform". Concrete International, v.19, n. 8, p. 28-35, 1997.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. "CEB-FIP Model Code 1990". Thomas Telford Services, Ltd., London, 1993.

CRISFIELD, M. A.. "Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures - Essentials". J. Wiley & Sons, New York, 1997a.

CRISFIELD, M. A.. "Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures - Advanced Topics". J. Wiley & Sons, New York, 1997b.

CRISFIELD, M.A. (1983) - An Arc-Length Method Including Line Search and Accelerations, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.19,pp.1269-1289.

EHE. "Instrucción de Hormigón Estructural". Norma Espanhola, 2a Edição, Madrid, 1999.

FIGUEIRAS, J. A.. "Aplicação de Modelos Computacionais à Análise de Estruturas de Betão". In: 41º Congresso Brasileiro do Concreto, Salvador, 1999.

FOSTER, S. J.. "Design of Non-Flexural Members for Shear". Cement and Concrete Composities, v.20, p.465-475, 1998.

GOMES, I. R.. "Simulação Numérica do Ensaio de Compressão de Prismas de Alvenaria pelo Método dos Elementos Finitos com Comportamento de Interface". Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2001.

KOTSOVOS, M. D.; PAVLOVIC, M. N.. "Structural Concrete: Finite Element Analysis For Limit-State Design". Thomas Telford Publications, 1995.

NIELSEN, M. P.. "Limit Analysis and Concrete Plasticity". Prentice-Hall Series in Civil Engineering, New Jersey, Englewood Clifs, 1984.

- ROTS, J. G.; BLAAUWENDRAAD, J.. "Crack Models for Concrete: Discrete or Smeared? Fixed, Multi-directional or Rotating?". Heron, v.34, n.1, Delft, Netherlands, 1989.
- ROTS, J. G.; NAUTA, P.; KUSTERS, G. M. A; BLAAUWENDRAAD, J.. "Smeared Crack Approach and Fracture Localization in Concrete". Heron, v.30, n.1, Delft, Netherlands, p.1-48, 1985.
- SOUZA, R. A.. "Concreto Estrutural: Análise e Dimensionamento de Elementos com Descontinuidades". Tese (Doutorado), Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.
- SOUZA, R. A.. "Análise de Fraturamento em Estruturas de Concreto Utilizando Programas de Análise Estrutural". Dissertação (Mestrado) Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2001.

TNO Building and Construction Research. "Diana User's Manual – Release 8.1". Delft, Netherlands, 2001.

### 4. ATENA

## 4.1. Visão Geral do Programa

Atena é um programa computacional de elementos finitos voltado para aplicações acadêmicas e profissionais em estruturas de concreto simples, concreto armado ou concreto protendido. O software vem sendo desenvolvido pela Cervenka Consulting, empresa sediada na República Tcheca, e é sem duvida um dos programas mais avançados atualmente para a análise não-linear de estruturas de concreto.

Existem duas versões do programa, uma versão para análises bidimensionais chamada ATENA2D e uma versão mais recente utilizada para análises tridimensionais chamada ATENA3D. Através do site da Cervenka Consulting (<a href="http://www.cervenka.cz">http://www.cervenka.cz</a>) é possível fazer o download da versão demo dos programas, que são limitados a introdução de apenas 100 elementos finitos. A Figura 4.1 apresenta uma aplicação gerada na versão demo do programa ATENA2D.

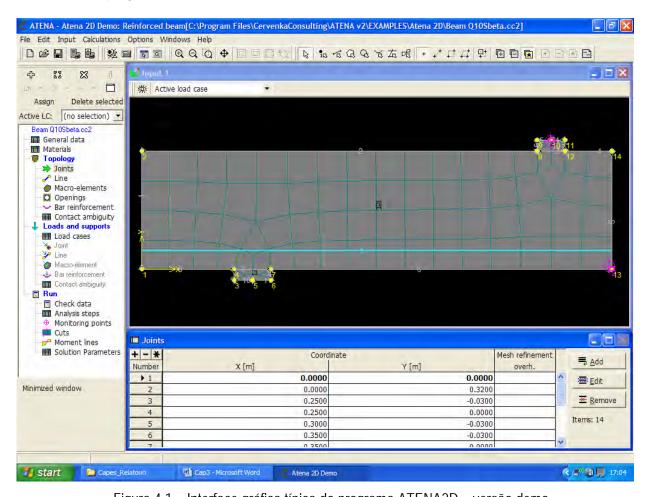


Figura 4.1 – Interface gráfica típica do programa ATENA2D – versão demo

Além de oferecer a versão demo aos usuários, a Cervenka Consulting disponibiliza uma outra alternativa ainda mais interessante. Trata-se do acesso remoto (<a href="http://www.cervenka.cz/vtls">http://www.cervenka.cz/vtls</a>) ao ambiente VTLS ("Virtual Testing Laboratory Syervice"), apresentado em maiores detalhes na Figura 4.2. Após o cadastro no site da empresa, pode-se acessar o ambiente VTLS e efetuar análises não-lineares de maneira gratuita nas versões integrais dos programas.

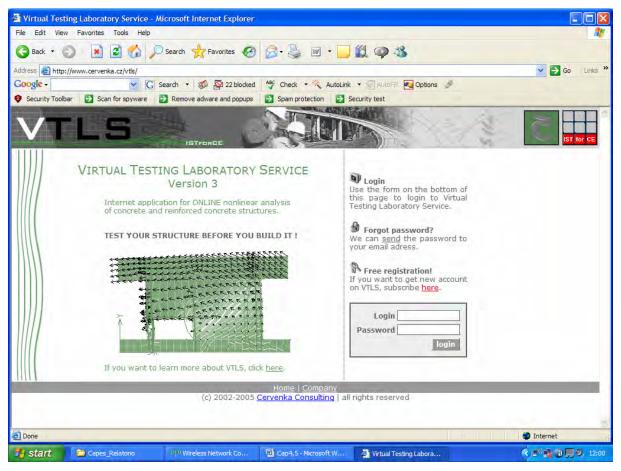


Figura 4.2 – Ambiente VLTS: possibilidade de análise gratuitas usando o programa ATENA

De acordo com CERVENKA et al (2005), existem diversos modelos constitutivos implementados no programa ATENA, porém o modelo denominado Sbeta pode reproduzir com grande fidelidade o comportamento do concreto, devido às seguintes características:

- Comportamento n\u00e3o-linear incluindo "hardening" e "softening";
- Fraturamento do concreto à tracão baseando-se na Mecânica da Fratura Não-Linear;
- Inclusão de um critério de ruína biaxial;
- Redução da resistência à compressão após a fissuração;
- Inclusão do efeito de "tension stiffening";
- Redução da rigidez ao cisalhamento após a fissuração ("variable shear retention");
- Disponibilidade de dois modelos de fissuração distribuída: "Fixed Crack Direction" e "Rotated Crack Direction".

Basicamente o modelo constitutivo Sbeta para concreto envolve a determinação de 20 parâmetros, que podem ser definidos pelo usuário ou de maneira automática através da definição da resistência à compressão de corpos-de-prova cúbicos (f<sub>cu</sub>), conforme ilustra a Figura 4.3. As equações a seguir apresentam algumas relações automáticas que podem ser assumidas pelo programa para a resistência à compressão, resistência à tração, módulo de elasticidade e coeficiente de Poison.

$$\begin{split} f_{c} &= 0,85.f_{cu} & \text{(Equação 4.1)} \\ f_{t} &= 0,24.f_{cu}^{-\frac{2}{3}} & \text{(Equação 4.2)} \\ E_{c} &= (6000-15,5.f_{cu})\sqrt{f_{cu}} & \text{(Equação 4.3)} \\ \nu &= 0,2 & \text{(Equação 4.4)} \end{split}$$

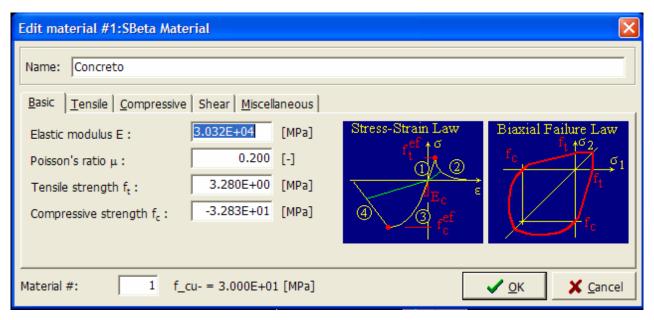


Figura 4.3 – Tela de entrada do programa ATENA para definição das propriedades do concreto

Os parâmetros dos materiais também podem ser definidos levando-se em conta a influência dos coeficientes de segurança, o que é particularmente importante nos casos de projeto. A maioria dos códigos define que a carga última de projeto deve ser comparada com a carga última obtida de análises não-lineares considerando os materiais com resistência característica. Porém, alguns pesquisadores acreditam que uma análise mais realista consiste em considerar propriedades médias dos materiais para a análise não-linear.

Na sequência do presente trabalho, serão apresentadas apenas as principais características do modelo Sbeta, implementado no programa ATENA, tendo em vista que esse é o modelo escolhido para as análises a serem efetuadas no presente trabalho. Para maiores informações sobre os outros modelos implementados no programa ATENA, recomenda-se a leitura de CERVENKA et al. (2005).

### 4.2. Modelo Constitutivo Sbeta para Concreto

A relação tensão-deformação apresentada na Figura 4.4 – (a) é empregada para descrever o comportamento do concreto sob carregamento monotônico, tanto em compressão quanto em tração.

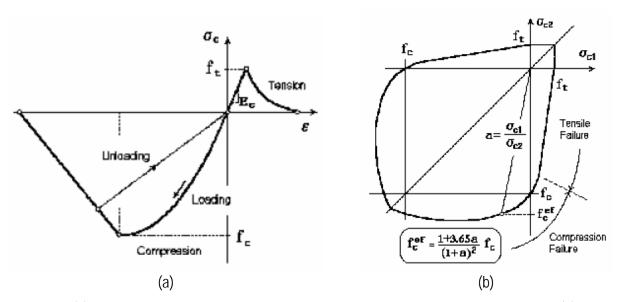


Figura 4.4 – (a) Diagrama tensão-deformação empregado para concreto no programa ATENA e (b) critério de ruína bidimensional para determinação das tensões de pico

No diagrama da Figura 4.4 – (a), o ramo ascendente do diagrama em tração é linear, enquanto o ramo ascendente do diagrama em compressão é a parábola do segundo grau proposta pelo CEB-FIP Model Code 1990 (1993). A tensão limite ("peak stress") do diagrama é determinada através de um diagrama biaxial de ruína, conforme ilustra a Figura 4.4 – (b), obtido através dos ensaios experimentais de KUPFER et al (1969).

O comportamento pós-pico do concreto é determinado recorrendo-se a recursos de Mecânica da Fratura, principalmente aqueles conceitos propostos por BAZANT & OH (1983). Para o caso de pós-pico em tração, o programa disponibiliza o Modelo de Fissura Fictícia ("Fictitious Crack Model"), que se baseia na abertura de fissura em banda ("crack band width") e na energia de fraturamento. O programa ainda disponibiliza um outro modelo que trata a relação tensão-deformação no ponto em análise mas que deve ser utilizado somente em casos específicos, isto é, deve-se dar preferência ao modelo de fissura fictícia.

De acordo com CERVENKA et al (2005) o pacote Sbeta possui cinco tipos de amolecimento à tração/abertura de fissura implementados: amolecimento exponencial ("exponential crack opening law"), amolecimento linear ("linear crack opening law"), amolecimento linear baseado em deformações ("linear softening based on local strain"), SFRC com energia de fraturamento ("steel fiber reinforced concrete based on fracture energia") e SFRC baseado em deformações ("steel fiber reinforcement based on strain"). A Figura 4.5-(a) apresenta o caso de amolecimento linear implementado no programa ATENA.

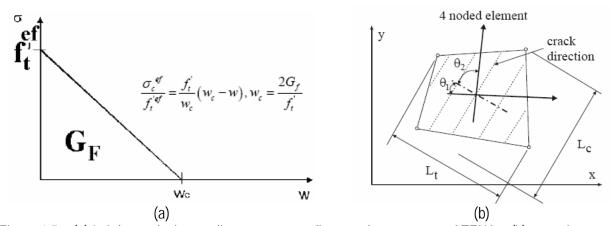


Figura 4.5 – (a) Lei de amolecimento linear na tração disponível no programa ATENA e (b) comprimentos de banda à tração e compressão

Os modelos de amolecimento à tração são baseados em dois parâmetros principais, tratados no programa como propriedades do material: energia de fraturamento ( $G_f$ ) e abertura de fissura ( $w_c$ ) é normalmente calculada através de expressões envolvendo a energia de fraturamento e a resistência à tração, conforme ilustra a Figura 4.5-(a). A energia de fraturamento, apesar de poder ser definida pelo usuário, também pode ser calculada automaticamente pelo próprio programa, conforme a Equação 4.5.

$$G_{E} = 0.000025.f_{t}(MN/m)$$
 (Equação 4.5)

A abertura de fissura (w) é calculada através da introdução do comprimento de banda de fissura ("crack band length"), que tem por objetivo eliminar duas deficiências que podem ocorrer quando da utilização do modelo com o Método dos Elementos Finitos: efeito de escala ("size effect") e dependência de orientação do elemento ("element orientation effect"). O comprimento de banda à tração ( $L_1$ ) é a projeção do elemento utilizado na malha de elementos finitos, conforme ilustra a Figura 4.5-b, e serve para reduzir a dependência relacionada com o tamanho do elemento adotado ("element size effect"). Através desse parâmetro é possível calcular a abertura de fissura dos elementos da malha de elementos finitos, conforme ilustra a Equação 4.6.

$$w = \varepsilon_{cr} \cdot \gamma \mathbf{L}_{t}$$
 (Equação 4.6)

Deve-se notar que  $\epsilon_{cr}$  é a deformação devido à abertura de fissura ("crack opening strain"), isto é, a deformação normal à direção da fissura após a liberação do estado de tensão necessário para abrir totalmente a fissura. Após a ocorrência desse estado de tensão ("complete stress release") a fissura continua se abrindo, porém sem a ocorrência de tensão. Para explicar melhor esse conceito, tomemos como referência a Figura 4.6.

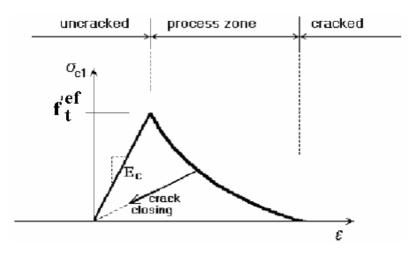


Figura 4.6 – Etapa característica na formação das fissuras

Pela Figura 4.6 pode-se observar que o processo de fissuração do concreto solicitado à tração pode ser dividido em três etapas distintas. A primeira etapa do processo, denominada de estágio não-fissurado ("uncracked stage"), predomina até que a máxima tensão de tração do concreto seja alcançada, iniciando a fissuração. A partir desse momento, tem-se a zona de processo ("process zone"), com o desenvolvimento da fissura acompanhada de um decréscimo das tensões de tração. Finalmente, após uma liberação completa das tensões de tração, a fissura continua se abrindo, porém sem o acompanhamento de tensões de tração (zona fissurada, "cracked zone").

Deve-se observar que, de maneira a se reduzir o efeito de orientação do elemento adotado ("element direction effect") e também possibilitar a utilização de malhas irregulares ("skew meshes"), foi introduzido na Equação 4.6, o parâmetro γ, definido a seguir:

$$\gamma = 1 + (\gamma^{\text{max}} - 1) \frac{\theta}{45}$$
 (Equação 4.7)

Na Equação 4.7,  $\gamma_{max}$  é normalmente tomado como sendo igual a 1,5 enquanto que o ângulo  $\theta$  é o ângulo mínimo obtido entre os ângulos  $\theta_1$  e  $\theta_2$  apresentados na Figura 4.5-(b). Deve-se observar que a Equação 4.7 é basicamente uma interpolação linear entre o fator  $\gamma$  = 1 (para a direção paralela aos lados do elemento) e  $\gamma$  =  $\gamma_{max}$  (para direções inclinadas em 45°).

Para o amolecimento à compressão ("strain softening in compression") o programa utiliza uma reta linearmente descendente, que pode ser obtida de um modelo baseado em dissipação de energia ou em um modelo baseado em deformações. De acordo com CERVENKA et al. (2005), o modelo baseado em dissipação de energia é o "Fictitious Compressive Plane Model", cuja hipótese principal é o fato de que a ruína por compressão está localizada em um plano normal à direção das tensões principais de compressão.

O modelo baseado em dissipação de energia possui as mesma características do Modelo de Fissura Fictícia utilizado no caso de tração, ou seja, as leis de abertura de fissura e a energia de fraturamento são definidas e tratadas como propriedades do material, obtendo-se assim uma resposta pouco dependente da malha adotada. Conforme comentado anteriormente, esse modelo encontra sua fundamentação teórica no trabalho de BAZANT & OH (1983).

No caso de compressão, o ponto final da reta de amolecimento é definido através de um parâmetro conhecido como deslocamento plástico ("plastic displacement,  $w_d$ ), conforme ilustra a Figura 4.7. De acordo com CERVENKA et al (1995), o deslocamento plástico é tomado como sendo 0,5 mm para concreto normal, de maneira que a energia necessária para gerar uma área unitária no plano de ruína é calculada indiretamente. Esse valor proposto para odeslocamento plástico encontra justificativa nos trabalhos experimentais conduzidos por Van MIER (1986).

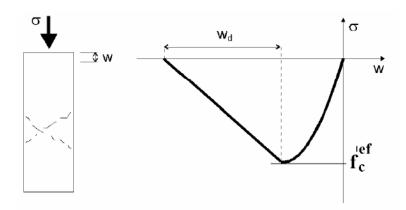


Figura 4.7 – Comportamento pós-pico para concreto em compressão implementado no programa ATENA

Dessa maneira, a deformação limite ( $\epsilon_d$ ) no diagrama tensão-deformação após o amolecimento do concreto à compressão é calculada através da Equação 4.8, que relaciona a deformação de pico do concreto à compressão ( $\epsilon_c$ ), o deslocamento plástico ( $\epsilon_d$ ) e o comprimento de banda à compressão ( $\epsilon_c$ ).

$$\varepsilon_d = \varepsilon_c + \frac{w_d}{\gamma . L_c}$$
 (Equação 4.8)

#### 4.3. Modelos de Fissuração Distribuída

De acordo com CERVENKA et al (2005), dois modelos de fissuração distribuída estão implementados no programa ATENA: Modelo de Fissuração Fixa ("Fixed Crack Model") e Modelo de Fissuração Variável ("Rotated Crack Model"). Nos dois modelos, admite-se que as fissuras são uniformemente distribuídas no material, através da introdução de ortotropia na relação constitutiva do material. Adicionalmente, assume-se que as fissuras são formadas quando a tensão principal em algum ponto ultrapassa o limite de resistência à tração do concreto.

Nos modelos de fissuração distribuída, encontra-se implementada uma rotina para reduzir a resistência à compressão do concreto após a fissuração na direção paralela à direção das fissuras, de maneira semelhante àquela proposta por VECCHIO & COLLINS (1986). Adicionalmente, o efeito de contribuição à tração do concreto entre fissuras ("tension stiffening") pode ser utilizado, sendo que a rigidez é disponibilizada para concreto não-fissurado ou fissuras não totalmente abertas através de um processo de localização de deformações.

No Modelo de Fissuração Fixa ("Fixed Crack Model") a direção da fissura é dada pela direção da tensão principal no momento da iniciação da fissura, sendo que para carregamentos posteriores essa direção é fixa e representa o eixo de ortotropia do material. De acordo com CERVENKA et al. (2005), as direções principais de tensão e de deformação são coincidentes apenas para o caso de concreto não-fissurado, devido a hipótese de isotropia. Após a fissuração a hipótese de ortotropia é assumida, de maneira que o eixo m<sub>1</sub> é normal à direção de fissuração e o eixo m<sub>2</sub> é paralelo à direção das fissuras, conforme ilustra a Figura 4.8.

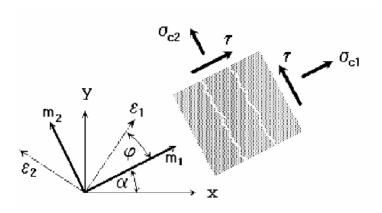


Figura 4.8 – Modelo de Fissuração Fixa ("Fixed Crack Model")

No caso geral, os eixos principais de deformação  $\epsilon_1$  e  $\epsilon_2$  podem rotacionar e não precisam coincidir com os eixos de ortotropia  $m_1$  e  $m_2$ , Dessa maneira, tensões de cisalhamento serão geradas nas faces do elemento, conforme ilustra a Figura 4.8. As tensões  $\sigma_{c1}$  e  $\sigma_{c2}$  denotam as tensões normal e paralela ao plano da fissura e, devido a tensão de cisalhamento, elas não se constituem em tensões principais. Após a fissuração, o modulo de elasticidade transversal é reduzido de acordo com a proposta de KOLMAR (1986).

No Modelo de Fissuração Variável ("Rotated Crack Model"), mesmo após a fissuração, as direções das tensões principais continuam coincidindo com as direções das deformações principais e, dessa maneira, não ocorre cisalhamento no plano da fissura. Se os eixos das deformações principais rotacionarem durante o carregamento, as direções das fissuras também irão rotacionar. Esse modelo é baseado nos trabalhos de VECCHIO & COLLINS (1986) e CRISFIELD & WILLS (1989), sendo que apenas duas tensões normais precisam ser definidas, conforme ilustra a Figura 4.9.

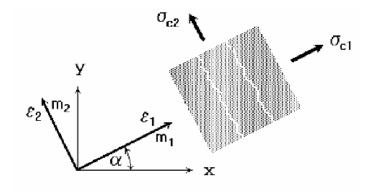


Figura 4.9 – Modelo de Fissuração Variável ("Rotated Crack Model")

De acordo FEENSTRA & BORST (1993), ROTS et al. (1985) e ROTS & BLAAUWENDRAAD (1989) o "Rotated Crack Model" tende a apresentar cargas de ruína inferiores àquelas obtidas utilizando com o "Fixed Crack Model". Além disso, o "Rotated Crack Model" tende a apresentar uma melhor estabilidade.

# 4.4. Modelagem das Armaduras

De acordo com CERVENKA et al (2005), as armaduras no programa ATENA podem ser modeladas de duas diferentes maneiras no programa ATENA: armadura discreta ("discrete reinforcement") e armadura distribuída ("smeared reinforcement"). A armadura distribuída é normalmente tratada como uma malha embutida no elemento adotado para o concreto, enquanto a armadura discreta são elementos simples ou múltiplos. Em ambos os casos, um estado uniaxial de tensão é assumido e a mesma relação tensão-deformação é aplicada para todos os tipos de armadura.

No programa ATENA estão disponíveis as seguintes leis constitutivas para a modelagem das armaduras: Modelo Linear ("Linear Law"), Modelo Elasto-Plástico Perfeito ("Bilinear Law"), Modelo Multilinear ("Multilinear Law") e Modelo cíclico ("Ciclic Reinforcement Model"). Adicionalmente é possível modelar a aderência das armaduras com o concreto através do modelo especificado pelo CEB-FIP Model Code 1990 (1993). A Figura 4.10 apresenta as leis constitutivas do Modelo Elasto-Plástico Perfeito e do Modelo Multilinear.

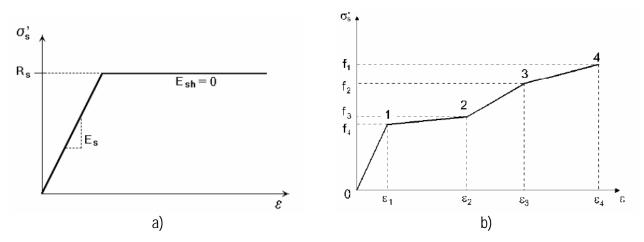


Figura 4.10 – (a) Modelo elasto-plástico perfeito e (b) Modelo multilinear empregados para modelagem das armaduras

# 4.5. Exemplos de Simulações Numéricas Utilizando ATENA 2D e ATENA3D

Na sequência serão apresentados os resultados de simulações numéricas utilizando os programas ATENA 2D e ATENA3D. De maneira a se comparar os programas utilizados no presente trabalho, mais uma vez serão tomados os resultados experimentais apresentados por SOUZA et al (2006), que conforme visto anteriormente, já foram utilizados em simulações utilizando o programa CAST.

### 4.5.5 Simulação do Consolo A Utilizando ATENA2D

Para a simulação do Consolo A ensaiado por SOUZA et al (2006), foi definida a malha de elementos finitos e as condições de vinculação apresentadas na Figura 4.11. De maneira a se obter diversas respostas de desempenho, procurou-se testar diferentes processos de solução, diferentes modelos de fissuração e diferentes parâmetros. Adicionalmente foram definidas as seguintes propriedades para os materiais:

# Concreto:

Resistência à compressão em cubos (f<sub>cu</sub>) = 38,62 MPa (A partir desse valor, as demais variáveis foram definidas automaticamente pelo programa);

Módulo de elasticidade = 33,57 GPa;

Coeficiente de Poisson = 0,2;

Resistência à compressão = 32,83 MPa;

Resistência à tração = 2,74 MPa;

Amolecimento na tração = Exponencial;

Energia de fraturamento = 6,85 E<sup>-5</sup> MN/m;

Modelo de Fissuração = Fixed e Rotated Crack Model;

Deformação de pico na compressão = 1,956E-3;

Redução da resistência à compressão devido às fissuras = 0,8;

Amolecimento na compressão = Crush band;

Deslocamento crítico (w<sub>d</sub>) = 0,5 mm;

Fator de retenção ao cisalhamento = Variável;

Interação tração-compressão = Linear;

Elementos quadrilaterais do tipo CCIsoQuad;

# Aço:

Modelo elástico bilinear:

Módulo de elasticidade = 210 GPa;

Tensão de escoamento = 500 MPa;

Modelo discreto para barras utilizando aderência perfeita.

#### Placas de Apoio:

Módulo de elasticidade = 210 GPa:

Coeficiente de Poisson = 0,3.

Elementos triangulares do tipo CCQ10.

Tipo de Carregamento: Aplicação de deslocamento fixo no topo do consolo (direção negativa de y).

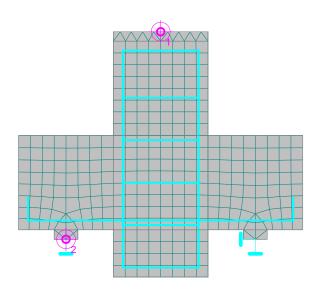


Figura 4.11 – Malha de elementos finitos definida para o Consolo A no programa ATENA 2D

Para a simulação em questão, obteve-se as respostas apresentadas na Tabela 4.1. Esses resultados numéricos apontam para a dificuldade de se obter respostas precisas quando a força cortante é predominante na análise numérica.

Tabela 4.1 – Resultados obtidos para o Consolo A utilizando ATENA2D

Modelos com Controle de Deslocamento	P <sub>fiss</sub> (kN)	P <sub>esc</sub> (kN)	P <sub>ruina</sub> (kN)
Rotated Crack Model, ArcLength/Line Search	54,74	261,80	269,60
Rotated Crack Model, Newton-Raphson/Line Search	54,82	262,20	281,50
Fixed Crack Model, Newton-Raphson/LS, Beta = 0,10	54,82	287,40	328,40
Fixed Crack Model, ArcLength/Line Search, Beta = 0,10	54,74	279,20	296,00
Fixed Crack Model, Newton-Raphson/LS, Beta = 0,99	54,82	318,00	395,90
Fixed Crack Model, ArcLength/LS, Beta = 0,99	54,74	313,40	324,20
Fixed Crack Model, Método de Newton-Raphson, Beta = 0,01	54,82	278,20	279,30
Fixed Crack Model, ArcLength/Line Search, Beta = 0,01	54,74	271,20	276,40
Fixed Crack Model, Newton-Raphson/LS, Beta = Variável	54,82	277,80	281,50
Fixed Crack Model, ArcLength/LS, Beta = Variável	54,74	275,30	278,20
Média dos Valores Numéricos	54,78	282,49	301,10

Pela Tabela 4.1 pode-se observar que a carga média de fissuração é de 54,78 kN, a carga média de escoamento é de 282,49 kN e a carga média de ruína é igual a 301,10 kN. Porém, a melhor resposta, tanto em termos qualitativos (panorama de fissuração) quanto quantitativos, foi obtida utilizando o modelo Rotated Crack com o Método de Newton-Raphson acompanhado do controle Line Search. A Figura 4.12 apresenta os resultados obtidos para a propagação de fissuras utilizando esse método.

As respostas obtidas para o Consolo A utilizando o modelo citado anteriormente ficaram muito próximas dos resultados experimentais, com os seguintes erros: 27 % para a carga de fissuração, 40% para a carga de escoamento e 29% para a carga de ruína. Deve-se observar que no ensaio experimental foram obtidos os seguintes valores para a carga de fissuração, escoamento e ruína, respectivamente: 69,85 kN, 187,50 kN e 217,08 kN.

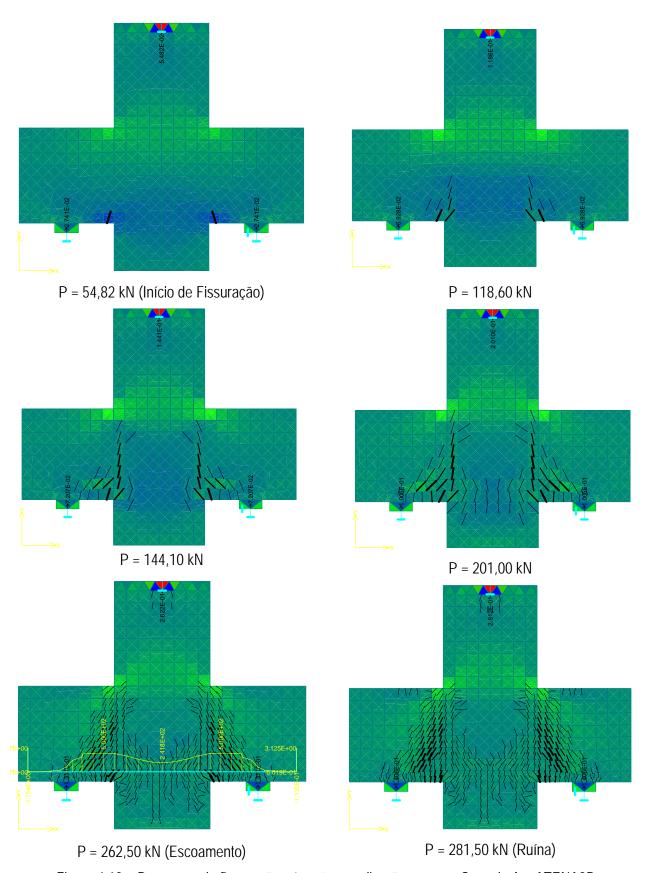


Figura 4.12 – Panorama de fissuração e tensões na direção x para o Consolo A – ATENA2D

### 4.5.6 Simulação do Consolo A Utilizando ATENA3D

Para a simulação do Consolo A utilizando o programa ATENA3D, manteve-se as propriedades dos materiais utilizadas nas simulações bidimensionais e definiu-se a malha de elementos finitos e as condições de contorno apresentadas na Figura 4.13. Para esta simulação, efetuada com a aplicação de deslocamentos fixos, utilizou-se o modelo 3D Nonlinear Cementitious com elementos do tipo brick e aplicou-se o Método de Newton-Raphson acompanhado de Line Search para a resolução das equações não-lineares. O modelo para concreto foi definido com as seguintes características:

### Concreto:

Resistência à compressão em cubos (f<sub>cu</sub>) = 38,62 MPa (A partir desse valor, todas as variáveis subsequentes foram definidas automaticamente pelo programa);

Módulo de elasticidade = 33,57 GPa;

Coeficiente de Poisson = 0,2;

Resistência à compressão = 32,83 MPa;

Resistência à tração = 2,74 MPa;

Energia de fraturamento = 6,85 E<sup>-5</sup> MN/m;

Deformação de pico na compressão( $\varepsilon_{cp}$ ) = 9,78E-4;

Deslocamento critico ( $w_d$ ) = 0,5 mm;

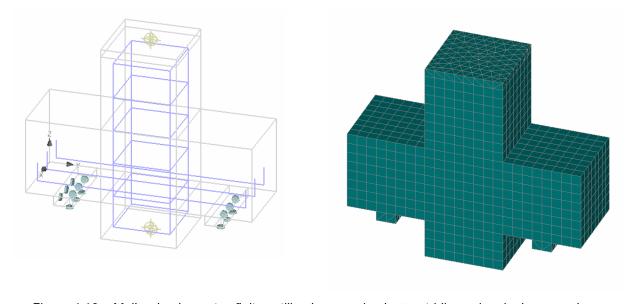


Figura 4.13 – Malha de elementos finitos utilizadas nas simulações tridimensionais dos consolos

O carregamento introduzido consistiu de deslocamentos fixos aplicados no topo dos consolos e as condições de contorno foram definidas de maneira a se obter o comportamento experimental. Para a carga de 68,40 kN observou-se o inicio da fissuração do Consolo A, enquanto que para a carga de 267,10 kN observou-se o escoamento do tirante. A Figura 4.14 apresenta o desenvolvimento das fissuras no Consolo A, sendo que para a carga de 278 kN observou-se a ruína da estrutura, ocasionada pelo esgotamento das escoras obliquas.

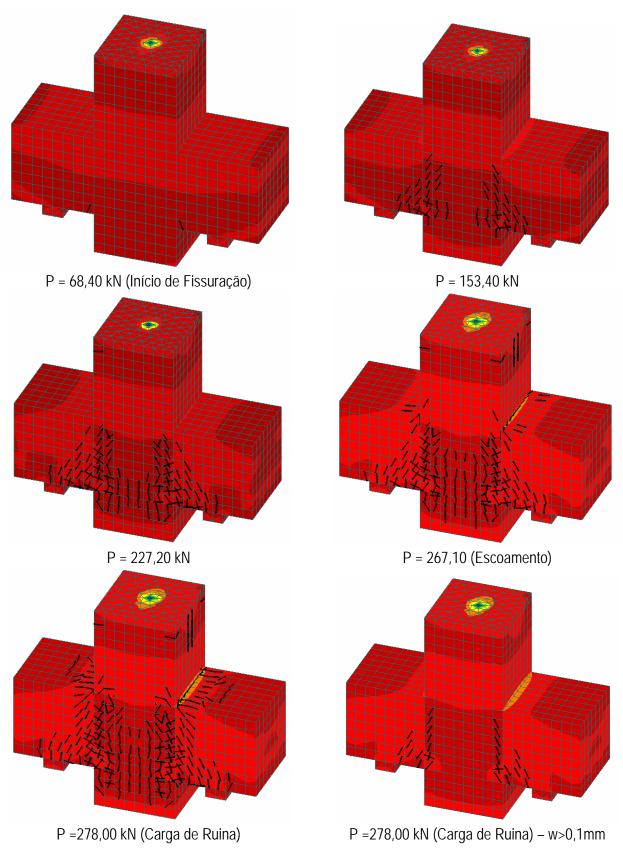


Figura 4.14 – Panorama de fissuração e tensões na direção y para simulação tridimensional do Consolo A

### 4.5.7 Simulação do Consolo B Utilizando ATENA2D

Para a simulação do Consolo B utilizou-se as mesmas características utilizadas para o Consolo A, com a exceção de que foi inserida a armadura de fibra de carbono no modelo (material elástico com E=240 GPa). A Tabela 4.2 apresenta os resultados numéricos obtidos para o problema, sendo que mais uma vez os resultados houve grande variação entre as respostas, o que aponta para a necessidade de inclusão de uma componente probabilística às simulações envolvendo análise não-linear.

Pfiss Pesc Pruina Modelos com Controle de Deslocamento (kN) (kN) (kN) Rotated Crack Model, ArcLength/Line Search 67,07 189,40 309,70 Rotated Crack Model, Newton-Raphson/Line Search 310,80 68,72 187,60 Fixed Crack Model, Newton-Raphson/LS, Beta = 0,10 68,72 202,90 430,20 Fixed Crack Model, ArcLength/Line Search, Beta = 0,10 67,05 201,30 352,80 Fixed Crack Model, Newton-Raphson/LS, Beta = 0,99 68,71 247,70 487,60 Fixed Crack Model, ArcLength/LS, Beta = 0,99 67,05 240,20 341,50 Fixed Crack Model, Método de Newton-Raphson, Beta = 0,01 68.71 203,00 305,80 Fixed Crack Model, ArcLength/Line Search, Beta = 0,01 67,05 194.00 307.40 Fixed Crack Model, Newton-Raphson/LS, Beta = Variável 68,71 200.00 299,50

Tabela 4.2 – Resultados obtidos para o Consolo B utilizando ATENA2D

Pela Tabela 4.2 pode-se observar que a carga média de fissuração é de 67,88 kN, a carga média de escoamento é de 206,67 kN e a carga média de ruína é igual a 344,59 kN. Mais uma vez, a melhor resposta, tanto em termos qualitativos (panorama de fissuração) quanto quantitativos, foi obtida utilizando o modelo Rotated Crack com o Método de Newton-Raphson acompanhado do controle Line Search.

Fixed Crack Model, ArcLength/LS, Beta = Variável

Média dos Valores Numéricos

200,60

206,67

300,60

344,59

67,05

67,88

As respostas obtidas para o Consolo B utilizando o modelo citado anteriormente tiveram os seguintes erros em comparação aos resultados experimentais: 39% para a carga de fissuração, 50% para a carga de escoamento e 20% para a carga de ruína. Deve-se observar que no ensaio experimental foram obtidos os seguintes valores para a carga de fissuração, escoamento e ruína, respectivamente: 95,58 kN, 125,00 kN e 257,97 kN. A Figura 4.15 apresenta a propagação de fissuras obtida numericamente para o Consolo B.

Observa-se que a ruína obtida numericamente deu-se através da formação de um panorama de fissuração diagonal, seguido do escoamento das armaduras do tirante e do esgotamento das escoras diagonais pela formação de elevadas tensões transversais de tração, sendo que no momento da ruptura registrou-se uma tensão de 205,30 MPa para as barras de FRP.

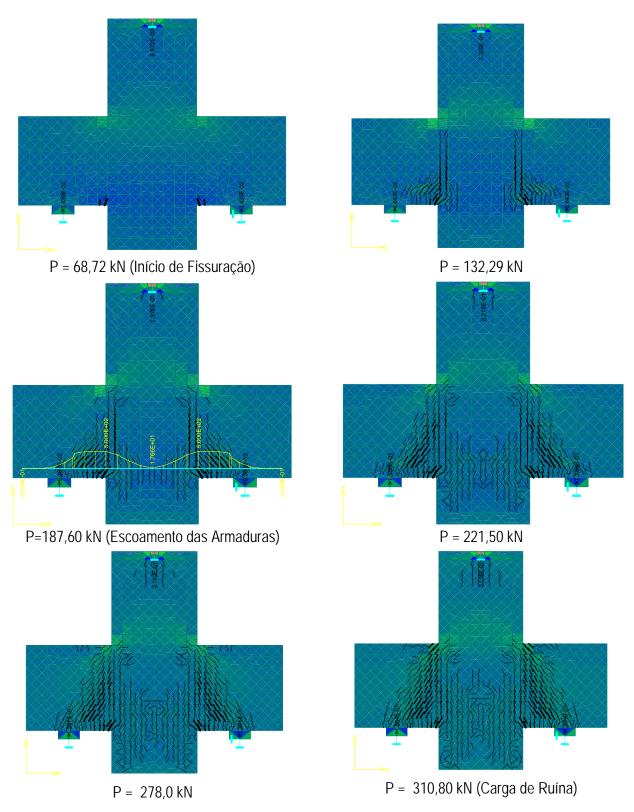


Figura 4.15 – Panorama de fissuração e tensões na direção x para o Consolo B

# 4.5.8 Simulação do Consolo B Utilizando ATENA3D

Para a simulação do Consolo B utilizou-se as mesmas características do Consolo A (caso tridimensional), com a diferença de que foi introduzido ao modelo o reforço com as fibras de carbono e reduziu-se a taxa de armadura convencional. A Figura 4.16 apresenta o desenvolvimento das fissuras na estrutura, desde o início do carregamento até a ruína.

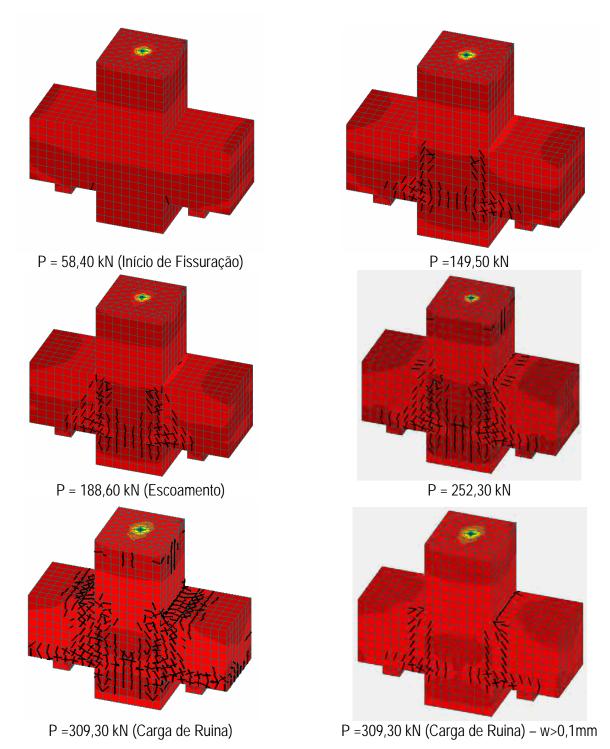


Figura 4.16 – Panorama de fissuração e tensões na direção y para simulação tridimensional do Consolo B

Pela Figura 4.16 observa-se que a fissuração iniciou-se para a carga de 58,40 kN, enquanto que a ruptura se deu para a carga de 309,30 kN. Deve-se observar que o escoamento das armaduras convencionais do tirante deu-se para uma carga 188,60 kN e, nesse momento, a máxima tensão verificada nas fibras de carbono foi de 214,20 kN.

Na ruptura do Consolo B, as fibras de carbono apresentam uma tensão na ordem de 2153 MPa, conforme ilustra a Figura 4.17. Uma vez que esse valor é significativamente menor do que a resistência última de 3900 MPa, acredita-se que a ruptura do Consolo B se deu provavelmente por corte na interface pilar-consolo ou devido ao esgotamento das escoras diagonais.

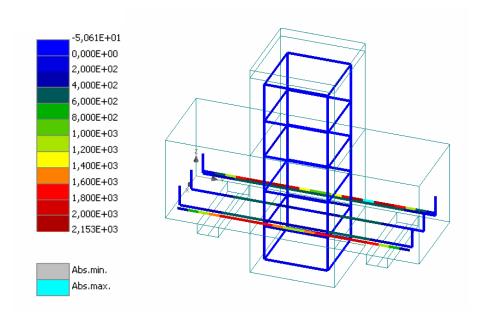


Figura 4.17 – Tensões atuantes nas armaduras do Consolo B no momento da ruptura

Deve-se relatar que na ruína experimental verificou-se o destacamento da interface pilar-consolo acompanhado do corte das fibras de carbono e das armaduras de aço nessa região. Adicionalmente verificou-se um grande destacamento do concreto na região do apoio, indicando um possivel escorregamento da armadura (falta de aderência na ancoragem).

# 4.5.9 Conclusões Sobre as Investigações Efetuadas

A Tabela 4.3 apresenta uma comparação entre os resultados experimentais e numéricos obtidos com a utilização dos programas CAST, ATENA2D e ATENA3D. Numericamente observam-se diferenças em torno de 30%, porém qualitativamente os resultados estão muito próximos do comportamento observado experimentalmente.

A Figura 4.18 apresenta os diagramas carga versus deslocamento dos Consolos A e B, simulados numericamente utilizando modelos bidimensionais (ATENA 2D) e modelos tridimensionais (ATENA3D). Podese avaliar nessas figuras que o comportamento nos quatro modelos é praticamente linear e coincidente para os quatro casos até a carga de aproximadamente 100 kN.

Tabela 4.3 – Comparação entre resultados experimentais e numéricos

		Carga de Fissuração (kN)							
	Experimental	CAST	ATENA 2D	ATENA3D	(1)/(2)	(1)/(3)	(1/4)		
	(1)	(2)	(3)	(4)	(1)/(2)	(1)/(3)	(1/4)		
Consolo A	69,85	75,12	54,82	68,40	0,93	1,27	1,02		
Consolo B	95,58	75,12	68,72	58,40	1,27	1,39	1,64		
	Carga de Escoamento (kN)								
	Experimental	CAST	ATENA 2D	ATENA3D	(1)/(2)	(1)/(2)	(1/4)		
	(1)	(2)	(3)	(4)	(1)/(2)	(1)/(3)	(1/4)		
Consolo A	187,50	180,00	262,20	267,10	1,04	0,72	0,70		
Consolo B	125,00	136,00	187,60	188,60	0,92	0,67	0,66		
			Carg	a de Ruína (k	N)				
	Experimental	CAST	ATENA 2D	ATENA3D	(1)/(2)	(1)/(3)	(1/4)		
	(1)	(2)	(3)	(4)	(1)/(2)	(1)/(3)	(1/4)		
Consolo A	217,08	216,00	281,50	278,00	1,01	0,77	0,78		
Consolo B	257,97	241,20	310,80	309,30	1,07	0,83	0,83		

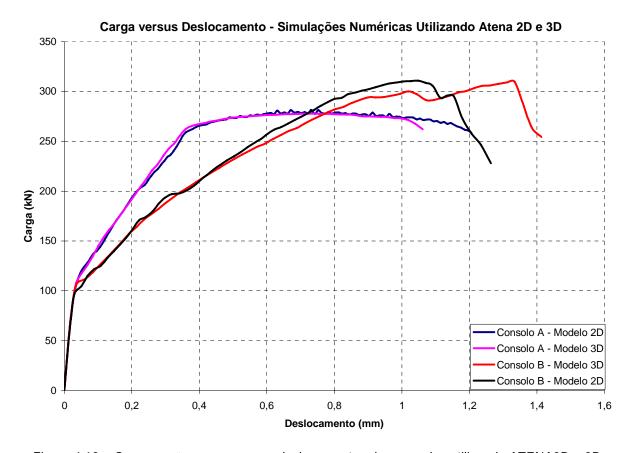


Figura 4.18 – Comparações carga versus deslocamentos dos consolos utilizando ATENA2D e 3D

Deve-se observar que nos ensaios experimentais observou-se uma certa diferença entre o panorama de fissuração dos consolos, sendo que essa diferença também foi capturada pela análise não-linear, conforme ilustra a Figura 4.19. No Consolo A as fissuras tendem a ter uma direção mais obliqua acompanhando a direção das escoras. No Consolo B, observa-se que além dessa fissuração, surgem fissuras intensas na interface entre os consolos e o pilar, mais espeicificamente internamente aos pilares.

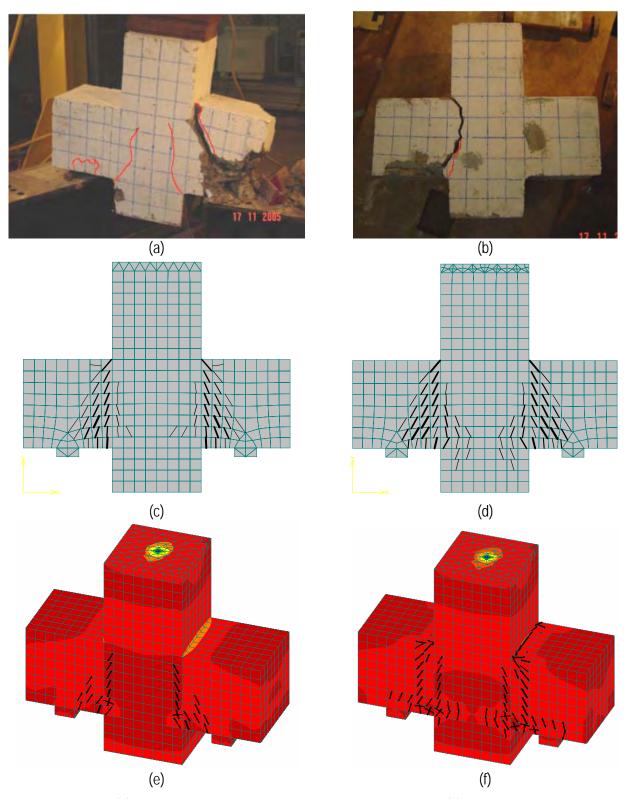


Figura 4.19 – (a) Panorama de fissuração experimental do Consolo A, (b) Panorama de fissuração experimental do Consolo B, (c) Panorama de fissuração numérico do Consolo A (Atena2D), (d) Panorama de fissuração numérico do Consolo B (Atena2D), (e) Panorama de fissuração numérico do Consolo A (Atena3D), Panorama de fissuração numérico do Consolo B (Atena2D).

Através da análise dos resultados numéricos e experimentais dos consolos investigados anteriormente, pôde-se fazer observações muito relevantes em relação à aplicação da análise não-linear. Adicionalmente, observações sobre o comportamento de consolos ou blocos sobre duas estacas puderam ser estabelecidas. Como resultado geral dessas investigações destaca-se:

- A previsão numérica de ruína dos consolos (ou blocos sobre duas estacas) se deu devido à
  ocorrência de tensões transversais ("splitting") nas escoras diagonais, sendo que as cargas de ruína
  obtidas e os panoramas de fissuração estão muito próximos dos resultados experimentais. No
  entanto, nos ensaios experimentais parece ter ocorrido escorregamento da armadura junto aos
  apoios, fato esse que não pode ser previsto com o emprego de um modelo numérico com aderência
  perfeita;
- Apesar das cargas de fissuração e de escoamento numérico estarem longe dos resultados experimentais em termos quantitativos, observa-se que em termos qualitativos a propagação de fissuras numéricas se assemelha fortemente com aquelas observadas no caso experimentall;
- As diferenças entre os valores numéricos e experimentais podem ser explicadas devido ao fato de que o ensaio experimental não é perfeito, conforme se admite em uma análise numérica. Excentricidades não previstas podem ocorrer no ensaio experimental, introduzindo esforços adicionais de torção na estrutura ensaiada. Esse esforços dão origem à tensões trransversais de tração que podem levar a uma ruína inferior àquela prevista com a utilização do Método dos Elementos Finitos:
- Em análises numéricas, observa-se a tendência de se obter uma fissuração simétrica, o que é
  normalmente difícil em ensaios experimentais devido a presença de excentricidades e devido a
  heterogeneidade do concreto. Fissurações não-simétricas dão origem a tensões transversais que
  enfraquecem o caminho pelo qual as forças de compressão são transmitidas aos apoios. Dessa
  maneira, não é de se estranhar que o Método dos Elementos Finitos forneça respostas mais rígidas
  que o caso experiemntal;
- A presença de estribos é normalmente suficiente para controlar tensões transversais introduzidas por excentricidades não previstas. Os estribos, além de controlarem as fissuras e possibilitarem uma fissuração simétrica, conduzem a uma carga de ruína dúctil e mais elevada, aproximando-se mais da previsão obtida com o Método dos Elementos Finitos. Deve-se observar que os consolos ensaiados não possuiam estribos e, dessa maneira, obteve-se ruínas prematuras e frágeis;
- A aplicação do Método dos Elementos Finitos requer muita experiência por parte do usuário, sendo que esse último deve analisar com prudência os resultados obtidos. A aplicação do método a problemas de flexão é sem dúvida muito mais simples do que quando comparada a problemas em que a força cortante é predominante;
- A aplicação de carregamentos na forma de deslocamentos fixos parece ser o melhor caminho para a
  utilização do Método dos Elementos Finitos, uma vez que pode-se obter o comportamento pós-pico
  da estrutura e evitar a confusão entre o colapso numérico e o colapso estrutural, que são conceitos
  completamente distintos. É importante que o usuário menos experiente sempre recorra ao diagrama
  carga versus deslocamento, de maneira a identificar a ruína da estrutura. A identificação do tipo de
  ruína também não é tarefa fácil e requer muita atenção;
- A coincidência entre resultados numéricos e experimentais é muito dificil, uma vez que muitos parâmetros são necessários e raramente registrados em ensaios experimentais. Por esse motivo, acredita-se que as análises numéricas devem incluir uma componente probabilistica simples, como por exemplo, definição de intervalos de comportamento. Apesar das diferenças obtidas, acredita-se que o Método dos Elementos Finitos é perfeitamente confiável e suficiente para fins de engenharia, desde que aplicado por usuário com devida experiência.
- Adicionalmente, deve-se observar que resultados experimentais são indícios de comportamentos estruturais e não representam necessariamente uma verdade absoluta. Tendo em vista fatores como excentricidades não previstas, condições de vinculação e heterogeneidade dos materiais a análise experimental deve ser cuidadosamente executada e comparada com resultados numéricos.

# 4.6. Referências Bibliográficas

BAZANT, Z.P, OH, B.H. "Crack Band Theory for Fracture of Concrete". Materials and Structures, RILEM, vol. 16, pp.155-177, 1983.

CERVENKA, V.; CERVENKA, J.. "ATENA Program Documentation – Part 2-1: User's Manual for ATENA2D", Prague, República Theca, 2003.

CERVENKA, V.; CERVENKA, J.. "ATENA Program Documentation – Part 2-2: User's Manual for ATENA3D", Prague, República Theca, 2005.

KABELE, P.; CERVENKA, V.; CERVENKA, J.. "ATENA Program Documentation – Part 3: Ezample Manual", Prague, República Theca, 2005.

CERVENKA, V; JENDELE, L.; CERVENKA, J.. "ATENA Program Documentation – Part 1: Theory", Prague, República Theca, 2005.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. "CEB-FIP Model Code 1990". Thomas Telford Services, Ltd., London, 1993.

CRISFIELD, M.A., WILLS, J.. "The Analysis of Reinforced Concrete Panels Using Different Concrete Models". Journal of Engineering Mechanics, ASCE, v.115, n.3, March, pp.578-597,1989.

FEENSTRA, P. H.; BORST, R.. "Aspects of Robust Computational Modeling for Plain and Reinforced Concrete". Heron, v.38, n.04, Delft, Netherlands, p.3-76,1993.

KOLMAR, W.. "Beschreibung der Kraftuebertragung über Risse in nichtlinearen Finite-Element-Berechnungen von Stahlbetontragwerken". Dissertação de Mestrado, T.H. Darmstadt, p. 94., 1986.

KUPFER, H., HILSDORF, H.K., RÜSCH, H.. "Behavior of Concrete under Biaxial Stress". Proceedings of the ACI Journal, v.66, n.8, Aug., pp.656-666, 1969.

ROTS, J. G.; BLAAUWENDRAAD, J.. "Crack Models for Concrete: Discrete or Smeared? Fixed, Multi-directional or Rotating?". Heron, v.34, n.1, Delft, Netherlands, p.1-60, 1989.

ROTS, J. G.; NAUTA, P.; KUSTERS, G. M. A; BLAAUWENDRAAD, J.. "Smeared Crack Approach and Fracture Localization in Concrete". Heron, v.30, n.1, Delft, Netherlands, p.1-48, 1985.

VAN MIER J.G.M.. "Multi-axial Strain-softening of Concrete, Part I: Fracture". Materials and Structures, RILEM, v.19, n.111, 1986.

VECCHIO, F.J., COLLINS, M.P.. "Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Beams Subjected to Shear". ACI Journal, v.83, n.2, Mar-Apr., pp 219-231, 1986.

# 5. Blocos de Fundação

Bloco de fundação é um elemento estrutural cuja função principal é a transferência da carga de um pilar para um grupo de estacas. A despeito da visível importância desse elemento para a estabilidade global das estruturas, observa-se que mesmo hoje em dia os processos disponíveis para o dimensionamento são ainda questionáveis e necessitam refinamento.

Até o presente momento não existem soluções precisas sobre o efetivo comportamento blocos de fundação e, dessa maneira, não é de se estranhar que os projetistas ainda recorram a regras de ordem empírica para o dimensionamento/detalhamento desses elementos. Adicionalmente, os modelos existentes são muito limitados, uma vez que procuram descrever apneas o caso simples de um pilar quadrado submetido à força normal centrada.

Apesar da falta de critérios racionais e consistentes para o dimensionamento dos blocos de fundação, observa-se que nunca foi relatado na literatura um caso de ruína desses elementos, o que introduz uma certa comodidade na comunidade científica em busca de modelos mais precisos. Dessa maneira, é de se esperar que a principal consequência dessa imprecisão seja um consumo desnecessário de materiais, o que pode estar tornando as estruturas de concreto relativamente mais caras do que elas efetivamente poderiam ser.

A falta de aprimoramento das teorias existentes para o dimensionamento dos blocos de fundação talvez encontre mais uma justificativa na onerosidade da realização de ensaios experimentais, uma vez que exigem um grande volume de materiais e a utilização de equipamentos sofisticados. Outra dificuldade para o refinamento das teorias existentes, está no fato de que os blocos de fundação existentes nas construções normalmente não podem ser utilizados para análises, uma vez que a inspeção visual desses elementos não é sempre possível.

Basicamente, dois caminhos têm sido utilizados com freqüência para o dimensionamento dos blocos de fundação: o Método das Bielas ("Strut-and-Tie Model") e o Modelo de Bernoulli-Euler (Modelo de Viga, "Bending Theory" ou "Sectional Approach"). A prática tem demonstrado ao longo dos anos que ambos os métodos são seguros para o caso de dimensionamento dos blocos, apesar da falta de precisão de ambos os métodos para previsão de ruínas por cisalhamento registradas em ensaios experimentais.

O dimensionamento de blocos rígidos utilizando o Método das Bielas consiste em idealizar uma treliça tridimensional formadas por escoras de concreto e tirantes de aço no interior do bloco de fundação, conforme ilustra a Figura 5.1. Nessa treliça, costuma-se dimensionar os elementos de maneira que as armaduras escoem antes da ruptura das escoras, de maneira a se obter uma ruptura dúctil, caracterizada por um estado intenso de fissuração antes da ruína completa do elemento estrutural.

Deve-se chamar a atenção de que a adoção do Modelo de Bernoulli-Euler ou de um Modelo de Escoras e Tirantes depende fundamentalmente das dimensões do bloco de fundação em análise mas, infelizmente, parece não existir esse alerta na literatura. Normalmente, o Modelo de Bernoulli-Euler pode ser aplicado com segurança aos blocos denominados "flexíveis", enquanto que o Método das Bielas é aplicado aos blocos denominados "rígidos".

Quando o bloco é rígido, o elemento é considerado como sendo uma região de descontinuidade generalizada ("Região D"), com deformações não-lineares ao longo de sua altura. Neste caso, o comportamento observado para os blocos é bastante complexo e uma análise utilizando o método das seções, baseada em deformações lineares, seria totalmente inconsistente.

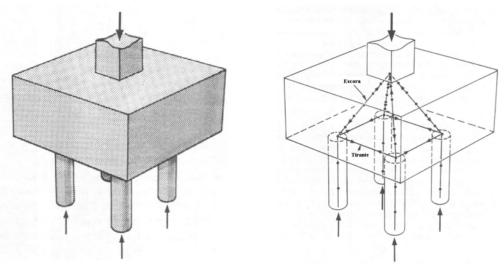


Figura 5.1 – Exemplo de modelo de escoras e tirantes utilizado para o dimensionamento de um bloco rígido de fundação sobre quatro estacas (Adaptado de ADEBAR et al. (1990))

No caso dos blocos rígidos, observa-se que o elemento se comporta como uma espécie de arco atirantado, com a força cortante sendo resistida através de escoras inclinadas ("strut action"). Nesse caso, a força de tração na armadura longitudinal permanece constante e o braço de alavanca interno varia ao longo do comprimento do elemento. Em um elemento estrutural que resiste a força cortante pelo mecanismo de viga, a força de tração na armadura longitudinal varia ao longo do comprimento elemento, de maneira a balancear o momento fletor aplicado e, dessa maneira, o braço de alavanca interno permanece relativamente constante.

O Método das Bielas se tornou uma ferramenta alternativa ao Modelo de Viga apenas nas últimas décadas, após a inclusão de recomendações em códigos normativos como o ACI-318 (2002), CSA (1994) e CEB-FIP Model Code 1990 (1993). Apesar dessa inclusão, os projetistas ainda apresentam uma certa timidez em relação a utilização desse novo método, sendo que maiores detalhes precisam ser incluídos nos códigos, de maneira a estimular a utilização do Método das Bielas.

Em geral, tem-se demonstrado que o Modelo de Bernoulli-Euler, um modelo simplificado para blocos rígidos porém bem dominado e difundido entre os calculistas de estruturas, leva a uma quantidade de armadura longitudinal cerca de 20% maior do que aquela obtida utilizando o Método das Bielas (CLARKE, 1973). Além disso, como o Modelo de Viga depende de verificações seccionais para a força cortante, não é de se duvidar que alturas desnecessárias possam estar sendo utilizadas para os blocos rígidos.

# 5.1. Pesquisas Conduzidas no Exterior

De acordo com MAUTONI (1972), Magnel (1944) já havia imaginado o bloco de fundação como sendo uma treliça tridimensional e as equações apresentadas por esse pesquisador se assemelham muito com aquelas que seriam apresentadas posteriormente no trabalho clássico de BLÉVOT & FRÉMY (1967).

Ainda no trabalho de MAUTONI (1972), pode-se obter informações sobre as pesquisas realizadas por Ricaldoni (1946), que a partir de estudos fotoelásticos em um bloco de fundação sobre duas estacas, concluiu que "a tensão de tração se mantém praticamente constante ao longo da fibra inferior até as proximidades da estaca, o que sugere que a força na armadura de tração é praticamente constante".

YAN (1954) propôs o Método das Bielas, apesar de não usar essa denominação, para a determinação das armaduras em blocos de fundação sobre duas, três e quatro estacas. Através da aplicação de calculo diferencial e integral o pesquisador apresentou algumas equações simples para o dimensionamento das armaduras, porém não apresentou mais nenhum critério adicional de resistência.

MAUTONI (1972) relata que pesquisadores como Franz & Niedenhoff (1963) e Mehmel & Becker (1965), costumavam imaginar o dimensionamento de um bloco sobre duas estacas tal como um consolo. De fato, na época os consolos já eram dimensionados conforme o modelo de treliça e observando cuidadosamente a Figura 5.2, observa-se que o bloco sobre duas estacas quando analisado de baixo para cima é de fato um consolo duplo.

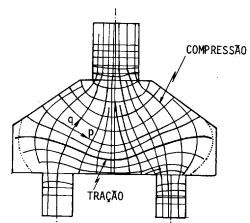


Figura 5.2 – Isotensões para um bloco ensaiado por Ricaldoni (1946) (Fonte: Mautoni (1972))

Ainda de acordo com MAUTONI (1972), nas décadas de 50 e 60 costumava-se dimensionar os blocos sobre duas estacas como vigas curtas e através de uma série de fórmulas empíricas originadas nos Estados Unidos, Alemanha e Holanda. Apesar das tentativas empíricas, observa-se que alguns pesquisadores empregaram grande formalismo matemático para explicar o funcionamento dos blocos de fundação, conforme atesta o trabalho de HOBBS & STEIN (1957).

HOBBS & STEIN (1957) ensaiaram 70 blocos rígidos sobre duas estacas sujeitos a diferentes condições de ancoragem para as armaduras. Os blocos foram construídos em escala reduzida (1:4) e a partir dos ensaios experimentais os pesquisadores puderam desenvolver uma função extremamente complexa para calcular as tensões atuantes em blocos retangulares carregados de qualquer maneira em duas faces opostas.

Esse trabalho demonstrou que a força na armadura de tração é menor do que aquela obtida utilizando a Teoria de Viga ("sectional approach") e que quanto menor a relação vão/altura do bloco maior será a não-linearidade das tensões ao longo da altura do elemento estrutural. Além disso, os pesquisadores concluiram que a utilização de ancoragem com barras curvas conduz a melhores resultados quando comparada com ancoragem reta, necessitando apenas cerca de apenas 60% de armadura utilizada para a ancoragem reta.

O trabalho de HOBBS & STEIN (1957) tem aplicação limitada, uma vez que as equações só se aplicam para concreto não-fissurado. Além disso, a generalização da formulação para blocos com mais estacas não é uma tarefa trivial, apesar dos pesquisadores indicarem que os outros casos são uma combinação de arranjos de blocos sobre duas estacas. Todos os blocos ruiram por cisalhamento, quando uma fissura diagonal se formou entre o pilar e uma das estacas.

Sem dúvida, o dimensionamento dos blocos de fundação sobre estacas utilizando o Método das Bielas, experimentou maior difusão quando da publicação do trabalho clássico de BLÉVOT & FRÉMY (1967). Utilizando escala reduzida, estes pesquisadores inumeros blocos com o objetivo de validar o Método das Bielas como ferramenta de dimensionamento. Devido a importância desse trabalho, sera apresentado adiante um capitulo específico abordando o trabalho de BLÉVOT & FRÉMY (1967).

CLARKE (1973) conduziu ensaios experimentais em 15 blocos de fundação sobre quatro estacas também preocupado com as diferentes condições de ancoragens e arranjo das armaduras: armadura concentrada, armadura distribuída e armadura diagonal. A intenção do pesquisador era responder se os métodos de dimensionamento disponíveis na época eram seguros e podiam estimar com precisão as ruínas por flexão e força cortante. A conclusão foi de que todos os métodos utilizados eram seguros, porém, o modelo proposto por BLÉVOT & FRÉMY (1967) conduzia a menor quantidade de armaduras e a melhor precisão de previsão de comportamento para a ruína dos blocos sob flexão (escoamento das armaduras).

Como todos os blocos ensaiados por CLARKE (1973) foram dimensionados de maneira a se obter o escoamento das armaduras (ruína por flexão) antes da ruína das escoras (ruina por cisalhamento), pôde-se concluir que formulações baseadas em critérios seccionais simples para a ruína por cisalhamento eram inseguros e precisavam ser reformulados, uma vez que a maioria dos blocos ruiu por cisalhamento. Observou-se que os critérios utilizados na época pelo código europeu CEB (1970) e pelo código ingles CP110 (1972) superestimavam a resistência do bloco de acordo com sua altura.

CLARKE (1973) propôs dois modelos para a verificação ao cisalhamento dos blocos, sendo que esses modelos são utilizados atualmente nos códigos ingleses BS 8110 (1997) e BS 5400 (1990). Finalmente, o pesquisador obteve resultados semelhantes aos de BLÉVOT & FRÉMY (1967), sendo que a disposição de armaduras concentradas produziu ruínas cerca de 25% maiores do que aquelas obtidas com armadura em malha. Na maioria dos casos verificou-se a formação de fissuras verticais nas faces laterais inferiores do bloco que se extenderam até as proximidades do pilar. Antes da ruína, observou-se uma repartição dos blocos em quatro partes abaixo do pilar.

SHARMA (1979) apresentou um método simplificado para o dimensionamento de blocos de fundação que apoiam pilares submetidos a força normal, momento fletor (em apenas um dos eixos) e força horizontal. O método pode ser utilizado para bloco sobre um número qualquer de estacas e foi aplicado em um caso real de dimensionamento, mais especificamente em uma edificação de oito pavimentos na Índia (Central Building Research Institute) em 1975. A justificativa do pesquisador para utilização de seu modelo está na simplicidade de sua aplicação e no bom desempenho do edificio projetado. Com exceção da Equação 5.1, utilizada para calcular a altura do bloco para que o mesmo resista ao cisalhamento, não há grandes vantagens na utilização do método proposto pelo pesquisador.

$$d = \sqrt{\frac{N.e}{4.B.\tau}}$$
 (Equação 5.1)

Onde:

d = Altura útil do bloco de fundação;

N = Força normal aplicada pelo pilar;

B = Largura do bloco de fundação;

e = Distância entre eixos de estacas;

 $\tau$  = Tensão de cisalhamento permita para o concreto.

GOGATE & SABNIS (1980) propuseram um procedimento para a verificação ao cisalhamento de blocos rígidos, baseando-se na superfície de ruptura de um corpo-de-prova cilindrico, e recomendaram que as equações disponíveis no ACI-318 (1977) e no CRSI (1978) deveriam ser revisadas. Através de dados experimentais de vigas-parede os pesquisadores demostraram que as equações disponíveis em ambos os códigos não capturavam com precisão a ruina de elementos especiais ("deep members") ao cisalhamento, tanto em uma quanto em duas direções.

SABNIS & GOGATE (1984), baseando-se nas recomendações do ACI-318 (1977) e do CRSI (1978), dimensionaram e efetuaram ensaios experimentais em escala reduzida (1:5) de 9 blocos rígidos sobre 4 estacas, objetivando estudar como a quantidade de armadura longitudinal influenciava na capacidade ao cisalhamento. Nesses modelos, armados com disposição uniforme para as armaduras (malha), procurou-se variar a taxa de armadura entre 0,21% e 1,33%, sendo que em um dos modelos não foi disponibilizada armadura. A conclusão dos pesquisadores foi de que uma taxa de armadura longitudinal superior a 0,2% tem pouca ou nenhuma influência na carga de ruptura dos blocos.

ADEBAR et al. (1990) conduziram investigações experimentais em blocos sobre quatro estacas com geometrias pouco usuais na prática e concluíram que o Método das Bielas pode capturar com grande precisão os modos e as cargas de ruína de blocos de fundação. Além disso, os pesquisadores concluíram que as escoras em blocos rígidos não chegam à ruína devido ao esmagamento do concreto e sim através do surgimento de fissuras longitudinais nas escoras decorrentes do espraiamento das tensões de compressão.

Visando evitar a ruina por tração diagonal das escoras ("tension splitting"), ADEBAR et al. (1990) recomendam a limitação de 1,0.f'c para a tensão máxima de compressão introduzida pelo pilar ou pelas estacas no bloco de fundação. Adicionalmente, os pesquisadores apontaram falhas no ACI-318 (1983), que não conseguiu capturar a tendência dos blocos, indicando que essa versão do código americano dá importância exagerada à altura do elemento e não leva em conta a quantidade de armadura longitudinal.

IYER & SAM (1992) efetuaram análises tridimensionais de blocos de fundação sobre duas e quatro estacas utilizando um modelo elástico baseado na Teoria da Elasticidade. Nesse trabalho, os pesquisadores variaram as dimensões dos blocos de fundação e demonstraram o desenvolvimento de tensões não-lineares ao longo da altura dos blocos. O objetivo do trabalho era justamente demonstrar que as tensões obtidas eram radicalmente diferentes daquelas previstas pela teoria da flexão.

SIAO (1993) propôs um modelo de escoras e tirantes capaz de prever com grande exatidão a ruína de blocos de fundação sobre quatro estacas ao cisalhamento. Esse modelo consiste basicamente no refinamento das escoras, conforme ilustra a Figura 5.1-(a), e na adoção da escora tridimensional com geometria apresentada na Figura 5.1-(b). A equação proposta por SIAO (1993) para a ruína ao cisalhamento de blocos sobre quatro estacas é dada pela Equação 5.2.

$$N \approx 2.f_t.(b_1 + b_2 + \frac{\pi.d}{2}).d$$
 (Equação 5.2)

Onde:

 $b_1 e b_2 = dimensões do pilar;$ 

f<sub>t</sub> = Resistência à tração do concreto;

d = Altura efetiva do bloco de fundação;

N = Força que provoca a ruina por cisalhamento dos blocos ("diagonal splitting of the struts").

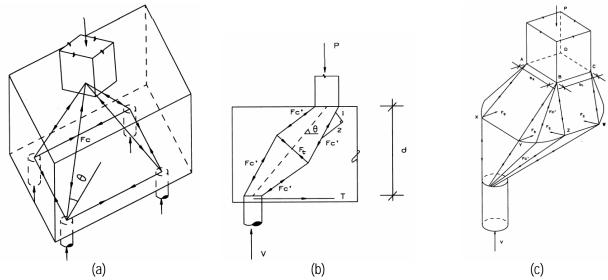


Figura 5.3 – (a) Modelo simplificado de escoras e tirantes para blocos sobre 4 estacas, (b) Proposta de SIAO (1993) para as escoras e (c) Geometria da escora tridimensional proposta por SIAO (1993)

De maneira geral, SIAO (1993) utiliza o modelo anterior para prever a ruína por cisalhamento e emprega o modelo de YAN (1957) para o cálculo da ruína à flexão (escoamento das armaduras). A precisão de ambos os modelos empregados simultaneamente conduziu a erros inferiores a 7%, quando aplicados aos dados experimentais de ADEBAR et al. (1990) e SABNIS & GOGATE (1984). Atualizando a Equação 5.2 para a Equação 5.3 e introduzindo os dados de CLARKE (1973), os erros obtidos foram inferiores a 3%.

$$N \approx 4.f_1.(b_1 + b_2).d$$
 (Equação 5.3)

ADEBAR & ZHOU (1993), baseando-se no ensaio experimental e analítico de corpos-de-prova cilíndricos, propuseram algumas equações objetivando evitar a ruína de escoras diagonais.). Basicamente, através da aplicação do carregamento em uma área constante e através da variação da espessura dos corpos-de-prova, os pesquisadores concluíram que a máxima tensão de compressão capaz de causar a ruína das escoras por tração transversal ("diagonal splitting") dependia da quantidade de confinamento e da relação altura/espessura dos corpos-de-prova.

Dessa maneira, ADEBAR & ZHOU (1993) propõem basicamente um modelo de escoras e tirante para o dimensionamento das armaduras acompanhado de uma verificação adicional das tensões de compressão no pilar e nas estacas ("bearing strength"), capaz de garantir indiretamente que a ruína das escoras por tração tranversal se dará somente após o início do escoamento das armaduras. A Equação 5.4 apresenta a proposta de ADEBAR & ZHOU (1993) para evitar a ruína de blocos de fundação ao cisalhamento.

$$f_b \le 0.6f'_c + 6.\alpha.\beta.\sqrt{f'_c}$$
 (MPa) (Equação 5.4)

$$\alpha = \frac{1}{3} \left( \sqrt{A_2/A_1} - 1 \right) \le 1,0$$
 (Equação 5.5)

$$\beta = \frac{1}{3} \left( \frac{h_s}{b_s} - 1 \right) \le 1,0$$
 (Equação 5.6)

#### Onde:

 $\alpha$  = Parâmetro que leva em conta a quantidade de confinamento da escora;

 $A_1$  = Área que aplica o carregamento;

 $A_2$  = Área que recebe o carregamento;

β = Parâmetro que leva em conta a geometria da escora;

h<sub>s</sub>/b<sub>s</sub> = Relação altura/espessura da escora.

SAM & IYER (1995) conduziram pesquisas utilizando recursos de análise não-linear para a investigação de blocos rígidos de fundação sobre quatro estacas. Os blocos investigados numericamente pelos pesquisadores foram armados com três disposições diferentes de armadura e a taxa utilizada foi a mínima proposta pelo código indiano.

Os resultados obtidos por SAM & IYER (1995) utilizando o programa ADINA, indicaram um panorama de fissuração bastante coincidente com aquele verificado experimentalmente e as cargas de ruína numéricas foram cerca de 88% das reais, indicando uma boa aproximação do modelo adotado. Adicionalmente, as cargas de colapso obtidas contrariaram os resultados clássicos registrados na literatura, com a disposição distribuída sendo mais eficiente do que a concentrada.

ADEBAR & ZHOU (1996) demonstraram através de dados experimentais de 48 blocos de fundação que as recomendações do ACI-318 (1983) para cálculo de cisalhamento em uma direção são excessivamente conservadoras quando aplicadas para o caso de blocos rigidos. Adicionalmente, os pesquisadores demonstraram que as recomendações tradicionais para cálculo à flexão utilizadas em vigas/lajes são inconservadoras para os blocos rígidos.

De acordo com ADEBAR & ZHOU (1996), o cálculo a flexão (quantificação das armaduras) dos blocos deveria ser feita utilizando o Método das Bielas, enquanto que a verificação à força cortante deveria ser feita utilizando o modelo apresentado por ADEBAR & ZHOU (1993). Dessa maneira, no caso de uma eventual ruína, pode-se garantir que as armaduras venham a escoar antes das escoras ruirem por tração transversal ("tension splitting" ou "diagonal cracking").

Adicionalmente, os pesquisadores relatam que se as armaduras forem concentradas sobre as estacas podese obter um aumento considerável da capacidade à flexão. No entanto, certa parcela de armadura deve ser distribuída uniformemente, de maneira a controlar a fissuração do bloco de fundação. Finalmente, ADEBAR & ZHOU (1996) propõem novas expressões para a caracterização geométrica das escoras, de maneira a utilizar as recomendações apresentadas por ADEBAR & ZHOU (1993). As expressões são válidas para o caso de pilar quadrado apoiado em um bloco de fundação sobre 4 estacas circulares.

$$\frac{h_s}{b_s} \cong \frac{2.d}{c}$$
 (Máxima tensão na região nodal do pilar) (Equação 5.7)

$$\frac{h_s}{b_s} \cong \frac{d}{d_p}$$
 (Máxima tensão na região nodal das estacas) (Equação 5.8)

Onde:

h<sub>s</sub>/b<sub>s</sub> = Relação altura/espessura da escora;

d = Altura efetiva do bloco de fundação;

c = Dimensão do pilar quadrado;

d<sub>p</sub> = Diâmetro da estaca circular.

MALICK (1996) apresentou de maneira muito simples um exemplo de formulação e dimensionamento de um bloco de fundação sobre quatro estacas, porém sem apresentar nenhuma inovação que mereça destaque. KUMAR & SHAMIM (1998), utilizando o Método das Bielas, propuseram algumas equações para o caso de blocos sobre 4 estacas circulares apoiando pilares retangulares sujeitos à força normal e momentos biaxiais. Foram estabelecidos modelos bidimensionais e tridimensionais, tanto para o caso de estacas comprimidas quanto de estacas tracionadas.

KUMAR & SHAMIM (1998) observaram, através da aplicação prática do equacionamento, que no caso de estacas tracionadas, é necessário distribuir armaduras concentradas na base e no topo do bloco de fundação. Apesar de ser um trabalho muito importante, por tratar a introdução de momentos nos blocos, os modelos são incompletos, uma vez que falta o estabelecimento de equações práticas para a determinação dos ângulos das escoras.

SUZUKI et al (1998) ensaiaram 28 blocos de fundação sobre quatro estacas visando estudar os seguintes aspectos: arranjo das barras longitudinais (barras concentradas e distribuídas), dimensões de pilar quadrado, distância entre centros de estacas, distâncias entre o centro das estacas até o contorno dos blocos e a altura dos blocos. De maneira geral, os resultados demonstraram que o arranjo das armaduras sobre a cabeça das estacas conduz a uma maior resistência e que a distância do centro das estacas até as faces do bloco influi decisivamente na resistência final. Nestes ensaios, a maioria dos blocos chegou à ruína por flexão seguida de cisalhamento, sendo que apenas 4 blocos romperam por cisalhamento antes do inicio do escoamento das armaduras.

SUZUKI et al (1998) relatam que quando a distância entre o centro da estaca e a face do bloco é grande tanto a carga de escoamento quanto a carga de ruptura serão altas. Porém, quando essa distância é pequena, a carga de ruina será levemente superior à carga que propicia o escoamento das armaduras. De maneira a aumentar a capacidade resistente do bloco após o escoamento dos tirantes, bem como, melhorar a capacidade de deformação, os pesquisadores recomendam que a distância entre os eixos das estacas e o perímetro do bloco seja aproximadamente 1,5.p, sendo p o diâmetro das estacas.

Através de ensaios experimentais, utilizando 18 blocos de fundação (topo inclinado, "tapered footing") sobre quatro estacas com armadura distribuída, SUZUKI et al (1999) demonstraram que a carga de fissuração diminui a medida que se aumenta a taxa de armadura longitudinal. Nestes ensaios, a maioria dos blocos chegou a ruína por flexão (escoamento das armaduras) e apenas dois blocos romperam por cisalhamento antes do inicio do escoamento das armaduras. A fissuração inicial ocorreu tanto no centro da base dos blocos quanto nas faces laterais das estacas.

SUZUKI et al (2000) realizaram ensaios experimentais em 30 blocos de fundação sobre quatro estacas com arranjo uniforme para as armaduras. O objetido dessa investigação foi avaliar a influência da distância entre o eixo das estacas e o perimetro dos blocos na resistência final de blocos de fundação. Os resultados demostraram que a carga de fissuração e a capacidade de flexão diminuem conforme se diminui a distância entre o centro das estacas e o perimetro do bloco, e que essa tendência se torna ainda mais marcante conforme se aumenta a altura do bloco. Quando a distância entre o centro das estacas e a face lateral do bloco é pequena observou-se pequena diferença entre a carga de escoamento e a carga de ruptura.

CHAN & POH (2000) ensaiaram três blocos de fundação pré-moldados, com o objetivo de determinar as diferenças de comportamento desses elementos em relação aos elementos moldados in-loco. Os resultados experimentais demonstraram que os três corpos-de-prova ensaiados se comportaram de maneira semelhante aos blocos moldados in-loco, com cargas de rupturas superiores àquelas previstas pelos modelos analíticos empregados.

SUZUKI & OTSUKI (2002) realizaram ensaios experimentais em 18 blocos de fundação sobre quatro estacas com arranjo de armadura distribuída, variando o tipo de ancoragem das armaduras (90° e 180°) e a resistência do concreto. Em todos os blocos preservou-se uma distância entre o centro das estacas e o perímetro do bloco igual ao diâmetro das estacas e os pesquisadores concluíram que a resistência do concreto tem pouca influência no modo de ruína, bem como, na resistência última dos blocos.

Apesar das previsões de ruína serem todas por flexão (escoamento das armaduras), SUZUKI & OTSUKI (2001) observaram-se que apenas 8 corpos-de-prova tiveram esse comportamento, sendo que a maioria dos blocos rompeu por cisalhamento sem inicio do escoamento das armaduras. Como conclusão, os pesquisadores acreditam que a distância entre o centro das estacas e o perímetro do bloco deva ser pelo menos maior do que a metade da distância entre eixo de estacas, de maneira a se obter ruína por flexão em blocos armados com arranjo distribuído de armaduras.

BLOODWORTH et al (2003), baseando-se nos resultados experimentais de BLÉVOT & FRÉMY (1967), CLARKE (1973) e SABNIS & GOGATE (1984), procuraram demonstrar que o dimensionamento de blocos de fundação utilizando um modelo de escoras e tirantes sem levar em conta uma verificação adicional ao cisalhamento pode ser inseguro. Essa abordagem decorre do fato de que códigos ingleses BS 8110 (1997) e BS 5400 (1990) não indicam claramente a necessidade de uma verificação ao cisalhamento quando utilizando o Método das Bielas.

SHIRATO et al (2003), baseando-se em ensaios experimentais e numéricos, validaram uma metodologia para a determinação da capacidade última de blocos de fundação sujeitos a cargas horizontais, com estacas comprimidas ou tracionadas. Esse modelo demonstrou ser racional e econômico para o projeto de blocos de fundação de pontes sujeitos à ações sísmicas, de maneira que foi implementado no código japonês JRA(2002).

CAVERS & FENTON (2004), a partir dos ensaios experimentais de CLARKE (1973), SUZUKI et al (1998) e SUZUKI et al (2000), compararam o desempenho de cinco modelos disponíveis no código CPCA (1995) e concluiram que dois modelos são os mais indicados para o dimensionamento dos blocos de fundação: modelo de escoras e tirantes com provisões do código canadense CSA A23.3-94 para determinação da altura e níveis de tensão no pilar/estacas e modelo de escoras e tirantes contemplando as recomendações gerais do código canadense CSA A23.3-94.

Os outros modelos investigados por CAVERS & FENTON (2004) foram: modelo de PARK & PAULAY (1975) para as armaduras acompanhado das provisões do código canadense CSA A23.3-94 para determinação da altura e níveis de tensão no pilar/estacas; modelo de escoras e tirantes para a determinação das armaduras e recomendações de ADEBAR & ZHOU (1993) para niveís de tensão no pilar/estacas, modelo de escoras e tirantes acompanhado das provisões de cisalhamento do ACI-318 (1995) e do CRSI (1982).

# 5.2. Pesquisas Experimentais Conduzidas por BLÉVOT & FRÉMY (1967)

BLÉVOT & FRÉMY (1967) desenvolveram modelos de dimensionamento para blocos de fundação sobre estacas através da aplicação do Método das Bielas, mais especificamente através da generalização dos conceitos introduzidos na década de 30 por M. Lebelle para o dimensionamento de sapatas. No trabalho dos pesquisadores franceses, considerado clássico na literatura, foram apresentados vários modelos teóricos, bem como, recomendações práticas para a caracterização geométrica e para disposição das armaduras no interior dos blocos de fundação.

De acordo com os pesquisadores franceses, no Método das Bielas as armaduras são calculadas de maneira a equilibrar as forças de tração resultantes da decomposição das forças oblíquas transmitidas pelas escoras. Os ensaios mostraram que nos blocos de fundação, cuja as armaduras foram calculadas utilizando o Método das Bielas com uma tensão para as armaduras igual a 0,6.fy (Regra contida na época no código francês BA1960 para elementos tracionados), pode-se obter coeficientes de segurança pelo menos igual a 1,66.

### 5.2.1 Exposição do Método Simplificado

#### a) Blocos Sobre Duas Estacas

Considere o bloco de fundação da Figura 5.4 transmitindo a carga de um pilar de seção retangular para duas estacas afastadas de uma distância igual a "e". A carga é suposta centrada e a dimensão do pilar no plano vertical que contém o bloco é igual a "a".

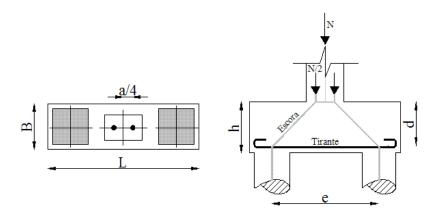


Figura 5.4 – Modelo simplificado de BLÉVOT & FRÉMY (1967) para bloco sobre duas estacas

A origem das escoras no modelo é definida a partir de dois pontos situados a uma distância a/4 do centro do pilar. Dessa maneira, sendo d a altura útil do bloco de fundação, a força de tração atuante no tirante é dada pela Equação 5.9.

$$F_{\text{Tirante}} = \frac{N}{4.d} \left( e - \frac{a}{2} \right) = \frac{N.e}{4.d} \left( 1 - \frac{a}{2.e} \right)$$
 (Equação 5.9)

# b) Blocos Sobre Três Estacas

Considere que as distâncias entre os centros de estacas do bloco apresentado na Figura 5.5, forme um triângulo equilátero de lados "e". Adicionalmente, admita que um pilar quadrado de comprimento "a" se apóie no centro de gravidade do triângulo formado por essas estacas. A carga do pilar pode ser admitida como sendo transmitida por três escoras, que têm origem em pontos localizados a uma distância igual a 0,3.a do centro de gravidade do pilar.

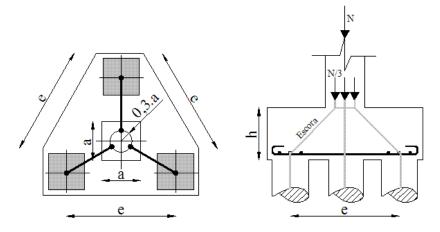


Figura 5.5 - Modelo simplificado de BLÉVOT & FRÉMY (1967) para bloco sobre três estacas

A partir do modelo apresentado na Figura 5.5, BLÉVOT & FRÉMY propõem as Equações 5.10 e 5.11 para a determinação das forças, para armaduras segundo as medianas e para armaduras segundo os lados, respectivamente:

$$F_{\text{Medianas}} = \frac{N}{4.d} \left( e.\sqrt{3} - 0.9.a \right) \cong \frac{N.e.\sqrt{3}}{9.d} \left( 1 - \frac{a}{2.e} \right) \tag{Equação 5.10}$$
 
$$F_{\text{Lados}} = \frac{F_{\text{Medianas}}}{\sqrt{3}} \cong \frac{N.e}{9.d} \left( 1 - \frac{a}{2.e} \right) \tag{Equação 5.11}$$

# c) Blocos Sobre Quatro Estacas

Para o caso de blocos sobre quatro estacas, considere o modelo apresentado na Figura 5.6, em que um pilar quadrado de lado "a" está posicionado no centro de gravidade das estacas. A transmissão da carga do pilar para as estacas é feita através de escoras diagonais, cujas origens se encontram numa distância igual a a/4 do centro de gravidade do pilar.

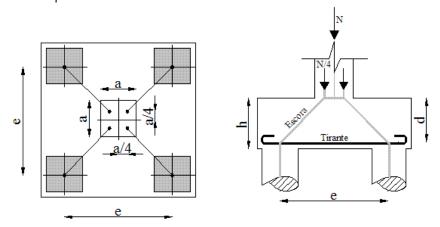


Figura 5.6 - Modelo simplificado de BLÉVOT & FRÉMY (1967) para bloco sobre quatro estacas

A partir do modelo apresentado na Figura 5.6, BLÉVOT & FRÉMY propõem as Equações 5.12 e 5.13 para a determinação das forças, para armaduras segundo as diagonais e para armaduras segundo os lados, respectivamente:

$$F_{\text{Medianas}} = \frac{\text{N.e.}\sqrt{2}}{8.\text{d}} \left(1 - \frac{\text{a}}{2.\text{d}}\right)$$
 (Equação 5.12)

$$F_{\text{Lados}} = \frac{F_{\text{Medianas}}}{\sqrt{2}} \cong \frac{\text{N.e}}{8.\text{d}} \left( 1 - \frac{\text{a}}{2.\text{e}} \right)$$
 (Equação 5.13)

De maneira a comprovar os modelos apresentados anteriormente, BLÉVOT & FRÉMY (1967) realizaram dois programas de ensaios experimentais. A primeira série de ensaios, realizada entre 1995 a 1958, compreendeu modelos em escala reduzida (1/2 a 1/3 da escala real) para blocos sobre duas, três e quatro estacas. A segunda série de ensaios, realizada entre 1958 a 1961, também compreendeu blocos sobre duas, três e quatro estacas, porém com modelos em escala real. A seguir são apresentados as principais características e conclusões obtidas para estes ensaios.

#### 5.2.2 Conclusões da Primeira Série de Ensaios

A primeira série de ensaios realizada por BLÉVOT & FRÉMY (1967) utilizando modelos reduzidos, teve os objetivos abaixo relacionados:

- Determinação do coeficiente de segurança mais apropriado para a aplicação do Método das Bielas, tendo em vista o escoamento das armaduras dos tirantes;
- Responder se as diversas disposições adotadas para as armaduras, teóricamente equivalentes, possuiam a mesma eficácia do ponto de vista de fissuração e ruína;
- Determinação da condições para as quais ocorre a ruptura por puncionamento dos blocos de fundação.

Conforme já citado anteriormente, os blocos ensaiados foram construídos em escala reduzida, basicamente com dimensões entre 1/2 e 1/3 dos blocos usuais na prática para cargas entre 500 e 1000 kN. Ao todo foram ensaiados 51 blocos sobre 4 estacas, 37 blocos sobre 3 estacas e 6 blocos sobre duas estacas. Em todos os casos, as estacas possuiam seção quadrada de lado igual a 14 cm, enquanto os pilares possuiam seção quadrada com lado igual a 15 cm. A distância entre os eixos de estacas foi mantido fixo em 42 cm, o que correspondeu a um valor igual a três vezes a dimensão das estacas.

De acordo com BLÉVOT & FRÉMY (1967) a interpretação dos resultados foi difícil em razão da complexidade dos fenômenos observados no momento das ruínas. Como se sabe, no caso de vigas é possivel estudar separadamente os efeitos produzidos por momento fletor e força cortante. Porém, para o caso dos blocos de fundação essa separação é dificil, uma vez que o aumento da quantidade de armaduras inferiores normalmente conduziu a um aumento na resistência à punção.

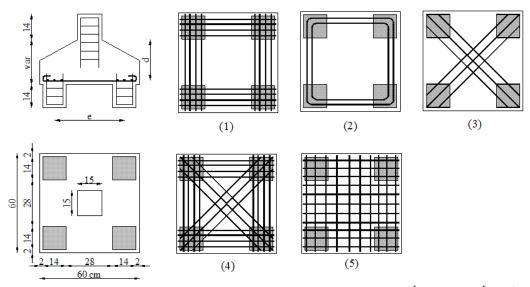


Figura 5.7 – Detalhe dos blocos sobre quatro estacas ensaiados por BLÉVOT & FRÉMY (1967)

Os blocos sobre quatro estacas ensaiados por BLÉVOT & FRÉMY (1967) possuem as características apresentadas na Figura 5.7, sendo que a quantidade de armaduras foi definida com base na equações propostas pelos pesquisadores utilizando o Método das Bielas. A Figura 5.8 procura apresentar algumas imagens com as respostas qualitativas obtidas por BLËVOT & FRÉMY (1967), onde é possível acompanhar as configurações típicas de fissuração e ruptura de blocos de fundação sobre quatro estacas.

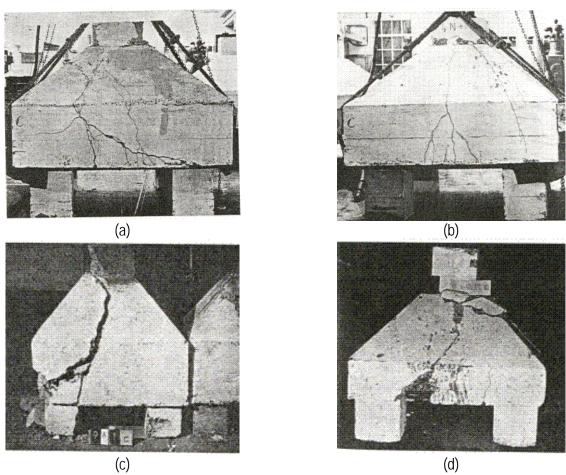


Figura 5.8 – a) Fissuração diagonal, b) Fissuração central, c) Ruptura por esgotamento de escora e d) Ruptura complexa em blocos sobre quatro estacas ensaiados por BLÉVOT & FRÉMY (1967)

Do ponto de vista de segurança à ruptura, as disposições (1), (2), (3) e (4) apresentadas na Figura 5.7 se revelaram sensivelmente equivalentes, enquanto a disposição em malha (5) conduziu a uma carga de ruptura normalmente 20% menor do que aquelas obtidas com as outras disposições. Através da introdução de um coeficiente de segurança na ruptura, definido pela divisão da carga de ruptura experimental pela carga que produz uma tensão nas armaduras igual a  $0,6.\sigma_y$  (Método das Bielas), BLÉVOT & FRÉMY (1967) puderam estabelecer as seguintes conclusões:

- Para inclinações de escoras compreendidas entre 35º e 55º, os coeficientes de segurança na ruptura para as disposições de armadura (1), (2), (3) e (4) variaram no limite contido entre 1,6 e 2,4. Porém para alguns casos obteve-se coeficientes menores do que o limite inferior definido anteriormente;
- Para inclinações de escoras inferiores a 35º não foi possível estabelecer coeficientes de segurança suficientemente claros, de maneira que as rupturas obtidas foram extremamente complexas;
- Para inclinações de escoras superiores a 55º (blocos relativamente altos) foram constatados coeficientes de segurança na ruptura reduzidos. A forte inclinação das escoras, que lembram o caso dos consolos curtos, não permite que as armaduras dispostas na parte inferior do bloco de fundação sejam totalmente aproveitadas;

- De forma geral, para as cargas de serviço não foram observadas fissuras nitidamente abertas, sendo que os ensaios demonstraram que a disposição do tipo (3) é notavelmente pior do que as outras disposições, com as fissuras contidas nas faces laterais se abrindo rapidamente;
- Os blocos com armaduras do tipo (1) e (2) são menos afetados pelas fissuras atuantes nas faces laterais. No entanto, a ausência de armaduras no centro dos blocos permite uma fissuração mais pronunciada nessa região. Porém, a adição de uma armadura em malha parece resolver o problema;
- Uma disposição mista (1) + (5) ou (2) + (5) pode resultar econômica, se for levado em conta que a disposição (5) possui uma eficiência de 80% quando comparada com as outras disposições. Porém é recomendável que os sistemas principais (1) ou (2) sempre absorvam a maior parte do carregamento aplicado ao bloco;
- Os blocos com disposição do tipo (4) apresentam uma certa vantagem do ponto de vista de fissuração em relação aos outros tipos de disposição para as armaduras;
- Devido à complexidade dos fenômenos observados na eminência das cargas de ruptura, não foi possível definir com precisão os aspectos de resistência relacionados à punção. Deve-se mencionar que não se obteve ruptura à punção no centro dos blocos de fundação mas sim o aparecimento de planos de fissuração obliquos bem difinidos.

BLÉVOT & FRÉMY (1967) ensaiaram 37 blocos de fundação sobre 3 estacas com a forma de triângulo equilátero. Nesses ensaios procurou-se variar a altura e a disposição das armaduras longitudinais dos tirantes: armaduras concentradas sobre as estacas, armaduras no contorno do bloco, armaduras cruzando as medianas das estacas, armaduras segundo as medianas e sobre as estacas e armaduras em malha distribuídas na base dos blocos. A Figura 5.9 apresenta as características dos blocos de fundação sobre três estacas ensaiados por BLÉVOT & FRÉMY (1967).

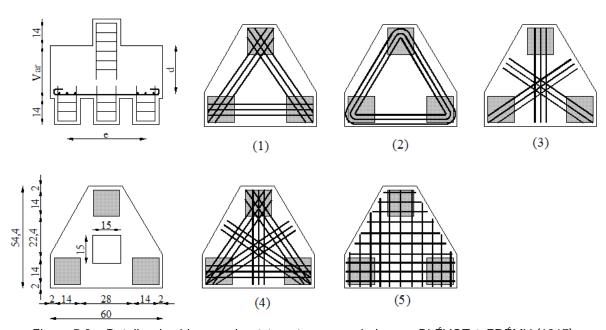


Figura 5.9 – Detalhe dos blocos sobre três estacas ensaiados por BLÉVOT & FRÉMY (1967)

Do ponto de vista de segurança à ruptura, as disposições (1), (2) e (4) apresentadas na Figura 5.9 se revelaram sensivelmente equivalentes, porém deve-se ressaltar que esse fato ocorreu somente quando se tinha armadura entre estacas preponderante para a disposição (4). Quando se adotou armadura entre medianas como sendo preponderante para a disposição (4) as cargas obtidas foram um pouco menores. Adicionalmente, as seguintes conclusões foram obtidas:

- Os blocos com armaduras segundo a disposição (3) apresentaram coeficientes de segurança na ruptura menores do que os casos com armaduras dispostas segundo as posições (1) e (2);
- Os blocos com armaduras segundo a dispsição (5) se romperam para uma carga que é aproximadamente igual à metade daquelas cargas observadas para os outros tipos de disposição de armaduras. As rupturas foram extremamente frágeis e com o lançamento de partes do bloco, sendo recomendado evitar esse tipo de disposição;
- Para inclinações das escoras entre 40° e 55°, os coeficientes de segurança obtidos na ruptura para as disposições (1), (2) e (4) variaram no limite compreendido entre 1,6 e 2,4, excluídos alguns casos excepcionais;
- Para inclinações de escoras inferiores a 40º foram constatados coeficientes de segurança de ruptura reduzidos com casos complexos de ruptura. Para inclinações superiores a 55º verificou-se um escorregamento das escoras (como no caso dos consolos curtos) e as armaduras longitudinais não puderam ser utilizadas com eficiência;
- No que se refere à fissuração lateral, a disposição do tipo (1) conduziu a resultados piores do que aqueles obtidos com a disposição (2), sendo que a disposição do tipo (3) também não foi favorável. A melhor situação de fissuração foi obtida com a disposição do tipo (4), porém as disposições (1) e (2) podem ser melhoradas com a introdução de uma armadura em malha, que pode retardar ou limitar as fissuras na base dos blocos;
- Como no caso dos blocos sobre quatro estacas, não foi verificada punção no centro dos blocos de fundação e sim fissuração em superfícies inclinadas ao longo do bloco. Segundo os pesquisadores, os modelos simplificados desenvolvidos não garantem a exclusão do risco de uma ruptura inesperada por punção.

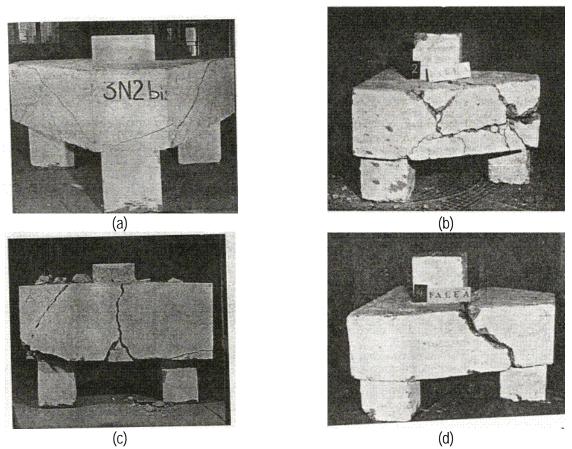


Figura 5.10 – a) Exemplo de fissuração na ruptura de blocos sobre três estacas, b) Exemplo de ruptura complexa, c) Exemplo de ruptura complexa visto de outro ângulo e d) ruptura frágil para bloco sobre três estacas armado apenas com armadura em malha e ensaiado por BLÉVOT & FRÉMY (1967).

A Figura 5.10 procura apresentar algumas imagens com as respostas qualitativas obtidas por BLËVOT & FRÉMY (1967). Nessas figuras é possível acompanhar as configuração típicas de fissuração e ruptura de blocos de fundação sobre quatro estacas.

# 5.2.3 Conclusões da Segunda Série de Ensaios

A segunda série de ensaios realizada por BLÉVOT & FRÉMY (1967) utilizou modelos em escala real, sendo que foram ensaiados 8 blocos sobre 4 estacas, 8 blocos sobre três estacas e 6 blocos sobre 2 estacas. No caso dos blocos sobre quatro estacas foram ensaiados dois grupos: um primeiro grupo de quatro blocos com escoras inclinadas a 45° e um segundo grupo de quatro blocos com escoras inclinadas a 55°. Em ambos os casos investigou-se dois modelos com armaduras concentradas sobre as cabeças das estacas mais armadura em malha e dois modelos com armaduras concentradas sobre a cabeça das estacas mais armadura diagonal (armadura mista).

A carga foi aplicada por um pilar quadrado de 50 cm de lado e as estacas, com espaçamento entre eixos igual a 1,20 m, possuiam geometria quadrada com 35 cm de lado. As cargas de ruptura foram estimadas no intervalo compreendido entre 6500 e 9000 kN e os resultados confirmaram o que já havia sido observado com os ensaios em modelos reduzidos.

Os coeficientes de segurança na ruptura para o caso dos blocos sobre 4 estacas variaram no intervalo compreendido entre 1,67 e 2,15, sendo que o valor médio foi um pouco menor do que o valor médio obtido para os ensaios com modelos reduzidos. Os resultados obtidos com a utilização de armadura em malha e armadura concentrada sobre a cabeça das estacas foram superiores aqueles obtidos com a disposição mista, 1,92 e 1,81 respectivamente.

As primeiras fissuras apareceram nas faces laterais dos blocos, de maneira vertical e aproximadamente no meio da distância entre as estacas. Deve-se observar que as fissuras surgiram para cargas que correspondem aproximadamente as cargas de serviço. Essa constatação possui um grave problema, uma vez que os blocos são geralmente enterrados em ambientes úmidos. Esse fato alerta para a necessidade de se introduzir detalhes de armação visando melhorar o aspecto de fissuração dos blocos.

No caso dos blocos sobre três estacas foram ensaiados dois grupos: um primeiro grupo de quatro blocos com escoras inclinadas a 40° e um segundo grupo de quatro blocos com escoras inclinadas a 52°. Em ambos os casos investigou-se dois modelos com armaduras concentradas sobre as cabeças das estacas (ou em cerca) mais armadura em malha e dois modelos com armaduras concentradas sobre a cabeça das estacas (ou em cerca) mais armadura diagonal (armadura mista).

A carga foi aplicada por um pilar quadrado de 45 cm de lado e distribuída para 3 estacas quadradas com 35 cm de lado. Os blocos possuiam geometria na forma de triângulo equilátero, sendo que as estacas foram mantidas com espaçamento fixo de 1,20 m. Mais uma vez os resultados confirmaram as direções apontadas no caso dos ensaios com modelos reduzidos.

O coeficiente de segurança na ruptura variou no intervalo compreendido entre 1,638 e 2,585, sendo que o valor médio de 2,05 foi ligeiramente superior aos resultados obtidos para os modelos em escala reduzida e para os resultados obtidos com blocos sobre quatro estacas. Os resultados obtidos para a disposição em cerca são maiores do que aqueles obtidos com a disposição das armaduras concentradas sobre a cabeça das estacas, com coeficientes de 2,25 e 1,85 respectivamente.

Os resultados obtidos com a disposição em malha são maiores do que aqueles obtidos com a disposição mista, com coeficientes de 2,20 e 1,86 respectivamente. Deve-se observar que a princípio as armaduras em malha não são levadas em conta nos cálculos.

No que se refere à fissuração dos blocos sobre três estacas mais uma vez obteve-se o início das mesmas para cargas próximas àquelas de serviço, com a disposição em malha sendo mais desfavorável. As primeiras fissuras apareceram normalmente nas faces laterais e foram sensivelmente verticais. Em seguida desenvolveram-se fissuras na base, com direção normal aos lados dos blocos. Finalmente, as fissuras inclinadas se prolongaram à face inferior e à face superior dos blocos, ocasionando ruínas extremamente complexas.

No caso dos blocos sobre duas estacas foram ensaiados 6 corpos-de-prova: 2 blocos com 55 cm de altura (escoras com inclinação a 55°), 2 blocos com 75 cm de altura (escoras com inclinação de 55°) e 2 blocos com 95 de altura (escoras com inclinação de 60°). Em todos os casos o carregamento foi introduzido por um pilar quadrado de 35 cm de lado, sendo que as estacas possuiam a mesma característica. Os blocos possuiam 40 cm de espessura e além da armadura longitudinal adicionou armadura superior (2φ8) e armadura transversal utilizando barras de φ8 (não descrito o espaçamento).

A divisão da carga de ruptura experimental pela carga de ruptura prevista pelo Método das Bielas utilizandose o limite elástico das armaduras dos tirantes conduziu ao estabelecimento de um limite entre 0,89 e 1,01. Em todos os casos as rupturas foram ocasionadas por esmagamento das escoras ao longo de uma fissura desenvolvida entre a face das estacas e a face do pilar, conforme ilustra a Figura 5.11.

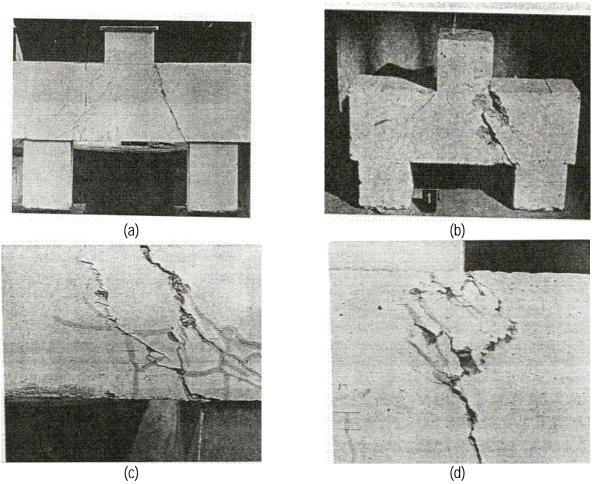


Figura 5.11 – Fissuração típica em bloco sobre duas estacas, b) Ruptura de escora, c) Lascamento de cobrimento junto as estacas e d) lascamento de concreto junto aos pilares na ruptura de blocos de fundação sobre duas estacas ensaiados por BLÉVOT & FRÉMY (1967)

# 5.2.4 Apresentação dos Resultados Experimentais

Na sequência do presente trabalho, procura-se apresentar a coletânea dos resultados obtidos por BLÉVOT & FRÉMY (1967). Devido a importância histórica desse trabalho, não serão omitidos imediatamente os resultados referentes a armações pouco usuais na prática atualmente. As Tabelas 1, 2 e 3 apresentam os resultados para os blocos sobre 2, 3 e 4 estacas, respectivamente.

Tabela 5.1 - Resultados experimentais de BLÉVOT & FRÉMY (1967) para blocos sobre duas estacas

Série -	h	Armadura		fc	f <sub>y</sub>	d	N <sub>Ruptura</sub>
Bloco	(m)	Disposição	cm <sup>2</sup>	(MPa)	(MPa)	(cm)	(kN)
1-1	20	3\phi12 longitudinal	3,39	37,60	491,5	18,13	385
1-2	20	3\phi12 longitudinal	3,39	36,40	485,5	18,27	337,5
1-3	20	3\phi16 longitudinal	6,03	23,70	471,3	18,13	247,5
1-4	20	3\phi16 longitudinal	5,03	24,80	443,3	17,90	192,5
1-5	20	3\phi16 longitudinal	5,03	23,80	473,0	17,80	275,0
1-6	20	3\phi16 longitudinal	6,03	23,80	474,7	18,17	200,0
2-1	55	6φ32 longitudinal	48,25	23,55	233,3	49,5	2100
2-2	55	5	40,21	44,00	468,8	49,5	3250
2-3	75	6φ32 longitudinal	48,25	27,80	239,8	70,3	3000
2-4	75	5	40,21	45,50	473,8	69,3	5200
2-5	95	6φ32 longitudinal	48,25	32,70	292,7	89,4	4500
2-6	95	5φ32 longitudinal	40,21	47,00	469,6	89,2	6000

Observações: Na Série de Ensaios 1 (escala reduzida), as estacas possuiam seção quadrada de lado igual a 14 cm, enquanto os pilares possuiam seção quadrada com lado igual a 15 cm. A distância entre os eixos de estacas foi mantido fixo em 42 cm. Na Série de Ensaios 2, as estacas possuiam seção quadrada de lado igual a 35 cm, enquanto os pilares possuiam seção quadrada com lado igual a 50 cm. A distância entre os eixos de estacas foi mantido fixo em 120 cm

Tabela 5.2 - Resultados experimentais de BLÉVOT & FRÉMY (1967) para blocos sobre três estacas

Série -	h	Armadura		f <sub>c</sub>	f <sub>y</sub>	d	N <sub>Ruptura</sub>
Bloco	(m)	Disposição	cm <sup>2</sup>	(MPa)	(MPa)	(cm)	(kN)
1-1	20	3x3φ10 lados	2,36	34,70	439	17,4	572,5
1-2	20	3φ10 cerca	2,36 3,14	36,60	435,7	15,47	570
1-3	20	3x2ф10 lados 3x2ф8 medianas	1,57 1,01	37,10	446 419,5	17,35	567,5
1-4	20	2x7\phi10 malha	-	33,10	442,7	17,55	300
1-5	30	3x3φ12 lados	3,39	37,40	474,3	28,33	1140
1-6	30	3φ12 cerca	3,39 4,52	32,50	481,3	27,00	1120
1-7	30	3x2φ12 lados 3x2φ10 medianas	2,26 1,57	36,40	483,8 504,6	25,46	1180
1-8	30	3x2φ10 lados 3x2φ12 medianas	1,57 2,26	25,00	504,6 483,8	26,11	957,5
1-9	30	-	-	34,82	-	-	341,0
1-10	14	3x3φ10 lados	2,36	28,30	481,0	10,5	390
1-11	14	3x3φ14 lados	4,62	28,50	480,5	11,36	447,50
1-12	20	3x3φ10 lados	2,36	22,00	471,5	16,6	595
1-13	20	3x3φ14 lados	4,62	17,70	483,5	17,27	547,50
1-14	30	3x3φ12 lados	3,39	23,80	493,5	26,60	900
1-15	30	3x3φ16 lados	6,03	23,80	465,5	26,46	1050
1-16	25	3x2ф10 lados 3x2ф8 lados	2,58	23,20	334,50 359,0	23,10	587,50
1-17	25	3x4\phi12 medianas	4,52	23,20	341,5	22,62	440
1-18	25	3x1¢8 lados 3x1¢10 lados 3x2¢12 medianas	1,29 2,26	27,50	378,0 316,0 318,5	22,03	450

Série -	h	Armadura		fc	fy	d	N <sub>Ruptura</sub>
Bloco	(m)	Disposição	cm <sup>2</sup>	(MPa)	(MPa)	(cm)	(kN)
1-19	25	3x2\phi10 cerca	2,58	29,50	446	23,1	750
		3x2ф8 cerca			453		
1-20	25	3x4\phi12 medianas	4,52	29,10	462,3	22,62	542,5
1-21	25	3x1\phi8 lados	1,29	29,50	456,0	22,03	682,5
		3x1\phi10 lados	2,26		459,5		
		3x2φ12 medianas			464,0	10.10	
1-22	22	3x4φ12 lados	4,52	40,70	322,30	19,49	750,0
1-23	22	3x4φ12 lados	4,52	38,80	323,60	19,68	535,0
1-24	22	3x4\phi10 lados	3,14	39,80	458,0	19,81	692,5
1-25	22	3x4φ10 lados	3,14	39,60	457,0	19,72	640
1-26	22	3x2φ12 lados	2,26	38,00	325,0	19,62	667,50
		3x2φ12 medianas	2,26				
1-27	22	3x2\phi12 lados	2,26	33,30	317,7	19,69	500
		3x2φ12 medianas	2,26				
1-28	22	3x2φ10 lados	1,57	37,10	458,0	20,51	630
		3x2φ10 medianas	1,57				
1-29	22	3x3\phi10 lados	1,57	23,90	456,70	19,40	451
		3x2φ10 medianas	1,57				
1-30	30	3x4\phi12 lados	4,52	31,80	317,0	27,73	1067,5
1-31	30	3x4φ12 lados	4,52	32,35	317,7	26,46	902,5
1-32	30	3x4φ10 lados	3,14	33,45	465,3	27,60	800
1-33	30	3x4φ10 lados	3,14	34,40	465,0	27,01	802,5
1-34	30	3x2φ12 lados	2,26	29,00	321,7	26,36	902,5
1-04	30	3x2φ12 medianas	2,26	27,00	321,7	20,50	702,5
1-35	30	3x2\phi12 lados	2,26	27,70	324,0	26,64	850
1 00	00	3x2φ12 medianas	2,26	21,10	021,0	20,01	000
1-36	30	3x2φ10 lados	1,57	27,00	471,3	27,40	852,5
1 00	00	3x2φ10 medianas	1,57	21,00	171,0	27,10	002,0
1-37	30	3x2φ10 lados	1,57	288,5	496,0	279,1	817,75
1 07	00	3x2φ10 medianas	1,57	200,0			017,70
2-1	55	3¢32 cerca	24,13	45,55	252	43,5	4200
2 1	00	3x4φ20 medianas	12,57	10,00	277	48,5	1200
2-2	55	3x4φ25 lados	19,63	45,35	445	49,0	5000
		3x2ф20 medianas	6,28	10,00	447	46,5	
2-3	55	3ф32 cerca	24,13	37,65	255	43,5	3800
20	00	2x6φ10 malha	12,06	07,00	200	49,0	3000
2-4	55	3x4\psi25 lados	19,63	43,70	442	49,0	4500
		2x6φ12 malha	6,79	.07.0		47,0	.000
0.5	00	(2¢32 + 1¢25) cerca	20,99	47.00	266	69,0	4000
2-5	80	3x4φ20 medianas	12,57	46,30	331	73,5	6200
	-	'			291		
2-6	80	3x4\phi25 lados	19,63 6,28	40,90	436 456	74,0 71.5	5800
		3x2\phi20 medianas	1			71,5	
2-7	80	(2φ32 + 1φ25) cerca	20,99	32,65	261 333	69,0 74.0	5200
		2x6φ16 malha	12,06		333	74,0	
2-8	80	3x4φ25 lados	19,63	42,45	439	74,0	7200
		2x6φ12 malha	6,79			72,0	

Observações: Na Série de Ensaios 1 (escala reduzida), as estacas possuiam seção quadrada de lado igual a 14 cm, enquanto os pilares possuiam seção quadrada com lado igual a 15 cm. A distância entre os eixos de estacas foi mantido fixo em 42 cm. Na Série de Ensaios 2, as estacas possuiam seção quadrada de lado igual a 35 cm, enquanto os pilares possuiam seção quadrada com lado igual a 50 cm. A distância entre os eixos de estacas foi mantido fixo em 120 cm

Tabela 5.3 - Resultados experimentais de BLÉVOT & FRÉMY (1967) para blocos sobre quatro estacas

1-1     30     4x4φ8 lados     2,02     29,10     439,7     29       1-2     30     2x4φ10 diagonais     3,14     27,85     451,7     20       1-3     30     4x4φ8 lados     1,01     31,30     439,7     20       1-4     30     2x1φ8 cerca     1,01     31,85     439,7     20       1-5     30     4x1φ8 cerca     2,02     29,10     478,0     29       1-6     30     4x4φ10 lados     3,14     32,60     283,50     20       1-7     30     2x4φ12 diagonais     4,52     32,82     355,50     20       1-8     30     4x2φ10 lados     1,57     31,60     290,5     20       1-9     30     4φ10 cerca     3,14     30,95     330,0     20       1-10     30     -     -     33,75     -       1-11     20     4x4φ8 lados     2,01     32,10     469,0     18       1-12     20     2x4φ10 diagonais     3,14     37,20     497,3     11       1-13     20     2x4φ8 lados     1,57     30,90     431,7     11       1-15     20     -     -     35,20     -       1-16     30     4x(2φ10	5,03 6,79 6,20 7,00	NRuptura (kN) 850 880
1-1         30         4x4φ8 lados         2,02         29,10         439,7         2!           1-2         30         2x4φ10 diagonais         3,14         27,85         451,7         20           1-3         30         4x4φ8 lados         1,01         31,30         439,7         20           1-4         30         2x1φ8 cerca         1,01         31,85         439,7         2           1-5         30         4x1φ8 cerca         2,02         29,10         478,0         29           1-6         30         4x4φ10 lados         3,14         32,60         283,50         2           1-6         30         4x4φ10 lados         3,14         32,60         283,50         2           1-8         30         2x4φ12 diagonais         4,52         32,82         355,50         2           1-8         30         4x2φ10 lados         1,57         31,60         290,5         333,5         2           1-9         30         4φ10 cerca         3,14         30,95         330,0         20           1-10         30         -         -         33,75         -           1-11         20         4x4φ8 lados         2,01 <td>5,03 5,79 5,20 7,00</td> <td>850 880</td>	5,03 5,79 5,20 7,00	850 880
1-2         30         2x4φ10 diagonais         3,14         27,85         451,7         26           1-3         30         4x4φ8 lados 2x2φ10 diagonais         1,01 1,57         31,30         439,7 451,7         26           1-4         30         2x1φ8 cerca         1,01         31,85         439,7         2           1-5         30         4x1φ8 cerca         2,02         29,10         478,0         29           1-6         30         4x4φ10 lados         3,14         32,60         283,50         2           1-7         30         2x4φ12 diagonais         4,52         32,82         355,50         2           1-8         30         4x2φ10 lados 2x2φ12 diagonais         1,57 2,25         31,60         290,5 333,5         2           1-9         30         4φ10 cerca         3,14         30,95         330,0         2           1-10         30         -         -         33,75         -           1-11         20         4x4φ8 lados 2x2φ10 diagonais         1,01         30,90         431,7 451,3         1           1-13         20         2x4φ10 diagonais         1,57         30,90         431,7 451,3         1           1-16	5,79 5,20 7,00	880
1-3 30	5,20 7,00	
1-3 30	7,00	070
1-5 30 4x1φ8 cerca 2,02 29,10 478,0 29 1-6 30 4x4φ10 lados 3,14 32,60 283,50 2 1-7 30 2x4φ12 diagonais 4,52 32,82 355,50 29 1-8 30 4x2φ10 lados 1,57 31,60 290,5 333,5 20 1-9 30 4φ10 cerca 3,14 30,95 330,0 20 1-10 30 33,75 - 33,75 - 33,	-	870
1-6         30         4x4φ10 lados         3,14         32,60         283,50         2           1-7         30         2x4φ12 diagonais         4,52         32,82         355,50         2           1-8         30         4x2φ10 lados         1,57         31,60         290,5         333,5         2           1-9         30         4φ10 cerca         3,14         30,95         330,0         2           1-10         30         -         -         33,75         -           1-11         20         4x4φ8 lados         2,01         32,10         469,0         18           1-12         20         2x4φ10 diagonais         3,14         37,20         497,3         1           1-13         20         4x2φ8 lados         1,01         30,90         431,7         1           1-14         20         4φ8 cerca         2,01         32,55         474,3         1!           1-15         20         -         -         35,20         -           1-16         30         4x(2φ10+ φ12) lados         3,83         26,60         505,0           1-17         30         2x(2φ12+ 2φ14) diagonais         5,34         36,80         <		635
1-7 30 2x4φ12 diagonais 4,52 32,82 355,50 27  1-8 30 4x2φ10 lados 2x2φ12 diagonais 2,25 31,60 290,5 333,5 26  1-9 30 4φ10 cerca 3,14 30,95 330,0 26  1-10 30 33,75 33,75 34,70 469,0 18  1-11 20 4x4φ8 lados 2,01 32,10 469,0 18  1-12 20 2x4φ10 diagonais 3,14 37,20 497,3 17  1-13 20 4x2φ8 lados 1,01 30,90 431,7 451,3 17  1-14 20 4φ8 cerca 2,01 32,55 474,3 18  1-15 20 35,20 35,20 1,11 30,00 4x(2φ10+ φ12) lados 3,83 26,60 484,0 1,01 30,00 4x(2φ10+ φ12) lados 5,34 36,80 492,3 514,0 1,19 30 4x(1φ10+1φ12) lados 1,92 36,60 523,0 1,192 36,60 523,0 1,	5,60	712,
1-8 30	7,81	747,5
1-8     30     2x2φ12 diagonais     2,25     31,60     333,5     26       1-9     30     4φ10 cerca     3,14     30,95     330,0     26       1-10     30     -     -     33,75     -       1-11     20     4x4φ8 lados     2,01     32,10     469,0     18       1-12     20     2x4φ10 diagonais     3,14     37,20     497,3     17       1-13     20     4x2φ8 lados     1,01     30,90     431,7     451,3     17       1-14     20     4φ8 cerca     2,01     32,55     474,3     18       1-15     20     -     -     35,20     -       1-16     30     4x(2φ10+ φ12) lados     3,83     26,60     505,0       484,0       1-17     30     2x(2φ12+ 2φ14) diagonais     5,34     36,80     492,3       514,0     4x(1φ10+1φ12) lados     1,92     36,60     523,0	7,65	810
1-9 30 4φ10 cerca 3,14 30,95 330,0 26  1-10 30 33,75 33,75 1  1-11 20 4x4φ8 lados 2,01 32,10 469,0 18  1-12 20 2x4φ10 diagonais 3,14 37,20 497,3 17  1-13 20 4x2φ8 lados 1,01 30,90 431,7 451,3 17  1-14 20 4φ8 cerca 2,01 32,55 474,3 18  1-15 20 35,20 - 1  1-16 30 4x(2φ10+ φ12) lados 3,83 26,60 505,0 484,0 11  1-17 30 2x(2φ12+ 2φ14) diagonais 5,34 36,80 492,3 514,0 11  1-18 30 2x(2φ12+ 2φ14) diagonais 5,34 33,25 492,3 514,0 11  1-19 30 4x(1φ10+1φ12) lados 1,92 36,60 523,0 11  1-19 30 4x(1φ10+1φ12) lados 1,92 36,60 523,0 11	5,94	740
1-11 20 4x4φ8 lados 2,01 32,10 469,0 18 1-12 20 2x4φ10 diagonais 3,14 37,20 497,3 17 1-13 20 4x2φ8 lados 1,01 30,90 431,7 451,3 17 1-14 20 4φ8 cerca 2,01 32,55 474,3 18 1-15 20 - 35,20 - 35,20 - 11-16 30 4x(2φ10+ φ12) lados 3,83 26,60 505,0 484,0 1-17 30 2x(2φ12+ 2φ14) diagonais 5,34 36,80 492,3 514,0 1-18 30 2x(2φ12+ 2φ14) diagonais 5,34 33,25 492,3 514,0 1-19 30 4x(1φ10+1φ12) lados 1,92 36,60 523,0 1-19	5,06	705
1-12 20 2x4φ10 diagonais 3,14 37,20 497,3 17 1-13 20 4x2φ8 lados 1,01 30,90 431,7 451,3 17 1-14 20 4φ8 cerca 2,01 32,55 474,3 19 1-15 20 - 35,20 - 35,20 - 1-16 30 4x(2φ10+ φ12) lados 3,83 26,60 505,0 484,0 1-17 30 2x(2φ12+ 2φ14) diagonais 5,34 36,80 492,3 514,0 1-18 30 2x(2φ12+ 2φ14) diagonais 5,34 33,25 492,3 514,0 1-19 30 4x(1φ10+1φ12) lados 1,92 36,60 523,0 1-19	-	270
1-13 20 4x2φ8 lados 1,01 30,90 431,7 451,3 1.  1-14 20 4φ8 cerca 2,01 32,55 474,3 1!  1-15 20 - 35,20 -  1-16 30 4x(2φ10+ φ12) lados 3,83 26,60 505,0 484,0  1-17 30 2x(2φ12+ 2φ14) diagonais 5,34 36,80 492,3 514,0  1-18 30 2x(2φ12+ 2φ14) diagonais 5,34 33,25 492,3 514,0	3,08	475
1-13 20 4x2φ8 lados 1,01 30,90 431,7 451,3 1.1 1-14 20 4φ8 cerca 2,01 32,55 474,3 1.1 1-15 20 - 35,20 - 35,20 - 1.16 30 4x(2φ10+ φ12) lados 3,83 26,60 505,0 484,0 1.17 30 2x(2φ12+ 2φ14) diagonais 5,34 36,80 492,3 514,0 1.18 30 2x(2φ12+ 2φ14) diagonais 5,34 33,25 492,3 514,0 1.19 30 4x(1φ10+1φ12) lados 1,92 36,60 523,0 1.19	7,68	540
1-14 20 4φ8 cerca 2,01 32,55 474,3 19 1-15 20 - 35,20	7,32	510
1-15     20     -     35,20     -       1-16     30 $4x(2\phi 10 + \phi 12)$ lados     3,83 $26,60$ $505,0$ 1-17     30 $2x(2\phi 12 + 2\phi 14)$ diagonais     5,34 $36,80$ $492,3$ 1-18     30 $2x(2\phi 12 + 2\phi 14)$ diagonais     5,34 $33,25$ $492,3$ 1-19     30 $4x(1\phi 10 + 1\phi 12)$ lados     1,92 $36,60$ $523,0$	5,38	435
1-16 30 4x(2φ10+ φ12) lados 3,83 26,60 505,0 484,0  1-17 30 2x(2φ12+ 2φ14) diagonais 5,34 36,80 492,3 514,0  1-18 30 2x(2φ12+ 2φ14) diagonais 5,34 33,25 492,3 514,0  1-19 30 4x(1φ10+1φ12) lados 1,92 36,60 523,0	-	150
1-17 30 2x(2\phi12+ 2\phi14) diagonais 5,34 36,80 492,3 514,0  1-18 30 2x(2\phi12+ 2\phi14) diagonais 5,34 33,25 492,3 514,0  1-19 30 4x(1\phi10+1\phi12) lados 1,92 36,60 523,0	27	1150
1-18 30 2x(2\phi12+ 2\phi14) diagonais 5,34 33,25 492,3 514,0 1.19 30 4x(1\phi10+1\phi12) lados 1,92 36,60 523,0	27	900
$\frac{1.19}{30}$ $\frac{30}{30}$ $4x(1\phi10+1\phi12)$ lados $\frac{1.92}{36.60}$ $\frac{36.60}{523,0}$	27	1177,5
2λ(1ψ101 1ψ12) diagonals   1/2     100/7	27	1185,0
504.5	27	1157,5
520.7	17	815,0
190.7	17	900
4v(1410+1412) lados 1 92 508 0	7,2	665
4y(1410+1412) lados 1.02 5.08.0	7,2	842,5
511 5	7,0	845
	7,4	408
	7,23	650
	7,33	510
	0,68	250
	0,55	290
	3,03	650
	7,05	850
	5,40	842,5
	7,73	810
	7,39	1200
	7,08	1900
4y4612 lados 4.52 4.65.3	7,37	1700
	ı	
1-39 25 4x2\phi12 lados 2,26 43,11 456,0 22 2x2\phi14 diagonais 3,08 43,11 480,0 22	2,62	850

Série -	h	Armadura		f <sub>c</sub>	fy	d	N <sub>Ruptura</sub>
Bloco	(m)	Disposição	cm <sup>2</sup>	(MPa)	(MPa)	(cm)	(kN)
1-40	25	4x4φ12 lados	4,52	33,93	453,3	21,79	750
1-41	25	4x2φ12 lados 2x2φ14 diagonais	2,26 3,08	31,43	462,0 480,0	22,02	800
1-42	25	4x4φ12 lados	4,52	28,38	462,0	22,31	760
1-43	25	4x2φ12 lados 2x2φ14 diagonais	2,26 3,08	33,38	461,5 480,0	21,54	740
1-44	30	4x4φ12 lados	4,52	26,88	311,0	27,16	562,5
1-45	30	4x4φ12 lados	4,52	19,48	311,0	27,16	492,5
1-46	30	4x4φ10 lados	3,14	30,86	444,7	28,78	557,5
1-47	30	4x4φ10 lados	3,14	30,00	440,7	27,46	585,0
1-48	20	4x4φ12 lados	4,52	20,78	318,7	17,12	840
1-49	20	4x4φ12 lados	4,52	21,88	318,7	17,12	692,5
1-50	20	4x4φ10 lados	3,14	32,43	435,7	17,29	750
1-51	20	4x4φ10 lados	3,14	26,10	431,7	17,02	640
2-1	75	4x4φ32 lados 2x7φ16 malha	32,17 14,09	37,25	276,2 279,3	68,0 65,0	7000
2-2	75	4x4φ25 lados 2x7φ12 malha	20,00 8,24	40,80	443,0 516,1	68,5 66,5	6700
2-3	75	4x3\phi32 lados 2x4\phi25 diagonais	24,13 19,63	37,10	278,5 300,3	68,0 62,5	5580
2-4	75	4x3φ25 lados 2x4φ20 diagonais	15,00 12,84	34,15	498,0 474,5	68,5 64,5	7390
2-5	100	4x(2φ32+2φ25) lados 2x8φ12 malha	25,90 9,05	34,15	250,6 281,2 293,1	93,0 90,0	6500
2-6	100	4x(2φ25+2φ20) lados 2x8φ10 malha	16,42 6,57	49,30	484,5 446,0 429,5	93,5 91,0	9000
2-7	100	4x4φ25 lados 2x4φ25 diagonais	19,63 19,63	35,35	291,4	94,0 89,0	7530
2-8	100	4x4\pday20 lados 2x4\pday20 diagonais	12,84 12,84	42,30	486,4	94,0 90,5	8750

Observações: Na Série de Ensaios 1 (escala reduzida), as estacas possuiam seção quadrada de lado igual a 14 cm, enquanto os pilares possuiam seção quadrada com lado igual a 15 cm. A distância entre os eixos de estacas foi mantido fixo em 42 cm. Na Série de Ensaios 2, as estacas possuiam seção quadrada de lado igual a 35 cm, enquanto os pilares possuiam seção quadrada com lado igual a 50 cm. A distância entre os eixos de estacas foi mantido fixo em 120 cm

#### 5.2.5 Modelos Teóricos Refinados

Após os diversos ensaios efetuados e após a análise cuidadosa dos resultados apresentados anteriormente, BLÉVOT & FRÉMY (1967) puderam refinar e generalizar os modelos de apresentados no item 6.2.1 do presente trabalho. Adicionalmente, os pesquisadores franceses propuseram novas disposições construtivas e recomendações quanto à disposição das armaduras, objetivando dessa maneira melhorar os aspectos de fissuração e ruína dos blocos de fundação. A seguir, transcreve-se o equacionamento e os detalhes dos modelos aprimorados:

### a) Blocos Sobre Duas Estacas

Para o caso de blocos sobre duas estacas, BLÉVOT & FRÉMY (1967) recomendam a aplicação da Equação 5.14 para a determinação da força no tirante:

$$F = \frac{N}{4.d} \left( e - \frac{a}{2} \right) = \frac{N.e}{4.d} \left( 1 - \frac{a}{2.e} \right)$$
 (Equação 5.14)

A altura do bloco de fundação sobre duas estacas deve originar escoras compreendidas no intervalo de 45º a 55º, sendo que para isso, a Equação 5.15 deve ser utilizada:

$$0.50.\left(e - \frac{a}{2}\right) \le d \le 0.70.\left(e - \frac{a}{2}\right)$$
 (Equação 5.15)

Adicionalmente, mais três condições devem ser respeitadas, uma referente ao cisalhamento e outras duas referente a segurança das escoras, conforme ilustram as Equações 5.16 a 5.18.

$$\tau_{\rm b} = 0.5714. \frac{\rm N}{\rm b.d} \le 1.2. f_{\rm t}$$
 (Equação 5.16)

$$\sigma_{\rm b} = \frac{N}{A_{\rm p.sin}^2 \theta} \le 0.6.f_{\rm c}$$
 (Equação 5.17)

$$\sigma_{\rm b} = \frac{N}{2.A_{\rm a}.\sin^2\theta} \le 0.6.f_{\rm c}$$
 (Equação 5.18)

Em que:

 $\tau_b$  = Tensão limite de cisalhamento;

N = Força normal aplicada pelo pilar;

f<sub>t</sub> = Resistência à tração do concreto;

b = Largura do bloco de fundação;

d = Altura útil do bloco de fundação:

f<sub>c</sub> = Resistência do concreto aos 28 dias:

 $\sigma_b$  = Tensão normal limite;

 $A_p = \text{Área do pilar (a.b)};$ 

A<sub>e</sub> = Área das estacas;

 $\theta$  = Ângulo de inclinação das escoras segundo a metodologia simplificada.

Adicionalmente é interessante prover aos blocos sobre duas estacas uma certa resistência aos esforços de torção, através das seguintes disposições construtivas:

- Adoção de uma armadura superior com seção transversal igual a 1/8 a 1/5 das armaduras inferiores;
- Adoção de estribos de duas pernas abraçando as barras inferiores e superiores ao longo do comprimento do bloco de fundação, sendo recomendado estribos de 10 mm a cada 12 cm para os casos de cargas baixas.
- Para cargas da ordem de 800 kN recomenda-se a adoção de estribos de duas pernas de 10 mm a cada 10 cm ao longo do comprimento do bloco. Para cargas superiores a 800 kN recomenda-se a utilização de estribos de três ou quatro pernas.

#### b) Blocos Sobre Três Estacas

Para o caso de blocos sobre três estacas, BLÉVOT & FRÉMY (1967) recomendam adotar inclinações para escoras compreendida no intervalo entre 45° e 55°, o que significa adotar a altura útil compreendida no intervalo apresentado na Equação 5.19.

$$0.58.\left(e - \frac{a}{2}\right) \le d \le 0.825.\left(e - \frac{a}{2}\right)$$
 (Equação 5.19)

Se o intervalo acima for adotado os esforços nas armaduras segundo as medianas ou segundo os lados, serão dadas respectivamente pelas Equações 5.20 e 5.21:

$$F_{\text{medianas}} = \frac{N}{4.3}$$
 (Equação 5.20)

$$F_{Lados} = \frac{N}{7.4}$$
 (Equação 5.21)

Duas disposições mistas de armadura são recomendadas pelos pesquisadores franceses para os blocos de fundação sobre três estacas: armaduras em cerca com armaduras segundo as medianas e armaduras em cerca com armadura em malha na base dos blocos, conforme ilustra a Figura 5.12.

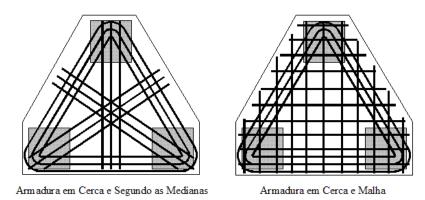


Figura 5.12 – Disposição de armaduras recomendada por BLÉVOT & FRÉMY (1967) para blocos sobre três estacas

Para o caso de armadura em cerca mais armadura em malha, a força de tração é dada pela Equação 5.22. sendo que deve-se adotar uma armadura em malha com 20% da armadura principal. Deve-se observar que a armadura em malha foi determinada empiricamente, de maneira a limitar a fissuração na base dos blocos sobre três estacas.

$$F_{Cerca} = \frac{N.e}{9.d} \left( 1 - \frac{a}{2.e} \right)$$
 (Equação 5.22)

Para o caso de blocos sobre três estacas com armaduras segundo as medianas mais armaduras em cerca, as forças são determinadas conforme a sequir:

$$F_{Cerca} = \frac{N'.e}{9.d} \left( 1 - \frac{a}{2.e} \right)$$
 (Equação 5.23)

$$0.66.N \le N^{'} \le 0.80.N$$
 (Equação 5.24)

$$F_{\text{Medianas}} = \frac{(N - N').e.\sqrt{3}}{9.d} \left(1 - \frac{a}{2.e}\right)$$
 (Equação 5.25)

As condições relativas a resistência à compressão das escoras são dadas pelas Equações 5.26 e 5.27:

$$\sigma_{\rm b} = \frac{\rm N}{\rm A_{\rm p}.sin^2\theta} \le 0.75.f_{\rm c} \tag{Equação 5.26}$$

$$\sigma_{\rm b} = \frac{\rm N}{3.\rm A_{\circ}.sin^2\theta} \le 0.75.\rm f_{\rm c}$$
 (Equação 5.27)

## c) Blocos Sobre Quatro Estacas

Para o caso de blocos sobre quatro estacas, BLÉVOT & FRÉMY (1967) recomendam adotar inclinações para escoras compreendida no intervalo entre 45° e 55°, o que significa adotar a altura útil compreendida no intervalo apresentado na Equação 5.28.

$$0.71 \cdot \left(e - \frac{a}{2}\right) \le d \le \left(e - \frac{a}{2}\right)$$
 (Equação 5.28)

Se o intervalo acima for adotado os esforços nas armaduras segundo as diagonais ou segundo os lados, serão dadas respectivamente por:

$$F_{\text{Diagonals}} = \frac{N}{5,65}$$
 (Equação 5.29)

$$F_{Lados} = \frac{N}{8}$$
 (Equação 5.30)

Adicionalmente, quatro disposições de armadura são recomendadas pelos pesquisadores franceses para os blocos de fundação sobre quatro estacas:

- (1) Armaduras segundo os lados + armaduras diagonais;
- (2) Armaduras em cerca + armaduras diagonais;
- (3) Armaduras segundo os lados + armaduras em malhas;
- (4) Armaduras em cerca + armaduras em malha.

Para o caso dos sistemas (1) e (2), as armaduras são calculadas através das Equações 5.31 a 5.33.

$$F_{Lados} = F_{Cerca} = \frac{N'.e}{8.d} \left( 1 - \frac{a}{2.e} \right)$$
 (Equação 5.31)

$$0.5.N \le N' \le 0.65.N$$
 (Equação 5.32)

$$F_{\text{Diagonais}} = \frac{(\text{N - N'}).\text{e.}\sqrt{2}}{8.\text{d}} \left(1 - \frac{\text{a}}{2.\text{e}}\right)$$
 (Equação 5.33)

Para o caso dos sistemas (3) e (4), as armaduras são calculadas pelas Equações 5.34 a 5.36.

$$F_{Lados} = F_{Cerca} = \frac{N'.e}{8.d} \left( 1 - \frac{a}{2.e} \right)$$
 (Equação 5.34)

$$0.75.N \le N' \le 0.85.N$$
 (Equação 5.35)

$$F_{Malha} = 2.4 \frac{(N - N').e}{8.d} \left(1 - \frac{a}{2.e}\right)$$
 (Equação 5.36)

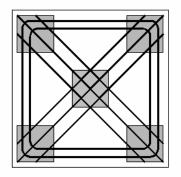
As condições relativas a resistência à compressão das escoras são dadas pelas Equações 5.37 e 5.38.

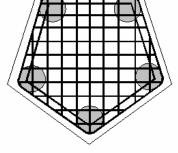
$$\sigma_{\rm b} = \frac{\rm N}{\rm A_{\rm p}.sin^2\theta} \le 0.90.f_{\rm c} \tag{Equação 5.37}$$

$$\sigma_{\rm b} = \frac{\rm N}{3.\rm A_{\rm c}.\sin^2\theta} \le 0.90.\rm f_{\rm c}$$
 (Equação 5.38)

#### d) Blocos Sobre Cinco Estacas

Para o caso de blocos sobre cinco estacas, BLÉVOT & FRÉMY (1967) recomendam adotar o mesmo procedimento utilizado para o bloco sobre quatro estacas, com a diferença de que a carga a ser introduzida na formulação deve ser igual a 4/5.N. Esse caso, que deve utilizar barras diagonais e em cerca, conforme ilustra a Figura 5.13, refere-se a um bloco retangular de cinco estacas, com uma das estacas posicionada no centro do bloco.





Armadura em Cerca e Segundo as Medianas

Armadura em Cerca e Malha

Figura 5.13 - Disposição de armaduras recomendada por BLÉVOT & FRÉMY (1967) para blocos sobre cinco estacas

Para o caso de blocos sobre cinco estacas dispostas ao longo de um poligono regular, convém adotar armaduras em cerca, contornando os lados do bloco, mais uma armadura em malha, de maneira a equilibrar os esforços de tração resultantes da decomposição das forças nas escoras. O esforço atuante nas armaduras é calculado a partir da Equação 5.39:

$$F_{Cerca} = \frac{0.725.\text{N.e}}{5.\text{d}} \left( 1 - \frac{\text{a}}{3.4.\text{e}} \right)$$
 (Equação 5.39)

Recomenda-se adotar inclinações para escoras compreendida no intervalo entre 45º e 55º, o que significa adotar a altura útil compreendida no intervalo apresentado na Equação 5.40. Se for adotado o intervalo especificado a força atuante nos tirante na forma de armadura em cerca passa a ter o valor apresentado na Equação 5.41.

$$0.851.\left(1-\frac{a}{3.4.e}\right) \le d \le 1.20.e.\left(1-\frac{a}{3.4.e}\right)$$
 (Equação 5.40)

$$F_{Cerca} = \frac{N}{8.3}$$
 (Equação 5.41)

As armaduras em cerca devem equilibrar os esforços resultantes da aplicação da carga N. Porém, de maneira a evitar a fissuração excessiva no centro do bloco de fundação, é conveniente dispor uma armadura em malha na base, com área não inferior a 20% da área das armaduras em cerca.

## e) Blocos Sobre Seis Estacas

De acordo com BLÉVOT & FRÉMY (1967), duas disposições são normalmente encontradas: bloco com seis estacas ao longo de um poligono ou bloco com cinco estacas dispostas ao longo de um poligono regular mais uma estaca central, conforme ilustra a Figura 5.14.

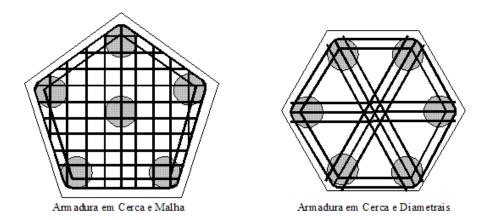


Figura 5.14 - Disposição de armaduras recomendada por BLÉVOT & FRÉMY (1967) para blocos sobre seis estacas

Para o caso de cinco estacas distribuídas ao longo do perímetro do bloco e mais uma estaca central, pode-se utilizar a mesma metodologia utilizada para blocos sobre cinco estacas, substituindo a carga original por uma carga igual a 5.N/6.

Para o caso de bloco com seis estacas distribuídas ao longo do poligono regular a transmissão das cargas para as estacas se faz através de seis escoras inclinadas. Os esforços de tração resultantes da decomposição das forças são normalmente equilibradas por armaduras dispostas em cerca e passando pela diagonalmente pela cabeça das estacas, conforme ilustra a Figura 5.14.

As forças de tração nas armaduras em cerca e nas armaduras diagonais são respectivamente dadas pelas Equações 5.42 e 5.43:

$$F_{Cerca} = \frac{N.e}{6.d} \left( 1 - \frac{a}{4.e} \right)$$
 (Equação 5.42)

$$F_{\text{Diagonals}} = \frac{\text{N.e}}{6.\text{d}} \left( 1 - \frac{\text{a}}{4.\text{e}} \right)$$
 (Equação 5.43)

Recomenda-se adotar inclinações para escoras compreendida no intervalo entre 45º e 55º, o que significa adotar a altura útil compreendida no intervalo apresentado na Equação 5.44. Se for adotado o intervalo especificado a força atuante nas armaduras passa a ter o valor apresentado na Equação 5.45.

$$e(1-\frac{a}{4.e}) \le d \le 1,428.e(1-\frac{a}{4.e})$$
 (Equação 5.44)

$$F_{Cerca} = F_{Diagonais} = \frac{N}{8.6}$$
 (Equação 5.45)

#### e) Blocos Sobre Sete Estacas

De acordo com BLÉVOT & FRÉMY (1967), para blocos sobre sete estacas, sendo seis estacas distribúidas ao longo do poligono regular e uma estaca posicionada no centro do bloco, pode-se utilizar os mesmos critérios apresentados para blocos sobre seis estacas, com a diferença de que a carga aplicada passa a ser igual 6.N/7.

#### 5.2.6 Considerações Finais

Foram apresentadas as equações para o caso simples de pilares quadrados submetidos a cargas centradas. Para pilares retangulares, BLÉVOT & FRÉMY (1967) recomendam aplicar a metodologia simplificada substituindo a dimensão "a" pela menor dimensão do pilar. No caso de pilares sujeitos a flexão obliqua, os pesquisadores franceses esclarecem que alguns engenheiros continuam aplicando o Método das Bielas, substituindo a carga centrada N por uma carga equivalente N'= n.E, sendo E a força da estaca mais solicitada. Essa metodologia parece ser bastante racional e conduz a resultados muito seguros.

BLÉVOT & FRÉMY (1967) também apresentaram uma metodologia específica para tratar blocos de fundação suportando pilares submetidos à flexão oblíqua composta de uma maneira mais formal. No entanto, essa metodologia apresenta um desenvolvimento árduo de expressões utilizando cálculo diferencial e integral e parecem pouco interessantes do ponto de vista prático. Em capítulo específico, o autor do presente trabalho apresentará o desenvolvimento de expressões mais compactas para o tratamento desse caso, muito comum na prática porém pouco abordado em trabalhos científicos.

## 5.3. Pesquisas Conduzidas no Brasil

MAUTONI (1972) estudou a aplicação do Método das Bielas para blocos rígidos sobre duas estacas e definiu uma taxa de armadura crítica capaz de prever com grande precisão o tipo de ruína do elemento estrutural. Graças a esse trabalho é possível registrar uma série de ensaios realizados previamente à década de 70 e que ajudam a entender a evolução do dimensionamento dos blocos de fundação.

ANDRADE (1972) investigou experimentalmente e numericamente o comportamento de blocos de fundação sobre duas estacas solicitados por cargas inclinadas. A análise numérica foi realizada por elementos finitos com o uso do programa ICES – STRUDL II e, ao todo, foram realizados seis ensaios experimentais: um bloco sem armadura longitudinal de tração, três blocos armados longitudinalmente e dois blocos armados longitudinalmente e horizontalmente (estribos de costela). Como resultados da pesquisa o pesquisador propôs um processo prático para o dimensionamento das armaduras longitudinais e horizontais (costura), bem como, equações para prever a carga de ruptura dos blocos.

ITURRIOZ et al. (2000) realizaram estudo experimental e numérico de blocos de fundação sobre duas estacas utilizando métodos intrinsecamente diferentes disponíveis no programa ANSYS: o Método dos Elementos Finitos e o Método dos Elementos Discretos.

MIGUEL (1999) e MIGUEL et al (2000) realizaram ensaios experimentais e análises numéricas em 9 blocos rígidos sobre três estacas, conservando a armadura principal e variando a armadura secundária, com o objetivo de se avaliar o desenvolvimento de fissuras e o comportamento da carga de ruína. As recomendações clássicas de FRÉMY & BLEVÓT (1967) foram utilizado no dimensionamento dos blocos na forma de triângulo equilátero e verificou-se rupturas devido à tração transversal das escoras e ao escoamento das barras longitudinais em uma direção.

SOUZA (2004), SOUZA & BITTENCOURT (2004) e SOUZA & BITTENCOURT (2006), propuseram uma "Prática Recomendada" para NBR6118 (2003), através da preposição de novos modelos de dimensionamento baseados no Método das Bielas e na limitação de níveis tensão em pilares e estaca, visando preservar indiretamente a integridade das escoras. As seguintes conclusões foram obtidas pelos pesquisadores, através de análises numéricas/analíticas de blocos de fundação sobre 2, 3 e 4 estacas ensaiados experimentalmente por MAUTONI (1972), MIGUEL (2004), SAM & IYER (1995), respectivamente:

- Faz-se necessário limitar a tensão atuante no pilar em cerca de 0,8.f<sub>ck</sub> ou dispor armaduras horizontais na forma de estribos ao longo da altura de blocos de fundação com relação a/d inferior a 0,5. Estas informações indicam a necessidade de se utilizar uma armadura em gaiola para blocos;
- Para blocos rígidos com relação a/d superior a 0,5, pode-se garantir a integridade das escoras e das regiões nodais indiretamente, através da limitação da máxima tensão atuante no pilar. Observa-se que esse nível de tensão, cerca de 1,0.f<sub>ck</sub>, tende a ser maior do que aquele verificado para as escoras dos casos bidimensionais.

DELALIBERA et al. (2005) e DELALIBERA & GIONGO (2005) tem aplicado o Método dos Elementos Finitos visando obter respostas sobre o nível de tensão em blocos de duas e cinco estacas. Deve-se observar que GIONGO e seu grupo de pesquisa, estabelecido na Universidade de São Paulo – campus de São Carlos, vem ao longo de vários anos realizando pesquisas numéricas e experimentais sobre o comportamento de blocos de fundação. Quando do retorno ao Brasil, o autor do presente trabalho espera interagir com esse grupo de pesquisa, visando encaminhar propostas sobre o assunto para a Comissão de Estudos e Revisão da NBR6118.

CAMPOS & MARCELINNO (2006) aplicaram o Método das Bielas e a análise numérica para a análise do comportamento de blocos pré-fabricados de concreto que utilizavam colarinho como ligação para o pilar. SOUZA et al (2006) aplicando o Método das Bielas demonstrou que consolos duplos sujeitos a cargas normais se comportam de maneira semelhante ao blocos rígidos sobre duas estacas, podendo ser utilizado o mesmo modelo de dimensionamento para as armaduras. Adicionalmente, o pesquisador demonstrou a necessidade de se dispor armadura de costura visando-se obter rupturas ducteis para estes elementos estruturais.

### 5.4. Banco de Dados Experimentais Sobre Blocos de Fundação

Procura-se apresentar na sequência os principais resultados experimentais obtidos para blocos de fundação, de maneira a se constituir um banco de dados para trabalhos futuros. Observa-se que o número de ensaios é bastante limitado e na maioria das vezes se concentraram no caso de blocos sobre quatro estacas. Acredita-se que esse seja o trabalho que contenha o maior número de informações sobre ensaios experimentais com blocos de fundação até o presente momento.

Uma compilação de resultados experimentais existentes para blocos sobre 2, 3 e 4 estacas, são apresentados na

Tabela 5.4, Tabela 5.5 e Tabela 5.6, respectivamente. De maneira a otimizar a introdução dos dados, foram apenas inseridos os resultados referentes às disposições de armadura concentradas sobre as estacas e em malha, uma vez que essas parecem ser as disposições que se consegraram na prática. Adicionalmente, deve-se observar que esses resultados somam-se àqueles já fornecidos referentes aos ensaios de BLÉVOT & FRÉMY (1967).

Tabela 5.4 – Compilação de Resultados Experimentais para Blocos Sobre Duas Estacas

10	HOBS & STEIN (1957)													
Bloco	L (m)	h (m)	e (m)	W (m)	b (m)	p (m)	a (m)	A <sub>sx</sub> (cm²)	d <sub>x</sub> (m)	a/d	f <sub>c</sub> (MPa)	f <sub>y</sub> (MPa)	N <sub>ruina</sub> (kN)	
Aa	0,46	0,23	0,3	0,14	0,15	0,1	0,15	3,54	0,2	0,75	12,48	434,4	233,69	
Ac	0,46	0,23	0,3	0,14	0,15	0,1	0,15	2,13	0,2	0,75	12,48	434,4	203,21	
Ва	0,46	0,23	0,3	0,14	0,15	0,1	0,15	3,54	0,2	0,75	13,31	434,4	254,01	
Вс														
Ca	0,46	0,23	0,3	0,14	0,15	0,1	0,15	3,54	0,2	0,75	23,1	434,4	340,38	
Сс	0,46	0,23	0,3	0,14	0,15	0,1	0,15	2,13	0,2	0,75	23,1	434,4	254,01	
					S	OUZA e	et al (20	06)						
Bloco	L (m)	h (m)	e (m)	W (m)	b (m)	p (m)	a (m)	A <sub>sx</sub> (cm²)	d <sub>x</sub> (m)	a/d	f <sub>c</sub> (MPa)	f <sub>y</sub> (MPa)	N <sub>ruina</sub> (kN)	
A1	0,6	0,2	0,4	0,2	0,2	0,05	0,2	1,5	0,175	1,14	32,83	500	217,08	
					ľ	OTUAN	NI (197	2) <sup>*</sup>						
Bloco	L (m)	h (m)	e (m)	W (m)	b (m)	p (m)	a (m)	A <sub>sx</sub> (cm²)	d <sub>x</sub> (m)	a/d	f <sub>c</sub> (MPa)	f <sub>y</sub> (MPa)	N <sub>ruina</sub> (kN)	
A1	0,55	0,25	0,32	0,15	0,15	0,1	0,16	7,36	0,21	0,76	36,3	720	800	
	*Mais dados obtidos por esse pesquisador serão obtidas quando da volta ao Brasil													

Observações: Em todos os casos os pilares e as estacas são quadradas. L = Comprimento do bloco de fundação; h = Altura do bloco de fundação; e = Espaçamento entre eixos de Estacas; w = Largura dos blocos de fundação; b = Largura do pilar; p = Largura das estacas; a' = Distância do centro do pilar ao centro das estacas;  $A_{sx}$  = Armadura na direção x;  $A_{tx}$  = Altura útil do bloco na direção x;  $A_{tx}$  = Resistência à compressão do concreto;  $A_{tx}$  = Resistência ao escoamento do aço;  $A_{tx}$  = Carga de ruína do bloco.

Tabela 5.5 – Compilação de Resultados Experimentais para Blocos Sobre Três Estacas

MIGUEL (2000)													
Bloco	Layout	h (m)	e (m)	b(m) Quadrado	p(m) Circular	A <sub>s</sub> (cm²)	d (m)	f <sub>c</sub> (MPa)	f <sub>y</sub> (MPa)	N <sub>esc</sub> (kN)	N <sub>ruina</sub> (kN)		
B20A1-1	С	0,55	0,96	0,35	0,2	3,78	0,50	27,4	591	-	1512		
B20A1-2	С	0,55	0,96	0,35	0,2	3,78	0,50	33,0	591	1648	1648		
B30A1	С	0,55	0,96	0,35	0,3	3,78	0,50	31,0	591	1909	1909		
B20A3	C+D	0,55	0,96	0,35	0,2	3,78	0,50	35,5	591	-	1945		
B30A3	C+D	0,55	0,96	0,35	0,3	3,78	0,50	37,9	591	1938	1938		
B20A4	C+D+P	0,55	0,96	0,35	0,2	3,78	0,50	24,5	591	2375	2375		
B30A4	C+D+P	0,55	0,96	0,35	0,3	3,78	0,50	35,6	591	2283	2283		

Observações: Estacas distribuídas na forma de triângulo equilátero e em todos os casos os pilares são quadrados e as estacas são circulares. Não foi considerada a série A2 devido a presença de armadura diagonal. C = Armadura concentrada de  $A_s$  sobre as estacas; C+D = Armadura concentrada  $A_s$  sobre as estacas mais armadura em malha de aproximadamente 6,3 mm c/16 cm; C+D+P = Armadura concentrada  $A_s$  sobre as estacas mais armadura em gaiola constituida por 6,3 mm c/16cm; h = Altura do bloco de fundação; h = Armadura concentrada sobre as estacas; h = Armadura concentrada sobre as estacas; h = Armadura concentrada concentrada concentrada concentrada de estacas; h = Armadura de estacas; h = Armadura concentrada de estacas; h = Armadura de estacas; h = Armadura concentrada de estacas; h = Armadura de estacas; h = Ar

Tabela 5.6 – Compilação de Resultados Experimentais para Blocos Sobre Quatro Estacas

						3		LARKE	(1973)			ne Qualio i						
Bloco	Layout	L (m)	h (m)	e (m)	b(m) Ret.	p(m) Circ.	a (m)	Asx (cm²)	dx (m)	Asy (cm²)	dy (m)	a'/d	fc (Mpa)	fy (Mpa)	N <sub>fiss</sub> (kN)	N <sub>esc</sub> (kN)	N <sub>ruina</sub> (kN)	Modo Ruína
A1	D	0,95	0,45	0,6	0,2	0,2	0,3	7,85	0,405	7,85	0,395	0,75	26,6	410	-	-	1110	s
A2	С	0,95	0,45	0,6	0,2	0,2	0,3	7,85	0,405	7,85	0,395	0,75	34	410	-	-	1420	S
A4	D	0,95	0,45	0,6	0,2	0,2	0,3	7,85	0,405	7,85	0,395	0,75	26,7	410	ı	-	1230	s
A5	С	0,95	0,45	0,6	0,2	0,2	0,3	7,85	0,405	7,85	0,395	0,75	33,2	410	-	-	1400	s
A7	D	0,95	0,45	0,6	0,2	0,2	0,3	7,85	0,405	7,85	0,395	0,75	30,2	410	ı	-	1640	s
A8	С	0,95	0,45	0,6	0,2	0,2	0,3	7,85	0,405	7,85	0,395	0,75	34	410	-	-	1510	s
A9	D	0,95	0,45	0,6	0,2	0,2	0,3	7,85	0,405	7,85	0,395	0,75	33,2	410	ı	-	1450	s
A10	D	0,95	0,45	0,6	0,2	0,2	0,3	7,85	0,405	7,85	0,395	0,75	23,5	410	-	-	1520	s
A11	D	0,95	0,45	0,6	0,2	0,2	0,3	7,85	0,405	7,85	0,395	0,75	22,5	410	-	-	1640	f
A12	D	0,95	0,45	0,6	0,2	0,2	0,3	7,85	0,405	7,85	0,395	0,75	31,6	410	-	-	1640	f
B1	D	0,75	0,45	0,4	0,2	0,2	0,2	6,28	0,405	6,28	0,395	0,50	33,4	410	-	-	2080	s
B2	D	0,75	0,45	0,4	0,2	0,2	0,2	7,85	0,405	7,85	0,395	0,50	30,8	410	-	-	1870	s
B3	D	0,75	0,45	0,4	0,2	0,2	0,2	4,71	0,405	4,71	0,395	0,50	43,7	410	-	-	1770	f
	SABNIS & GOGATE (1984)																	
Bloco	Layout	L (m)	h (m)	e (m)	b(m) Circ.	p(m) Circ.	a (m)	Asx (cm²)	dx (m)	Asy	dy	a'/d	fc	fy	$N_{fiss}$	N <sub>esc</sub>	N <sub>ruina</sub>	Modo
SS1	D						` ,	(- /	(,	(cm²)	(m)		(Mpa)	(Mpa)	(kN)	(kN)	(kN)	Ruína
		0,33	0,15	0,26	0,076	0,076	0,13	0,77	0,11	(cm²) 0,77	( <b>m</b> )	1,14	(Mpa) 31,3	( <b>Mpa</b> ) 499,4	(kN) -	(kN) -	(kN) 250,42	Ruína -
SS2	D	0,33 0,33	0,15 0,15	0,26 0,26	0,076 0,076	0,076 0,076	0,13 0,13	` ′	` ′	` ′	` '	1,14 1,12	,		` '	(kN) - -	` ,	Ruína - -
SS2 SS3		-,		,		,	,	0,77	0,11	0,77	0,11	,	31,3	499,4	-	- - -	250,42	-
	D	0,33	0,15	0,26	0,076	0,076	0,13	0,77	0,11 0,12	0,77 0,50	0,11 0,12	1,12	31,3 31,3	499,4 653,84	-	- - -	250,42 244,64	-
SS3	D D	0,33 0,33	0,15 0,15	0,26	0,076 0,076	0,076 0,076	0,13 0,13	0,77 0,50 0,65	0,11 0,12 0,11	0,77 0,50 0,65	0,11 0,12 0,11	1,12 1,17	31,3 31,3 31,3	499,4 653,84 886,01	-		250,42 244,64 247,98	-
SS3 SS4	D D D	0,33 0,33 0,33	0,15 0,15 0,15	0,26 0,26 0,26	0,076 0,076 0,076	0,076 0,076 0,076	0,13 0,13 0,13	0,77 0,50 0,65 0,94	0,11 0,12 0,11 0,11	0,77 0,50 0,65 0,94	0,11 0,12 0,11 0,11	1,12 1,17 1,16	31,3 31,3 31,3 31,3	499,4 653,84 886,01 454,76	- - -		250,42 244,64 247,98 225,74	-
SS3 SS4 SS5	D D D D	0,33 0,33 0,33 0,33	0,15 0,15 0,15 0,15	0,26 0,26 0,26 0,26	0,076 0,076 0,076 0,076	0,076 0,076 0,076 0,076	0,13 0,13 0,13 0,13	0,77 0,50 0,65 0,94 1,93	0,11 0,12 0,11 0,11 0,11	0,77 0,50 0,65 0,94 1,93	0,11 0,12 0,11 0,11 0,11	1,12 1,17 1,16 1,20	31,3 31,3 31,3 31,3 41	499,4 653,84 886,01 454,76 491,85	- - - -		250,42 244,64 247,98 225,74 263,54	-
SS3 SS4 SS5 SS6	D D D D D	0,33 0,33 0,33 0,33 0,33	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,26 0,26 0,26 0,26 0,26	0,076 0,076 0,076 0,076 0,076	0,076 0,076 0,076 0,076 0,076	0,13 0,13 0,13 0,13 0,13 0,13	0,77 0,50 0,65 0,94 1,93 2,82 2,13	0,11 0,12 0,11 0,11 0,11 0,11	0,77 0,50 0,65 0,94 1,93 2,82 2,13	0,11 0,12 0,11 0,11 0,11 0,11	1,12 1,17 1,16 1,20 1,20	31,3 31,3 31,3 31,3 41 41	499,4 653,84 886,01 454,76 491,85 501,47	- - - -		250,42 244,64 247,98 225,74 263,54 280,22	- - - -
SS3 SS4 SS5 SS6	D D D D D	0,33 0,33 0,33 0,33 0,33	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,26 0,26 0,26 0,26 0,26	0,076 0,076 0,076 0,076 0,076	0,076 0,076 0,076 0,076 0,076	0,13 0,13 0,13 0,13 0,13 0,13	0,77 0,50 0,65 0,94 1,93 2,82 2,13	0,11 0,12 0,11 0,11 0,11 0,11 0,12	0,77 0,50 0,65 0,94 1,93 2,82 2,13	0,11 0,12 0,11 0,11 0,11 0,11	1,12 1,17 1,16 1,20 1,20	31,3 31,3 31,3 31,3 41 41	499,4 653,84 886,01 454,76 491,85 501,47	- - - -		250,42 244,64 247,98 225,74 263,54 280,22	- - - -
SS3 SS4 SS5 SS6 SG2	D D D D D D	0,33 0,33 0,33 0,33 0,33 0,33	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,26 0,26 0,26 0,26 0,26 0,26 0,26	0,076 0,076 0,076 0,076 0,076 0,076 0,076	0,076 0,076 0,076 0,076 0,076 0,076	0,13 0,13 0,13 0,13 0,13 0,13 ADE	0,77 0,50 0,65 0,94 1,93 2,82 2,13 BAR et Asx	0,11 0,12 0,11 0,11 0,11 0,11 0,12 al (199) dx	0,77 0,50 0,65 0,94 1,93 2,82 2,13 0)	0,11 0,12 0,11 0,11 0,11 0,11 0,12	1,12 1,17 1,16 1,20 1,20 1,11	31,3 31,3 31,3 31,3 41 41 17,9	499,4 653,84 886,01 454,76 491,85 501,47 499,44	Nfiss	N <sub>esc</sub>	250,42 244,64 247,98 225,74 263,54 280,22 173,47	- - - - - - -
SS3 SS4 SS5 SS6 SG2	D D D D D Layout	0,33 0,33 0,33 0,33 0,33 0,33 L (m)	0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15	0,26 0,26 0,26 0,26 0,26 0,26 e (m)	0,076 0,076 0,076 0,076 0,076 0,076 b(m) Ret.	0,076 0,076 0,076 0,076 0,076 0,076 0,076	0,13 0,13 0,13 0,13 0,13 0,13 0,13 ADE	0,77 0,50 0,65 0,94 1,93 2,82 2,13 EBAR et Asx (cm²)	0,11 0,12 0,11 0,11 0,11 0,11 0,12 al (199) dx (m)	0,77 0,50 0,65 0,94 1,93 2,82 2,13 0) Asy (cm²)	0,11 0,12 0,11 0,11 0,11 0,11 0,12 dy (m)	1,12 1,17 1,16 1,20 1,20 1,11	31,3 31,3 31,3 31,3 41 41 17,9	499,4 653,84 886,01 454,76 491,85 501,47 499,44 fy (Mpa)	- - - - - - Nfiss (kN)	(kN) (kN)	250,42 244,64 247,98 225,74 263,54 280,22 173,47 N <sub>ruina</sub> (kN)	- - - - - - -

SUZUKI et al (1998)																		
Bloco	Layout	L (m)	h (m)	e (m)	b(m) Ret.	p(m) Circ.	a (m)	Asx (cm²)	dx (m)	Asy (cm²)	dy (m)	a'/d	fc (Mpa)	fy (Mpa)	N <sub>fiss</sub> (kN)	N <sub>esc</sub> (kN)	N <sub>ruina</sub> (kN)	Modo Ruína
BPC-20-1	С	0,9	0,2	0,54	0,3	0,15	0,27	5,67	0,15	5,67	0,14	1,84	21,9	413	176	510	519	f+p
BPC-20-2	С	0,9	0,2	0,54	0,3	0,15	0,27	5,67	0,15	5,67	0,14	1,84	19,9	413	167	519	529	f+p
BPC-25-1	С	0,9	0,25	0,54	0,3	0,15	0,27	7,09	0,20	7,09	0,19	1,37	18,9	413	255	813	818	f+s
BPC-25-2	С	0,9	0,25	0,54	0,3	0,15	0,27	7,09	0,20	7,09	0,19	1,37	22	413	235	813	813	f+p
BPC-20-30-1	С	0,8	0,2	0,5	0,3	0,15	0,25	4,25	0,15	4,25	0,14	1,71	29,8	405	225	490	500	F
BPC-20-30-2	С	0,8	0,2	0,5	0,3	0,15	0,25	4,25	0,15	4,25	0,14	1,71	29,8	405	235	490	495	F
BPC-30-30-1	С	0,8	0,3	0,5	0,3	0,15	0,25	5,67	0,25	5,67	0,24	1,01	28,9	405	392	1029	1039	f+s
BPC-30-30-2	С	0,8	0,3	0,5	0,3	0,15	0,25	5,67	0,25	5,67	0,24	1,01	30,9	405	431	1029	1029	f+s
BPC-30-25-1	С	0,8	0,3	0,5	0,25	0,15	0,25	5,67	0,25	5,67	0,24	1,01	29,1	405	363	833	853	f+s
BP-20-1	D	0,90	0,20	0,54	0,3	0,15	0,27	5,67	0,15	5,67	0,14	1,84	21,3	413	176	510	519	f+s
BP-20-2	D	0,90	0,20	0,54	0,3	0,15	0,27	5,67	0,15	5,67	0,14	1,84	20,4	413	176	470	480	f+s
BP-25-1	D	0,90	0,25	0,54	0,3	0,15	0,27	7,09	0,20	7,09	0,19	1,37	22,6	413	274	-	735	S
BP-25-2	D	0,90	0,25	0,54	0,3	0,15	0,27	7,09	0,20	7,09	0,19	1,37	21,5	413	274	-	755	S
BP-20-30-1	D	0,80	0,20	0,5	0,3	0,15	0,25	4,25	0,15	4,25	0,14	1,71	29,1	405	196	470	485	f+s
BP-20-30-2	D	0,80	0,20	0,5	0,3	0,15	0,25	4,25	0,15	4,25	0,14	1,71	29,8	405	235	480	480	f+s
BP-30-30-1	D	0,80	0,30	0,5	0,3	0,15	0,25	5,67	0,25	5,67	0,24	1,01	27,3	405	431	907	916	S
BP-30-30-2	D	0,80	0,30	0,5	0,3	0,15	0,25	5,67	0,25	5,67	0,24	1,01	28,5	405	392	1029	907	f+s
BP-30-25-1	D	0,80	0,30	0,5	0,25	0,15	0,25	5,67	0,25	5,67	0,24	1,01	30,9	405	402	784	794	f+s
BP-30-25-2	D	0,80	0,30	0,5	0,25	0,15	0,25	5,67	0,25	5,67	0,24	1,01	26,3	405	353	-	725	S
							SU	ZUKI et	al (1999	9)								
Bloco	Layout	L (m)	h (m)	e (m)	b(m) Ret.	p(m) Circ.	a (m)	Asx (cm²)	dx (m)	Asy (cm²)	dy (m)	a'/d	fc (Mpa)	fy (Mpa)	N <sub>fiss</sub> (kN)	N <sub>esc</sub> (kN)	N <sub>ruina</sub> (kN)	Modo Ruína
TDL1-1	D	0,9	0,35	0,6	0,25	0,15	0,30	2,852	0,30	2,852	0,29	1,02	30,9	356	363	372	392	F
TDL1-2	D	0,9	0,35	0,6	0,25	0,15	0,30	2,852	0,30	2,852	0,29	1,02	28,2	356	372	372	392	F
TDL2-1	D	0,9	0,35	0,6	0,25	0,15	0,30	4,28	0,30	4,28	0,29	1,02	28,6	356	333	490	519	f
TDL2-2	D	0,9	0,35	0,6	0,25	0,15	0,30	4,28	0,30	4,28	0,29	1,02	28,8	356	314	470	472	f
TDL3-1	D	0,9	0,35	0,6	0,25	0,15	0,30	5,70	0,30	5,70	0,29	1,02	29,6	356	294	598	608	f
TDL3-3	D	0,9	0,35	0,6	0,25	0,15	0,30	5,70	0,30	5,70	0,29	1,02	29,3	356	255	578	627	f
TDS1-1	D	0,9	0,35	0,45	0,25	0,15	0,23	4,28	0,30	4,28	0,29	0,76	25,6	356	598	735	921	f
TDS1-2	D	0,9	0,35	0,45	0,25	0,15	0,23	4,28	0,30	4,28	0,29	0,76	27	356	559	725	833	f
TDS2-1	D	0,9	0,35	0,45	0,25	0,15	0,23	5,70	0,30	5,70	0,29	0,76	27,2	356	578	882	1005	f
TDS2-2	D	0,9	0,35	0,45	0,25	0,15	0,23	5,70	0,30	5,70	0,29	0,76	27,3	356	578	902	1054	f
TDS3-1	D	0,9	0,35	0,45	0,25	0,15	0,23	7,84	0,30	7,84	0,29	0,76	28	356	510	1117	1299	f+s

TDS3-2	D	0,9	0,35	0,45	0,25	0,15	0,23	7,84	0,30	7,84	0,29	0,76	28,1	356	529	1196	1303	f+s
TDM1-1	D	0,9	0,3	0,5	0,25	0,15	0,25	2,85	0,25	2,85	0,24	1,02	27,5	356	382	392	490	f
TDM1-2	D	0,9	0,3	0,5	0,25	0,15	0,25	2,85	0,25	2,85	0,24	1,02	26,3	356	363	392	461	f
TDM2-1	D	0,9	0,3	0,5	0,25	0,15	0,25	4,28	0,25	4,28	0,24	1,02	29,6	383	353	539	657	f
TDM2-2	D	0,9	0,3	0,5	0,25	0,15	0,25	4,28	0,25	4,28	0,24	1,02	27,6	383	372	549	657	f
TDM3-1	D	0,9	0,3	0,5	0,25	0,15	0,25	12,70	0,25	12,70	0,24	1,03	27	370	314	-	1245	s
TDM3-2	D	0,9	0,3	0,5	0,25	0,15	0,25	12,70	0,25	12,70	0,24	1,03	28	370	294	-	1210	S
			<u> </u>				SU	ZUKI et	al (2000	)								
Bloco	Layout	L (m)	h (m)	e (m)	b(m) Ret.	p(m) Circ.	a (m)	Asx (cm²)	dx (m)	Asy (cm²)	dy (m)	a'/d	fc (Mpa)	fy (Mpa)	N <sub>fiss</sub> (kN)	N <sub>esc</sub> (kN)	N <sub>ruina</sub> (kN)	Modo Ruína
BDA-20-25-70-1	D	0,70	0,20	0,45	0,25	0,15	0,23	2,84	0,15	2,84	0,14	1,55	26,1	358	186	284	294	f
BDA-20-25-70-2	D	0,70	0,20	0,45	0,25	0,15	0,23	2,84	0,15	2,84	0,14	1,55	26,1	358	206	294	304	f
BDA-20-25-80-1	D	0,80	0,20	0,45	0,25	0,15	0,23	2,84	0,15	2,84	0,14	1,55	25,4	358	225	304	304	f
BDA-20-25-80-2	D	0,80	0,20	0,45	0,25	0,15	0,23	2,84	0,15	2,84	0,14	1,55	25,4	358	225	284	304	f
BDA-20-25-90-1	D	0,90	0,20	0,45	0,25	0,15	0,23	2,84	0,15	2,84	0,14	1,55	25,8	358	235	323	333	f
BDA-20-25-90-2	D	0,90	0,20	0,45	0,25	0,15	0,23	2,84	0,15	2,84	0,14	1,55	25,8	358	235	333	333	f
BDA-30-20-70-1	D	0,70	0,30	0,45	0,2	0,15	0,23	4,25	0,25	4,25	0,24	0,92	25,2	358	333	510	534	f
BDA-30-20-70-2	D	0,70	0,30	0,45	0,2	0,15	0,23	4,25	0,25	4,25	0,24	0,92	24,6	358	353	500	549	f+s
BDA-30-20-80-1	D	0,80	0,30	0,45	0,2	0,15	0,23	4,25	0,25	4,25	0,24	0,92	25,2	358	382	519	568	f
BDA-30-20-80-2	D	0,80	0,30	0,45	0,2	0,15	0,23	4,25	0,25	4,25	0,24	0,92	26,6	358	372	529	564	f
BDA-30-20-90-1	D	0,90	0,30	0,45	0,2	0,15	0,23	4,25	0,25	4,25	0,24	0,92	26	358	421	559	583	f
BDA-30-20-90-2	D	0,90	0,30	0,45	0,2	0,15	0,23	4,25	0,25	4,25	0,24	0,92	26,1	358	421	539	588	f
BDA-30-25-70-1	D	0,70	0,30	0,45	0,25	0,15	0,23	4,25	0,25	4,25	0,24	0,92	28,8	383	343	647	662	f+s
BDA-30-25-70-2	D	0,70	0,30	0,45	0,25	0,15	0,23	4,25	0,25	4,25	0,24	0,92	26,5	383	333	627	676	f+s
BDA-30-25-80-1	D	0,80	0,30	0,45	0,25	0,15	0,23	4,25	0,25	4,25	0,24	0,92	29,4	383	431	657	696	f+s
BDA-30-25-80-2	D	0,80	0,30	0,45	0,25	0,15	0,23	4,25	0,25	4,25	0,24	0,92	27,8	383	421	686	725	f+s
BDA-30-25-90-1	D	0,90	0,30	0,45	0,25	0,15	0,23	4,25	0,25	4,25	0,24	0,92	29	383	470	666	764	f+s
BDA-30-25-90-2	D	0,90	0,30	0,45	0,25	0,15	0,23	4,25	0,25	4,25	0,24	0,92	26,8	383	461	657	764	f
BDA-30-30-70-1	D	0,70	0,30	0,45	0,3	0,15	0,23	4,25	0,25	4,25	0,24	0,92	26,8	383	461	745	769	f+s
BDA-30-30-70-2	D	0,70	0,30	0,45	0,3	0,15	0,23	4,25	0,25	4,25	0,24	0,92	25,9	358	451	676	730	f+s
BDA-30-30-80-1	D	0,80	0,30	0,45	0,3	0,15	0,23	4,25	0,25	4,25	0,24	0,92	27,4	358	490	735	828	f+s
BDA-30-30-80-2	D	0,80	0,30	0,45	0,3	0,15	0,23	4,25	0,25	4,25	0,24	0,92	27,4	358	480	745	809	f+s
BDA-30-30-90-1	D	0,90	0,30	0,45	0,3	0,15	0,23	4,25	0,25	4,25	0,24	0,92	27,2	358	568	764	843	f+s
BDA-30-30-90-2	D	0,90	0,30	0,45	0,3	0,15	0,23	4,25	0,25	4,25	0,24	0,92	24,5	358	490	745	813	f+s
BDA-40-25-70-1	D	0,70	0,40	0,45	0,25	0,15	0,23	5,67	0,35	5,67	0,34	0,65	25,9	358	519	-	1019	S
BDA-40-25-70-2	D	0,70	0,40	0,45	0,25	0,15	0,23	5,67	0,35	5,67	0,34	0,65	24,8	358	549	1039	1068	f+s

BDA-40-25-80-1	D	0,80	0,40	0,45	0,25	0,15	0,23	5,67	0,35	5,67	0,34	0,65	26,5	358	598	1058	1117	f
BDA-40-25-80-2	D	0,80	0,40	0,45	0,25	0,15	0,23	5,67	0,35	5,67	0,34	0,65	25,5	358	657	1088	1117	f+s
BDA-40-25-90-1	D	0,90	0,40	0,45	0,25	0,15	0,23	5,67	0,35	5,67	0,34	0,65	25,7	358	715	1068	1176	f
BDA-40-25-90-2	D	0,90	0,40	0,45	0,25	0,15	0,23	5,67	0,35	5,67	0,34	0,65	26	358	706	1117	1181	f
							SUZU	KI & OT	SUKI (2	002)								
Bloco	Layout	L (m)	h (m)	e (m)	b(m) Ret.	p(m) Circ.	a (m)	Asx (cm²)	dx (m)	Asy (cm²)	dy (m)	a'/d	fc (Mpa)	fy (Mpa)	N <sub>fiss</sub> (kN)	N <sub>esc</sub> (kN)	N <sub>ruina</sub> (kN)	Modo Ruína
BPL-35-30-1	D	0,8	0,35	0,5	0,3	0,15	0,25	6,42	0,30	6,42	0,29	0,86	24,1	353	1	-	960	S
BPL-35-30-2	D	0,8	0,35	0,5	0,3	0,15	0,25	6,42	0,30	6,42	0,29	0,86	25,6	353	1	-	941	s
BPB-35-30-1	D	0,8	0,35	0,5	0,3	0,15	0,25	6,42	0,30	6,42	0,29	0,86	23,7	353	-	1019	1029	f+s
BPB-35-30-2	D	0,8	0,35	0,5	0,3	0,15	0,25	6,42	0,30	6,42	0,29	0,86	23,5	353	1	1098	1103	f+s
BPH-35-30-1	D	0,8	0,35	0,5	0,3	0,15	0,25	6,42	0,30	6,42	0,29	0,86	31,5	353	1	-	980	s
BPH-35-30-2	D	0,8	0,35	0,5	0,3	0,15	0,25	6,42	0,30	6,42	0,29	0,86	32,7	353	1	1078	1088	f+s
BPL-35-25-1	D	0,8	0,35	0,5	0,25	0,15	0,25	6,42	0,30	6,42	0,29	0,86	27,1	353	1	892	902	f+s
BPL-35-25-2	D	0,8	0,35	0,5	0,25	0,15	0,25	6,42	0,30	6,42	0,29	0,86	25,6	353	1	-	872	s
BPB-35-25-1	D	0,8	0,35	0,5	0,25	0,15	0,25	6,42	0,30	6,42	0,29	0,86	23,2	353	1	902	911	f+s
BPB-35-25-2	D	0,8	0,35	0,5	0,25	0,15	0,25	6,42	0,30	6,42	0,29	0,86	23,7	353	ı	882	921	f+s
BPH-35-25-1	D	0,8	0,35	0,5	0,25	0,15	0,25	6,42	0,30	6,42	0,29	0,86	36,6	353	1	-	882	s
BPH-35-25-2	D	0,8	0,35	0,5	0,25	0,15	0,25	6,42	0,30	6,42	0,29	0,86	37,9	353	1	-	951	s
BPL-35-20-1	D	0,8	0,35	0,5	0,2	0,15	0,25	6,42	0,30	6,42	0,29	0,86	22,5	353	1	-	755	s
BPL-35-20-2	D	0,8	0,35	0,5	0,2	0,15	0,25	6,42	0,30	6,42	0,29	0,86	21,5	353	1	-	735	s
BPB-35-20-1	D	0,8	0,35	0,5	0,2	0,15	0,25	6,42	0,30	6,42	0,29	0,86	20,4	353	1	745	755	f+p
BPB-35-20-2	D	0,8	0,35	0,5	0,2	0,15	0,25	6,42	0,30	6,42	0,29	0,86	20,2	353	1	784	804	f+s
BPH-35-20-1	D	0,8	0,35	0,5	0,2	0,15	0,25	6,42	0,30	6,42	0,29	0,86	31,4	353	1	-	813	s
BPH-35-20-2	D	0,8	0,35	0,5	0,2	0,15	0,25	6,42	0,30	6,42	0,29	0,86	30,8	353	-	-	794	s

Observações 1: D = Armadura em malha; C = Armadura concentrada sobre as estacas; C+D = Armadura em malha e concentrada; L = Comprimento do bloco de fundação; h = Altura do bloco de fundação; e = Espaçamento entre eixos de estacas; b = Largura do pilar; a = Distância do centro do pilar ao centro da estaca;  $A_{sx}$  = Armadura na direção x;  $d_x$  = Altura útil do bloco na direção y;  $d_y$  = Altura útil do bloco na direção y;  $d_y$  = Altura útil do bloco na direção y;  $d_y$  = Resistência ao escoamento do aço;  $P_{fiss}$  = Carga de fissuração,  $P_{esc}$  = Carga de escoamento dos tirantes;  $P_{ruina}$  = Carga de ruína do bloco.

Observações 2: Em CLARKE (1973) não foram considerados os blocos A3 e A6 devido à presença de armadura diagonal; Em SUZUKI et al (1998) não foram considerados os blocos do tipo BDA devido a sua forma diferenciada; Em SABNIS & GOGATE (1984) os modelos foram construidos em escala 1/5 e não foi considerado o bloco SG1 devido ao fato do mesmo não apresentar armadura. Foi considerada uma resistência média para a armadura devido aos diferentes diâmetros envolvidos; Em ADEBAR et al (1990) não foram considerados os blocos B, D e F devido a sua forma diferenciada

#### 5.5. Classificação dos Blocos em Rígidos e Flexíveis

Observou-se na literatura que a maioria dos pesquisadores não procuram fazer uma clara distinção entre blocos rígidos e flexíveis, o que torna de certa maneira, incoerentes algumas hipóteses de dimensionamento propostas atualmente. Adicionalmente, observou-se que o Modelo de Bernoulli-Euler parece ser o mais difundido para o cálculo dos blocos de fundação, o que caracteriza a falta de investigações mais aprofundadas no assunto.

Sem dúvida, acredita-se que o Método das Bielas deve ser o modelo mais utilizado para o dimensionamento de blocos de fundação, principalmente por possuir uma formulação genérica, que independe das dimensões do elemento estrutural. O Modelo de Bernoulli-Euler considera apenas forças em algumas seções críticas e superestima a capacidade do elemento de acordo com a sua altura útil. O dimensionamento de blocos de fundação utilizando o Método das Bielas conduz a uma utilização mais racional dos materiais.

Deixando de lado os problemas descritos anteriormente, apresenta-se a seguir as recomendações de algumas normas e pesquisadores que possibilitam o enquadramento dos blocos de fundação em rígidos ou flexíveis. Realça-se mais uma vez que os blocos flexíveis deveriam ser dimensionados pelo Modelo de Bernoulli-Euler e que os blocos rígidos deveriam ser dimensionados utilizando o Método das Bielas.

Para a norma espanhola EHE (1999) e MONTOYA et al. (2002), um bloco de fundação sobre estacas é considerado rígido quando a distância máxima entre a face do pilar e o centro da estaca mais afastada (a) é menor do que duas vezes a altura do bloco (H). Isto significa que as escoras ficarão inclinadas em relação a horizontal com um ângulo não inferior 26,56°. Ainda de acordo com a norma espanhola, item 59.4.1, os blocos rígidos sobre estacas são elementos cuja "Teoria Geral da Flexão" não pode ser aplicada e onde Modelos de Escoras e Tirantes devem ser definidos, de acordo com os critérios indicados no item 24 da referida norma.

A NBR6118 (2003) utiliza a Equação 5.46 para determinar se o bloco de fundação é rígido. Caso essa equação não seja satisfeita o bloco será considerado flexível:

$$h \ge (a - a_p)/3$$
 (Equação 5.46)

Onde:

h é a altura do bloco:

a é a dimensão do bloco em uma determinada direção;

a<sub>p</sub> é a dimensão do pilar na mesma direção.

De acordo com a NBR6118 (2003), o comportamento estrutural de um bloco rígido se caracteriza por:

- a) trabalho à flexão nas duas direções, mas com trações essencialmente concentradas nas linhas sobre as estacas (reticulado definido pelo eixo das estacas, com faixas de largura igual a 1,2 vezes seu diâmetro);
- b) cargas transmitidas do pilar para as estacas essencialmente por escoras de compressão, de forma e dimensões complexas;
- c) trabalho ao cisalhamento também em duas direções, não apresentando ruptura por tração diagonal, e sim por compressão das escoras, analogamente às sapatas.

O autor do presente trabalho discorda do item c) da norma brasileira, acreditando que nos blocos rígidos sobre estacas o colapso por cisalhamento ocorre devido ao desenvolvimento de tensões transversais de tração ao longo das escoras, ocasionadas pela deformação dos tirantes que as cruzam e pelo espraiamento das tensões de compressão.

Para os blocos considerados flexíveis, a NBR6118 (2003) indica que deve ser realizada uma análise mais completa, desde a distribuição dos esforços nas estacas, dos tirantes de tração, até a necessidade da verificação de punção.

Ainda de acordo com a norma brasileira, para cálculo e dimensionamento dos blocos são aceitos modelos tridimensionais lineares ou não e "Modelos de Escoras e Tirantes" tridimensionais, sendo esses últimos os preferidos por definir melhor a distribuição de esforços para os tirantes.

O autor do presente trabalho, empregando o "Princípio de Saint Venant", acredita que um bloco possa ser considerado rígido se a distância entre a face do pilar e a face interna da estaca mais afastada for menor ou igual a duas vezes a altura do bloco de fundação.

Além disso, o autor acredita que se um bloco rígido for dimensionado com o Modelo de Viga (levando em consideração as forças atuantes numa seção crítica situada no centro do pilar) a taxa de armadura obtida será muito superior do que aquela apontada pelo Método das Bielas, conduzindo a um dimensionamento seguro mas pouco econômico.

Por outro lado, se a seção crítica for escolhida tomando por base as recomendações do ACI-318 (1997) e da CSA (1994), isto é, com a seção crítica situada na face do pilar, obtém-se uma taxa de armadura para o tirante principal inferior àquela armadura apontada no Método das Bielas, conduzindo a um dimensionamento inseguro.

Adicionalmente, deve-se registrar que num bloco rígido o encaminhamento da carga do pilar para as estacas é feita de maneira direta, através de escoras inclinadas, fato esse que não é verificado nos blocos flexíveis. Finalmente, os blocos rígidos normalmente não estão sujeitos à punção, o que nem sempre é verdade para os blocos flexíveis.

## 5.6. Caracterização Geométrica dos Blocos de Fundação

Observa-se que para a caracterização geométrica dos blocos sobre estacas normalmente utilizam-se recomendações de ordem prática que variam de acordo com a experiência de cada pesquisador. Essas recomendações são muito úteis para a definição geométrica do bloco e também para a quantificação das armaduras complementares. As recomendações práticas referem-se principalmente aos seguintes aspectos:

- Distância entre os eixos das estacas (e):
- Distância entre a face do pilar e o eixo da estaca (a);
- Distância mínima entre o eixo da estaca e a face externa do bloco (e');
- Embutimento das estacas (d<sub>0</sub>);
- Altura do bloco (h);
- Altura útil do bloco (d);
- Armadura junto a face superior do bloco (armadura de topo);
- Armadura de pele (armadura horizontal e vertical);
- Armadura de base.

Visando estabelecer um processo prático para a definição geométrica dos blocos de fundação e para a armação complementar dos blocos de fundação sobre estacas, as principais recomendações encontradas na literatura são apresentadas a seguir.

## 5.6.1 Distâncias entre os Eixos de Estacas (e)

ALONSO (1995) propõe o uso da Tabela 5.7 para a determinação do espaçamento entre estacas, enquanto MORAES (1976) e FUSCO (1994) sugerem a consideração do processo construtivo, sendo e = 2,5.p para as estacas cravadas (pré-moldadas) e e = 3,0.p para as estacas escavadas (moldadas no local). Dessa maneira a distância deve variar de acordo com o intervalo da Equação 5.47, dependente do diâmetro da estaca (p):

 $2,5.p \le e \le 3,0.p$  (cm) (Equação 5.47)

Tabela 5.7 – Espacamento entre estacas de acordo com ALONSO (1995)

Tipo de Estaca	Seção	Carga	е	Afastamento da divisa
Tipo de Estaca	Transversal (cm)	(kN)	(m)	(m)
	φ 25	200	0,75	0,20
	ф 32	300	1,00	0,20
Strauss	ф 38	450	1,20	0,25
	φ 45	600	1,35	0,30
	φ 55	800	1,65	0,35
	ф 35	550	1,20	0,70
Franki	φ 40	750	1,30	0,70
	φ 52	1300	1,50	0,80
	φ 60	1700	1,70	0,80
	ф 20	200	0,60	0,30
	φ 25	300	0,65	0,30
	ф 30	400	0,75	0,35
Pré-Moldada	ф 35	550	0,90	0,40
	ф 40	700	1,00	0,50
	φ 50	1000	1,30	0,50
	ф 60	1500	1,50	0,50

### 5.6.2 Distância entre a Face do Pilar e o Eixo da Estaca (a)

Para a norma espanhola EHE (1999), a distância máxima entre a face do pilar e o centro da estaca mais afastada (a) deve ser menor do que duas vezes a altura do bloco (H). Já MONTOYA et alli (1973) e FUSCO (1994) sugerem um valor máximo para a distância entre a face do pilar e o eixo da estaca conforme a Equação 5.48:

De acordo com ANDRADE (1993) a distância entre a face do pilar e o eixo da estaca deve ser maior ou igual a metade da altura do bloco (H) e menor ou igual a 1,5 vezes a altura do bloco (H), conforme a Equação 5.49:

$$0.5.h \le a \le 1.5.h$$
 (Equação 5.49)

Deve-se observar que as sugestões anteriores são válidas para a definição geométrica de blocos rígidos. Nos casos em que a distância máxima entre a face do pilar e o centro da estaca mais afastada ultrapassem os limites recomendados anteriormente pode-se considerar que o bloco seja flexível e, nesse caso, o Modelo de Viga para o dimensionamento passa a ser razoável.

## 5.6.3 Distância Mínima entre o Eixo da Estaca e a Face do Bloco (e')

ALONSO (1995) recomenda a distância mínima entre o eixo da estaca e a face do bloco (e') como sendo o maior valor obtido da Eguação 5.50:

$$e' \ge \begin{cases} r + c + \phi \\ 0.5 \cdot p + 15 \text{ cm} \end{cases}$$
 (Equação 5.50)

Onde:

r = raio de dobramento da armadura,

φ = diâmetro da seção transversal da armadura,

c= cobrimento de armadura

p = diâmetro da estaca.

FUSCO (1994) e SUZUKI et al (1998) recomendam a utilização da Equação 5.51 para a definição da distância entre o eixo da estaca e a face do bloco. SUZUKI et al (1998) demonstrou que esse valor tem grande influência sobre a ruína final do bloco e deve ser cuidadosamente adotado.

## 5.6.4 Embutimento das Estacas (d₀)

De acordo com MONTOYA et alli (1973), as estacas devem apresentar um embutimento na face inferior do bloco maior ou igual a 10 cm e uma distância entre o topo das estacas e o topo do bloco maior ou igual a 20 cm.

### 5.6.5 Altura do Bloco (h)

A altura do bloco sobre estacas de acordo com MONTOYA (1973) deve ser maior ou igual a 30 cm para o bloco ser considerado rígido. FUSCO (1994) recomenda a utilização da Equação 5.52 para definição da altura do bloco.

$$h \ge \begin{cases} 30 \text{ cm} \\ 0,6.I_{b,pilar} \end{cases}$$
 (Equação 5.52)

## 5.6.6 Armadura Longitudinal Principal

No seu item 22.5.4.1.1., a NBR 6118 (2003) relata que a armadura de flexão deve ser disposta essencialmente (mais de 85%) nas faixas definidas pelas estacas. As barras devem se estender de face a face do bloco e terminar em gancho nas duas extremidades. Essas recomendações vêm perfeitamente de encontro com as constatações experimentais de BLÉVOT & FRÉMY (1967) e CLARKE (1973), que constataram que uma armadura concentrada sobre as estacas conduz a cargas de ruína maiores do que armaduras uniformemente distribuídas.

Deve ser garantida a ancoragem das armaduras de cada uma dessas faixas, sobre as estacas, medida a partir da face das estacas. Adicionalmente, pode ser considerado o efeito favorável da compressão transversal às barras, decorrente da compressão das escoras. De acordo com FUSCO (1994), todas as barras da armadura principal devem ter ganchos ou dobras de extremidade para garantir a ancoragem perfeita, sendo que os ganchos ou dobras devem ficar situados efetivamente além da posição da estaca.

#### 5.6.7 Armadura Junto à Face Superior (A's)

O Boletim 73 do CEB-FIP (1970) sugere que a área das barras da armadura junto à face superior seja maior ou igual a 10% da área da armadura principal A<sub>s</sub>, conforme a Equação 5.53:

$$A'_s \ge 0.10.A_s$$
 (Equação 5.53)

De acordo com MONTOYA et alli (1973), a armadura junto à face superior do bloco deve ser calculada a partir da Equação 5.54:

$$A'_{s} = \frac{1}{6}.A_{s}$$
 (Equação 5.54)

## 5.6.8 Armadura de Pele (As,pele)

A armadura de pele é utilizada visando diminuir as aberturas de fissuras. De acordo com MONTOYA et alli (1973) as armaduras de pele devem ser constituídas de estribos horizontais cuja área seja igual a 0,5% da armadura principal. Esta mesma área é recomendada para os estribos verticais, conforme a Equação 5.55:

$$A_{s,pele} = 0,005.A_s$$
 (Equação 5.55)

De acordo com ALONSO (1995), a armadura de pele deve apresentar um oitavo da seção total da armadura principal, em cada face do bloco, conforme a Equação 5.56:

$$A_{s,pele} = \frac{1}{8}.A_s$$
 (Equação 5.56)

A NBR 6118 (2003) não indica formalmente armadura de pele para blocos, porém acredita-se que pode ser utilizada a recomendação de armadura de pele existente para vigas, presente no item 17.3.5.2.3 da NBR 6118 (2003). Esse item especifica que deve ser disposto  $0,10\%A_{c,alma}$  em cada face e respeitando um espaçamento máximo entre armaduras de 20 cm.

Muito se questiona sobre a efetiva necessidade dessas armaduras, que formam uma gaiola no bloco e dificultam a execução das peças em campo. Pelo Método das Bielas, pode-se constatar que essas armaduras não apresentam função resistente porém, na opinião do autor do presente trabalho, essas armaduras tem uma importante função quando da atuação dos seguintes efeitos: retração do concreto, efeitos relacionados à temperatura, atuação de cargas horizontais não previstas e controle de fissuração na eventual ocorrência de reação álcali-agregado.

A reação álcali-agregado propicia uma expansão do concreto em conjunção com um quadro intenso de fissuração, conforme ilustra a Figura 5.15 e tem ocorrido com frequência, por exemplo, em blocos de fundações de pontes e edificios em Recife. De acordo com NASSAR (2006), após o desabamento do Edificio Areia Branca, foram catalogados 18 casos de fissuração em blocos de fundação, em edificios com idades entre 3 e 25 anos de idade. Os dois casos mais graves são o da Ponte Paulo Guerra e de um edificio comercial que chega a apresentar fissuras com aberturas de até 30 mm

De acordo com NASSAR (2006), um projetista de estruturas em concreto armado com mais de 25 de experiência, as armaduras superiores dos blocos deveriam sempre ser adotadas e, no caso de estarem detalhadas, deveriam ser sempre maiores do que as que vêm sendo adotadas atualmente na prática. As armaduras laterais, tanto a vertical como a horizontal devem abranger toda a superfície dos blocos, para que nenhuma região do bloco fique desprotegida, propiciando fissuras e potencializando a atuação da reação álcali-agregado.



Figura 5.15 – Reação álcali-agregado atuando em bloco de fundação (Fonte: NASSAR (2006))

Existem inúmeros casos, no mundo, de superestruturas de pontes e viadutos afetadas pela reação álcaliagregado. Geralmente, esses casos estão situados em países de clima frio, onde existem períodos longos do ano em que a umidade relativa do ar freqüentemente ultrapassa os 90%. No sul do Canadá, até o ano de 2000, já tinham sido comprovados pelo menos 167 pontes e viadutos afetados

#### 5.6.9 Armadura de Base

O item 22.5.4.1.2 da NBR6118 (2003) especifica que para controlar a fissuração, deve ser prevista uma armadura em malha adicional uniformemente distribuída em duas direções para no máximo 20% dos esforços totais, completando a armadura principal, calculada com uma resistência de cálculo de 80% de f<sub>yd</sub>. Adicionalmente, a norma brasileira recomenda que para barras com diâmetro igual ou superior a 20 mm sejam utilizados ganchos a 135° ou 180°. BLÉVOT & FRÉMY (1967) demonstraram que a disponibilização de uma armadura de base ajuda a controlar a fissuração dos blocos para as cargas de serviço.

## 5.7. Recomendações Gerais a Respeito de Estacas

De acordo com ALONSO (1995), as estacas são elementos estruturais esbeltos que, colocados no solo por cravação ou perfuração, têm a finalidade de transmitir cargas ao mesmo, seja pela resistência sob sua extremidade inferior (resistência de ponta), seja pela resistência ao longo do fuste (atrito lateral) ou pela combinação dos dois.

Uma vez escolhido o tipo de estaca, que pode ser de materiais como madeira, aço ou concreto, determina-se o número de estacas necessárias para suportar um determinado esforço através da Equação 5.57:

$$n_{est} = \frac{N}{N_{adm}}$$
 (Equação 5.57)

Onde:

n<sub>est</sub> = número de estacas necessárias;

N = carga atuante no pilar;

N<sub>adm</sub> = carga admissível na estaca.

A Equação 5.57 só é válida se o centro de carga coincidir com o centro do estaqueamento e se no bloco forem usadas estacas do mesmo tipo e diâmetro. Uma vez determinado o número de estacas a serem utilizadas, pode-se determinar o espaçamento mínimo entre os eixos de estacas através da Tabela 5.7, sugerida por ALONSO (1995).

ALONSO (1995) recomenda que as estacas sejam distribuídas conforme ilustra a Figura 5.16. Além disso, o pesquisador recomenda que a distribuição das estacas seja feita, sempre que possível, no sentido da maior dimensão do pilar e que nos blocos com mais de uma estaca, o "centro de carga" coincida com o centro de gravidade das estacas.

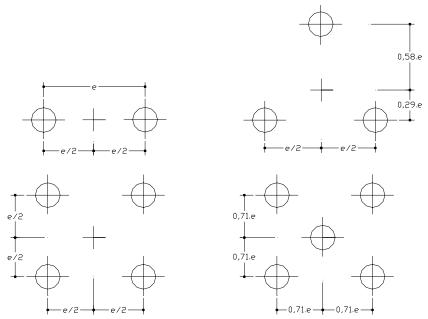


Figura 5.16 – Disposição e espaçamento entre estacas segundo ALONSO (1995)

Para pilares com carga vertical e momento, conforme ilustra a Figura 5.17, o método normalmente utilizado para a determinação das cargas nas estacas é o da superposição, que consiste em calcular a carga em cada estaca somando-se separadamente os efeitos da carga vertical e dos momentos.

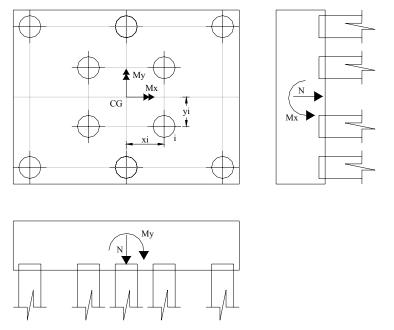


Figura 5.17 – Carga nas estacas para pilares com carga vertical e momentos

Para este processo ser válido, os eixos x e y devem ser os eixos principais de inércia e as estacas devem ser verticais, do mesmo tipo, diâmetro e comprimento. A carga atuante em uma estaca genérica i de coordenadas (xi , yi) é dada pela Equação 5.58:

$$R_{i} = \frac{N}{n} \pm \frac{M_{y}.x_{i}}{\sum x_{i}^{2}} \pm \frac{M_{x}.y_{i}}{\sum y_{i}^{2}}$$
 (Equação 5.58)

Os sinais a serem considerados na Equação (5.21) dependerão, evidentemente, da posição da estaca em relação ao pilar.

# 5.8. Ancoragem das Armaduras dos Pilares

De acordo com FUSCO (1994), nos blocos que suportam pilares submetidos à compressão centrada, todas as barras da armadura longitudinal do pilar estão submetidas ao mesmo nível de tensão e sua ancoragem se dá essencialmente na região superior do bloco, sob ação da compressão transversal das escoras diagonais. De qualquer maneira, a altura do bloco deve permitir que as barras do pilar tenham pelo menos o comprimento 0,6.lb<sub>o</sub> dentro do bloco, conforme ilustra a Figura 5.18.

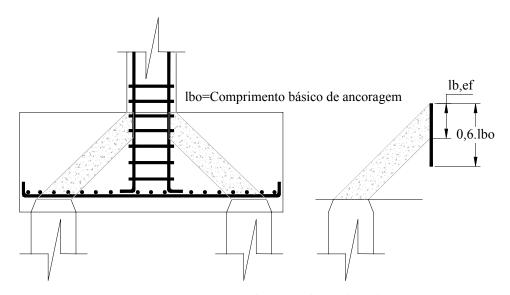


Figura 5.18 – Ancoragem das armaduras dos pilares

Ainda de acordo com FUSCO (1994), a armadura do pilar sempre será prolongada até o fundo do bloco, apoiando-se durante a construção por meio de dobras sobre a armadura horizontal do fundo do bloco. Para garantir a posição da armadura de arranque do pilar durante a concretagem, os estribos do pilar são colocados até o fundo do bloco, conforme ilustra a Figura 5.18.

Deve-se observar que um certo comprimento da armadura longitudinal mergulhada no bloco de fundação deve ser deixada para fora do elemento estrutural, visando fazer a amarração com as armaduras longitudinais dos pilares que irão se situar logo acima do bloco. A determinação deste comprimento é feita levando em consideração as emendas por traspasse.

De acordo com FUSCO (1994), as emendas por traspasse são feitas pela justaposição de duas barras ao longo de um comprimento de transmissão. No caso de barras de alta aderência a emenda pode ser reta, sendo facultativo o emprego de ganchos. Já no caso de barras lisas é obrigatório o emprego de ganchos de extremidade. Para maiores informações a respeito do cálculo do comprimento de ancoragem e de emendas por traspasse, recomenda-se a leitura dos itens 9.4 e 9.5 da NBR 6118 (2003).

## 5.9. Referências Bibliográficas

ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-2002) and Commentary (ACI 318R-2002), APPENDIX A: Strut-And-Tie Models". American Concrete Institute, Detroit, 2002.

ADEBAR, P.; KUCHMA, D.; COLLINS, M. P.. "Strut-and-Tie Models for the Design of Pile Caps: An Experimental Study". ACI Structural Journal, v.87, n.1, pp.81-92, 1990.

ADEBAR, P.; ZHOU, Z.. "Bearing Strength of Compressive Struts Confined by Plain Concrete". ACI Structural Journal, v.90, n.05, pp.534-541, 1993.

ADEBAR, P.; ZHOU, Z... "Design of Deep Pile Caps by Strut-and-Tie Models". In: ACI Structural Journal, v. 93, no. 4, July-August, pp. 1-12, 1996.

ALONSO, U. R.. "Exercícios de Fundações". Editora Edgard Blücher Ltda, São Paulo, 1995.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. "Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-77)". Farmington Hills, Michigan, United States, 1977.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. "Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-83)". Farmington Hills, Michigan, United States, 1983.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-95)". Farmington Hills, Michigan, United States, 1995.

ANDRADE, S. R. R. "Blocos de Fundação Sobre Duas Estacas Solicitadas por Carga Inclinada". Tese de Doutorado, Pontificia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1972.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. "NBR 6118 – Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento", Rio de Janeiro, 2003.

BLÉVOT, J. L.; FRÉMY, R.. "Semelles sur Pieux". In: Institute Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, v.20, n.230, pp.223-295, Paris, 1967.

BLOODWORTH, A. G., JACKSON, P. A., LEE, M. M. K.. "Strength of Reinforced Concrete Pile Caps". In: Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Structures & Buildings 156, November, Issue SB4, pp.347–358, 2003.

BRITISH STANDARDS INSTITUTION. "Code of Practice for the Design of Concrete Bridges – BS 5400". BSI, Milton Keynes, 1990.

BRITISH STANDARDS INSTITUTION. "Code of Practice for the Structural Use of Concrete – CP 110". BSI, London, 1972.

BRITISH STANDARDS INSTITUTION. "Structural Use of Concrete – BS 8110". BSI, Milton Keynes, 1997. CAMPOS, L. A.; MARCELINNO, N.. "Análise Do Comportamento De Blocos De Fundação Pré-Fabricados Sobre Duas Estacas Submetidos À Ação De Força Centrada". In: VI Simpósio EPUSP Sobre Estruturas de Concreto, São Paulo, 2006.

CANADIAN PORTLAND CEMENT ASSOCIATION. "Concrete Design Handbook". Ottawa, Ontario, Canada, 1995.

CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION. "CSA Standard-A23.3-94 – Design of Concrete Structures". Rexdale, Toronto, Canada, 1994.

CAVERS, W.; FENTON, G. A.. "An Evaluation of Pile Cap Design Methods in Accordance with the Canadian Design Standard". In: Canadian Journal of Civil Engineering, v 31, n 1, February, pp 109-119, 2004.

CHAN, T. K.; POH, C. K.. "Behaviour of Precast Reinforced Concrete Pile Caps". Construction and Building Materials, n.14, p.73-78, 2000.

CLARKE, J. L.. "Behavior and Design of Pile Caps with Four Piles". Technical Report, n.42.489, Cement and Concrete Association, Wexham Springs, 1973.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. "CEB-FIP Model Code 1990". Thomas Telford Services, Ltd., London, 1993.

COMITE EUROPEEN DU BETON AND FEDERATION INTERNATIONAL DE LA PRECONTRAINTE. "Special Recommendations for the Design and Construction of Foundation Slabs". International Recommendations for the Design and Construction of Concrete Structures, Appendix 4, Cement and Concrete Association, London,

CONCRETE REINFORCING STEEL INSTITUTE. "CRSI Handbook". Schaumburg, 1982.

DELALIBERA, R. G.; GIONGO, J. S.. "Análise de Variância Aplicada a Blocos Sobre Duas Estacas Submetidos a Ação de Força Centrada". In: 47o Congresso Brasileiro do Concreto, Recife, 2005.

DELALIBERA, R. G.; MUNHOZ, F. S.; GIONGO, J. S.. "Análise do Comportamento de Blocos de Concreto Armado Sobre Cinco Estacas Sumetidos à Força Centrada". In: 47o Congresso Brasileiro do Concreto, Recife, 2005.

EHE. "Instrucción de Hormigón Estructural". Norma Espanhola, 2a Edição, Madrid, 1999.

FUSCO, P. B.. "Técnica de Armar as Estruturas de Concreto". Editora PINI Ltda, São Paulo, 1994.

GOGATE, A. B.; SABNIS, G. M.. "Design of Thick Pile Caps". ACI Structural Journal, v.77, p.18-22, 1980.

HOBBS, N. B.; STEIN, M. A.. "An Investigation Into the Stress Distribution in Pile Caps with Some Notes on Design". Proceedings of the Institution of Civil Engineers, v.7, pp.599-621, 1957.

ITURRIOZ, I.; D'ÁVILA, V. M. R.; RAUSH, A.. "Análise Experimental-Computacional de um Bloco de Estacas de Concreto Armado". In: JORNADAS SULAMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL, 29., Punta Del Este, Uruguay, 2000.

IYER, P. K.; SAM, C.. "Three-Dimensional Analysis of Pile Caps". Computers & Structures, v.42, n.3, pp. 395-411, 1992.

JAPAN ROAD ASSOCIATION. "Specifications for Highway Bridges IV". Maruzen, Tokyo, 2002. (In Japanese)

KUMAR, V.; SHAMIM, M.. "Strut-and-tie Models for the Analysis of Pile Caps". Journal of Structural Engineering, v.25, n.3, pp.203-206, 1998.

MALICK, S. K.. "The Truss Method for Design of Pile Caps". The Indian Concrete Journal, v.70, n.3, pp.163-166, 1996.

MAUTONI, M.. "Blocos Sobre Dois Apoios". Grêmio Politécnico da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1972.

MIGUEL, M. G., GIONGO, J. S., ALBIERO, J. H.. "Comportamento de Blocos Rígidos Sobre Três Estacas". In: SIMPÓSIO EPUSP SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO, 4., São Paulo, 2000. Anais.

MIGUEL, M. G.. "Análise Numérica e Experimental de Blocos sobre Três Estacas". Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 2000.

MONTOYA, P.J; MESEGUER, A. G.; CABRE, F. M.. "Hormigón Armado". Editora Gustavo Gili, Barcelona, 1973.

MONTOYA, P.J; MESEGUER, A. G.; CABRE, F. M.. "Hormigón Armado". Editora Gustavo Gili, Barcelona, 2002.

MORAES, M. C.. "Estruturas de Fundações". Editora McGraw-Hill, São Paulo, 1976.

NASSAR, J. J. A.. "Investigador de Estruturas". TQS News, n.22, Janeiro, pp.3-11 ,TQS Informática, São Paulo, 2006.

OTSUKI, K.; SUZUKI, K.. "Experimental Study on Bending Ultimate Strength of Four Pile Caps". Transactions of AlJ, n.482, pp.93-102, 1996.

PARK, R.; PAULAY, T.. "Reinforced Concrete Structures". John Wiley and Sons, Toronto, Canada, 1975. pp.25-33, 1970.

SABNIS, G. M.; GOGATE, A. B.. "Investigation of Thick Slabs (Pile Caps)". ACI Journal, Proceedings, v.81, n.1, p.35-39, 1984.

SAM, C.; IYER, P. K.. "Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Four-Pile Caps". Computers & Structures, v.57, n.4, p.605-622, 1995.

SHARMA, B. D.: "Design of Isolated Pile Caps". The Indian Concrete Journal, v.58, n.08, pp.222-226, 1979.

SHIRATO, M.; FUKUI, J.; MASUI, N., KOSA, K.. "Ultimate Shear Strenght of Pile Caps". In: 19th US-Japan Bridge Engineering Workshop, Tsukuba, Japan, 2003.

SIAO, W. B.. "Strut-and-Tie Model for Shear Behavior in Deep Beams and Pile Caps Failing in Diagonal Splitting". ACI Structural Journal, v.90, n.04, pp.356-363, 1983.

SOUZA, R. A.. "Concreto Estrutural: Análise e Dimensionamento de Elementos com Descontinuidades". Tese de Doutorado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004

SOUZA, R. A.; BITTENCOURT, T. N.. "Análise Não-Linear de Bloco Rígido Sobre Duas Estacas". Revista Engenharia Civil, Universidade do Minho, v. 21, p. 25-38, 2004.

SOUZA, R. A.; BITTENCOURT, T. N.. "Análise Não-Linear de Blocos Rígidos Sobre Quatro Estacas". Revista IBRACON de Estruturas, Instituto Brasileiro do Concreto, São Paulo, 2006.

SUZUKI, K.; OTSUKI, K.. "Experimental Study on Corner Shear Failure of Pile Caps". Transactions of the Japan Concrete Institute, v.23, (2002).

SUZUKI, K.; OTSUKI, K.; TSUBATA, T.. "Experimental Study on Four-Pile Caps with Taper". Transactions of the Japan Concrete Institute, v.21, pp.327-334, 1999

SUZUKI, K.; OTSUKI, K.; TSUBATA, T.. "Influence of Bar Arrangement on Ultimate Strength of Four-Pile Caps". Transactions of the Japan Concrete Institute, v.20, pp.195-202, 1998.

SUZUKI, K.; OTSUKI, K.; TSUCHIYA, T.. "Influence of Edge Distance on Failure Mechanism of Pile Caps". Transactions of the Japan Concrete Institute, v.22, pp.361-367, 2000.

# 6. Simulação Tridimensional de Blocos de Fundação

Nessa etapa do trabalho serão apresentadas simulações numéricas utilizando os recursos de análise não linear disponiveis no programa ATENA3D. Para tanto, foram selecionados os resultados experimentais de Suzuki et al (1998), uma vez que tratam-se de ensaios bastante detalhados sobre blocos de fundação sobre quatro estacas.

## 6.1. Descrição dos Ensaios Experimentais de Referência

Suzuki et al (1998) ensaiaram 28 blocos de fundação sobre estacas e forneceram informações bem detalhadas sobre o comportamento desses elementos estruturais sob o ponto de vista de fissuração, escoamento das armaduras e ruptura. A intenção principal desses ensaios foi observar a diferença de comportamento entre os casos de armadura em malha e de armadura concentrada, bem como, avaliar o efeito proporcionado pela distância existente entre a face do pilar e o eixo das estacas.

Como conclusões principais, os ensaios esclareceram mais uma vez que a disposição concentrada de armaduras sobre a cabeça das estacas leva a maiores resistências, quando comparada com a disposição de armadura em malha. Adicionalmente, verificou-se que a distância existente entre o eixo das estacas e a face do pilar afeta a resistência.

Basicamente, se essa distância entre o eixo das estacas e a face do pilar é longa, observa-se um acréscimo tanto na carga que proporciona o escoamento das armaduras quanto na carga última. Por outro lado, se essa distância é pequena, observa-se ruinas por cisalhamento sem quase nenhum acréscimo da resistência após o registro do escoamento das armaduras. De maneira a melhorar a resistência e a capacidade de deformação dos blocos após o escoamento das armaduras, os pesquisadores sugerem que a distância entre o eixo das estacas e a face do pilar seja de pelo menos 1,5 vezes o diâmetro das estacas.

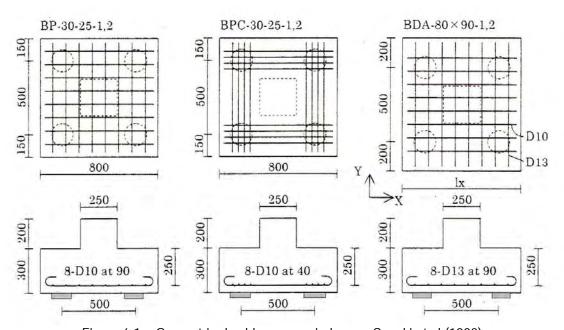


Figura 6.1 – Geometria dos blocos ensaiados por Suzuki et al (1998)

Os corpos-de-prova investigados pelos pesquisadores foram divididos em três séries: BP (blocos com armadura distribuída), BPC (blocos com armadura concentrada) e BPA (blocos com armadura distribuída e distância entre a face do pilar e centro das estacas variável), conforme ilustra a Figura 6.1. Conforme a Tabela 6.1, a distância entre as estacas, a altura dos blocos e as dimensões do pilar foram variadas para as séries BP e BPC. Para a série BDA procurou-se variar a distância entre a face do pilar e o eixo das estacas em uma única direção, com variações entre 0,67 a 1,67 vezes o diâmetro da estaca que era de 15 cm.

Tabela 6.1 – Características dos blocos sobre guatro estacas ensaiados por Suzuki et al (1998)

Série	Bloco	Larguras do Bloco (m)	Altura (Altura efetiva) (m)	Distância entre Eixo de Estacas (m)	Dimensões do Pilar (m)	Armaduras Direção X	Armaduras Direção Y	Tipo de Arranjo
	BP-20-1,2	0,90 x 0,90	0,20 (0,15)	0,54 x 0,54	0,30 x 0,30	8φ10 c/10	8φ10 c/10	Malha
	BPC-20-1,2	0,90 x 0,90	0,20 (0,15)	0,54 x 0,54	0,30 x 0,30	8\phi10 c/4	8\phi10 c/4	Concentrada
1	BP-25-1,2	0,90 x 0,90	0,25 (0,20)	0,54 x 0,54	0,30 x 0,30	10φ10 c/8	10φ10 c/8	Malha
	BPC-25-1,2	0,90 x 0,90	0,25 (0,20)	0,54 x 0,54	0,30 x 0,30	10φ10 c/4	10φ10 c/4	Concentrada
	BP-20-30-1,2	0,80 x 0,80	0,20 (0,15)	0,50 x 0,50	0,30 x 0,30	6φ10 c/12	6φ10 c/12	Malha
	BPC-20-30-1,2	0,80 x 0,80	0,20 (0,15)	0,50 x 0,50	0,30 x 0,30	6φ10 c/4	6φ10 c/4	Concentrada
	BP-30-30-1,2	0,80 x 0,80	0,30 (0,25)	0,50 x 0,50	0,30 x 0,30	8\phi10 c/9	8\phi10 c/9	Malha
Ш	BPC-30-30-1,2	0,80 x 0,80	0,30 (0,25)	0,50 x 0,50	0,30 x 0,30	8φ10 c/4	8φ10 c/4	Concentrada
	BP-30-25-1,2	0,80 x 0,80	0,30 (0,25)	0,50 x 0,50	0,25 x 0,25	8\phi10 c/9	8\phi10 c/9	Malha
	BPC-30-25-1,2	0,80 x 0,80	0,30 (0,25)	0,50 x 0,50	0,25 x 0,25	8\phi10 c/4	8φ10 c/4	Concentrada
	BDA-70-90-1,2	0,70 x 0,90	0,30 (0,25)	0,50 x 0,50	0,25 x 0,25	8\phi10 c/9	7φ13 c/9	Malha
	BDA-80-90-1,2	0,80 x 0,90	0,30 (0,25)	0,50 x 0,50	0,25 x 0,25	8\phi10 c/9	8\phi13 c/9	Malha
III	BDA-90-90-1,2	0,90 x 0,90	0,30 (0,25)	0,50 x 0,50	0,25 x 0,25	8\phi10 c/9	9φ13 c/9	Malha
	BDA-100-90-1,2	1,00 x 0,90	0,30 (0,25)	0,50 x 0,50	0,25 x 0,25	8\phi10 c/9	10φ13 c/9	Malha

Os blocos de fundação apresentados na Tabela 6.1 foram dimensionados com a expectativa de se obter ruínas por flexão ao invés de ruínas por cisalhamento, isto é, a armadura longitudinal foi quantificada de maneira a se obter escoamento antes da ruptura das escoras de concreto. A Tabela 6.2 apresenta as propriedades dos aços utilizados na armação dos blocos de fundação.

Tabela 6.2 – Propriedades do aço utilizado nos ensaios de Suzuki et al (1998)

Série	Diâmetro (mm)	Área Nominal (cm²)	Escoamento (MPa)	Tensão Limite (MPa)	Alongamento (%)
I	10	0,713	413	606	25,6
П	10	0,713	405	592	27,2
III	10	0,713	356	501	28,4
111	13	1,270	345	494	29,3

O carregamento dos blocos foi feito através da introdução de uma carga crescente aplicada pseudoestaticamente através do equipamento Amsler ilustrado na Figura 6.2. Nesse equipamento, o carregamento foi aplicado por macacos hidráulicos conectados a vigas metálicas, de maneira a se obter reações idênticas nas quatro estacas. As estacas consistiam em placas metálicas situadas sobre apoios esféricos com dois roletes internos que possibilitavam baixo impedimento à rotação e movimentos horizontais.

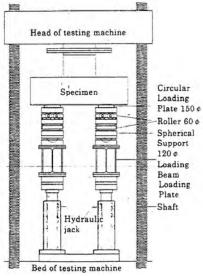


Figura 6.2 – Equipamento utilizado para aplicação dos carregamentos nos blocos de Suzuki et al (1998)

#### 6.2. Descrição dos Resultados Experimentais

A Figura 6.3 apresenta alguns exemplos de fissuração obtidos nas bases e nas laterais dos blocos de fundação ensaiados por Suzuki et al (1998). As fissuras iniciais nas bases dos blocos, identificadas pelos triângulos hachurados em negrito, foram encontradas ou perto do centro dos blocos (diretamente abaixo da posição dos pilares) ou na direção obliqua que ligava as estacas.

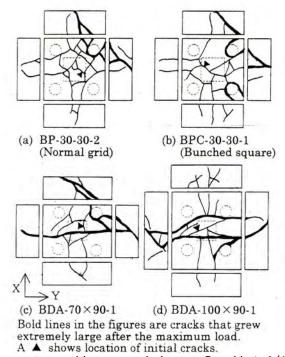


Figura 6.3 – Exemplos de fissuração nos blocos ensaiados por Suzuki et al (1998): (a) bloco com armadura em malha, (b) bloco com armadura concentrada, (c) e (d) blocos com dimensões variáveis

A Figura 6.3 (a) apresenta o panorama de fissuração do bloco BP-30-30-2, sendo que cada uma das amostras apresentou fissuras em cruz. A força máxima atingida empurrou repentinamente um ou dois apoios (estacas) para dentro dos blocos provocando fissuras nos lados adjacentes. A perda dos cantos possibilitou a ruína total dos corpos de prova (ruina por cisalhamento dos cantos).

Os blocos do tipo BPC, com armadura concentrada sobre o topo das estacas, fissuraram radialmente na base conforme ilustra a Figura 6.3 (b). Os modos de ruína observados para esse caso foram cisalhamento para cinco corpos-de-prova (como no caso dos blocos BP) e ruína por punção em três dos blocos ensaiados. A ruína por punção empurrou repentinamente duas ou três placas metálicas (apoios ou estacas) mais o perímetro do pilar para dentro do bloco.

As fissuras nos blocos do tipo BDA cresceram do centro para a extremidade, avançando paralelamente aos lados do bloco. Para cargas próximas aos valores máximos observou-se fissuras de grandes aberturas que determinaram a ruína por flexão dos blocos. Para os blocos do tipo BDA-70x90 e BDA-80x90 a carga máxima ocasionou uma fissura central de grande abertura, conforme ilustra a Figura 6.3 (c). Para os blocos do tipo BDA-90x90 e BDA-100x90, observou-se na ruína duas grandes fissuras, conforme ilustra a Figura 6.3 (d).

A Tabela 6.3 apresenta a resistência à compressão para o concreto, as cargas de fissuração, escoamento e ruina dos blocos, bem como, os modos de ruptura observados.

Tabela 6.3 – Resultados experimentais obtidos por Suzuki et al (1998)

Série	СР	Bloco	fc	P <sub>fissuração</sub>	Pescoamento	P <sub>último</sub>	Modo de Ruína
Scric			(MPa)	(kN)	(kN)	(kN)	Wodo de Rama
	1	BP-20-1	21,3	176	510	519	Flexão + Cisalhamento
	2	BP-20-2	20,4	176	470	480	Flexão + Cisalhamento
	3	BPC-20-1	21,9	176	510	519	Flexão + Punção
1	4	BPC-20-2	19,9	167	-	529	Flexão + Punção
ļ '	5	BP-25-1	22,6	265	-	735	Cisalhamento
	6	BP-25-2	21,5	274	-	755	Cisalhamento
	7	BPC-25-1	18,9	255	813	818	Flexão + Cisalhamento
	8	BPC-25-2	22,0	235	813	813	Flexão + Punção
	9	BP-20-30-1	29,1	196	470	485	Flexão + Cisalhamento
	10	BP-20-30-2	29,8	235	480	480	Flexão + Cisalhamento
	11	BPC-20-30-1	29,8	225	490	500	Flexão
	12	BPC-20-30-2	29,8	235	490	495	Flexão
	13	BP-30-30-1	27,3	451	-	916	Cisalhamento
l II	14	BP-30-30-2	28,5	431	907	907	Flexão + Cisalhamento
"	15	BPC-30-30-1	28,9	392	1029	1039	Flexão + Cisalhamento
	16	BPC-30-30-2	30,9	431	1029	1029	Flexão + Cisalhamento
	17	BP-30-25-1	30,9	402	784	794	Flexão + Cisalhamento
	18	BP-30-25-2	26,3	353	-	725	Cisalhamento
	19	BPC-30-25-1	29,1	363	833	853	Flexão + Cisalhamento
	20	BPC-30-25-2	29,2	363	833	872	Flexão + Cisalhamento
	21	BDA-70x90-1	29,1	353	784	784	Flexão + Cisalhamento
	22	BDA-70x90-2	30,2	333	755	755	Flexão + Cisalhamento
	23	BDA-80x90-1	29,1	294	804	858	Flexão + Cisalhamento
III	24	BDA-80x90-2	29,3	372	804	853	Flexão + Cisalhamento
""	25	BDA-90x90-1	29,5	392	843	853	Flexão + Punção
	26	BDA-90x90-2	31,5	392	843	921	Flexão + Punção
	27	BDA-100x90-1	29,7	441	833	911	Flexão + Punção
	28	BDA-100x90-2	31,3	461	882	931	Flexão + Punção

A Figura 6.4 apresenta vários comportamentos carga versus deslocamento na base dos blocos de fundação ensaiados por Suzuki et al (1998). Observa-se que o deslocamento é muito reduzido enquanto os blocos não se encontram fissurados, porém após a fissuração observa-se o crescimento contínuo da flecha com o aumento das fissuras. A deflexão nos blocos do tipo BPC (armadura concentrada) é maior do que aquela observada nos blocos do tipo BP (armadura em malha), provavelmente pela ausência de armadura no centro da base desses blocos.

O bloco do tipo BP-25-2, apresenta na Figura 6.4 (a) uma ruptura típica por cisalhamento, uma vez que a carga aplicada diminui rapidamente a partir da carga máxima com uma flecha muito reduzida. A relação carga versus deslocamento não está completa uma vez que a ruptura por cisalhamento impossibilitou medições após a obtenção da carga máxima.

Na Figura 6.4 (b), o bloco BPC-20-30-2 apresenta uma ruína por flexão, uma vez que a flecha medida no centro do bloco cresceu rapidamente após uma certa carga e fissuras por cisalhamento não foram verificadas até a carga última. Os outros resultados apresentados na Figura 6.4 parecem conduzir a ruínas por cisalhamento, imediatamente após o escoamento das armaduras, uma vez que a flecha cresce rapidamente próxima da carga última e a carga começa a cair na sequência.

Deve-se observar que Suzuki et al (1998) definem o escoamento das armaduras sem a intrumentação das mesmas. A carga de escoamento (P<sub>escoamento</sub>), apresentada na Tabela 6.3, foi definida como sendo o ponto para o qual a deflexão começa a crescer repentinamente sem um rápido aumento da carga aplicada. Qualquer fissura na base dos blocos possui fissuras com aberturas de 0,5 mm ou mais, indicando o escoamento aparente das armaduras.

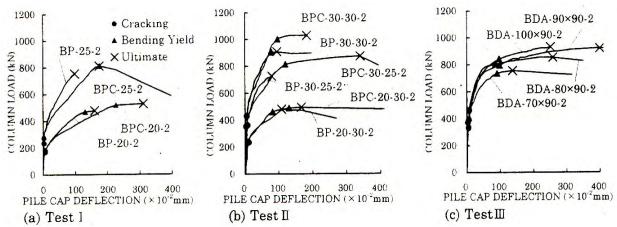


Figura 6.4 – Curvas carga versus deslocamento para os blocos ensaiados por Suzuki et al (1998)

A Tabela 6.4 apresenta os valores médios das cargas máximas obtidas por Suzuki et al (1998), devendo-se observar que os blocos apresentam a mesma quantidade de armaduras, porém com as mesmas disponibilizadas com diferentes arranjos. A máxima carga é aproximadamente 10 a 15% maior nos blocos com armaduras concentradas no topo das estacas, excluindo os blocos com alturas de 20 cm. Nos blocos com 20 cm de altura parece não haver nenhuma diferença entre armadura em malha e armadura concentrada.

Tabela 6.4 – Comparação entre as cargas últimas para diferentes arranjos de armaduras(Suzuki et al (1998))

	Carga Máxima (kN)							
Bloco	Armadura em Malha	Armadura Concentrada	(2)/(1)					
	(1)	(2)						
BP, BPC-20	500	524	1,05					
BP, BPC-25	745	816	1,10					
BP, BPC-20-30	483	497	1,03					
BP, BPC-30-30	911	1034	1,14					
BP, BPC-30-25	760	862	1,13					

<sup>\*</sup> Uma vez que a resistência do concreto utilizado nos blocos não difere significativamente, os resultados da tabela acima são apresentados como sendo a média dos valores obtidos.

### 6.3. Descrição das Análises Numéricas Utilizando ATENA3D

Na sequência são apresentadas as principais características dos modelos numéricos construídos no programa ATENA3D. Tendo em vista que foram analisados seis modelos diferentes, mais especificamente aqueles blocos da Série II apresentados na Tabela 6.3, procurar-se a apresentar os resultados da maneira mais resumida possível, uma vez que as simulações conduziram a um número muito grande de dados.

#### 6.3.1 Malha de Elementos Finitos e Topologia

Para a simulação numérica dos blocos de fundação foram utilizados modelos completos, ou seja, sem levar em conta os beneficios introduzidos pela simetria. A armadura discreta foi modelada com elementos unidimensionais simples de linha (single elements), enquanto elementos isoparamétricos de oito nós do tipo "brick" (3 graus de liberdade por nó e 8 pontos de integração) foram utilizados para a modelagem do concreto

e das placas de apoio. A Figura 6.5 apresenta a topologia e a malha de elementos finitos utilizadas para todos os blocos de fundação ora aqui simulados.

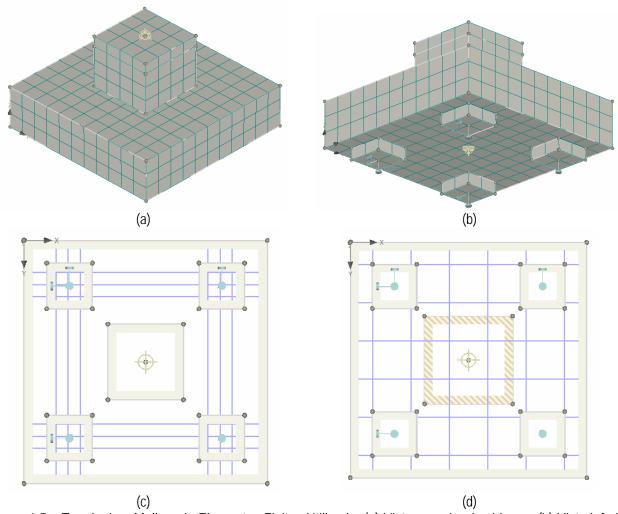


Figura 6.5 – Topologia e Malhas de Elementos Finitos Utilizada: (a) Vista superior dos blocos, (b) Vista inferior dos blocos, (c) Armaduras concentradas e (d) Armaduras em malha

### 6.3.2 Materiais

Para a modelagem do concreto nos blocos de fundação foi empregado o elemento 3D Nonlinear Cementitious 2D, acompanhado do modelo de fissuração distribuída do tipo "Fixed Crack Model". Tendo em vista que Suzuki et al (1998) ensaiaram dois corpos-de-prova para cada bloco de fundação, procurou-se definir nos modelos numéricos um valor médio para a resistência à compressão, obtido da média aritmética dos ensaios experimentais. Adicionalmente, procurou-se definir cargas médias para a fissuração, escoamento e ruína dos blocos, conforme ilustra a Tabela 6.5.

Tabela 6.5 – Valores médios obtidos na Série II ensaiada por Suzuki et al (1998)

Bloco	f <sub>c</sub> (MPa)	P <sub>fissuração</sub> (kN)	P <sub>escoamento</sub> (kN)	P <sub>ruína</sub> (kN)	Tipo de Ruína
		(KIV)	(KIV)	(KIN)	Ivulia
BP-20-30-1,2	29,45	215,50	475,00	482,50	Flexão + Cisalhamento
BPC-20-30-1,2	29,80	230,00	490,00	497,50	Flexão
BP-30-25-1,2	28,60	377,50	784,00	759,50	Flexão + Cisalhamento
BPC-30-25-1,2	29,15	363,00	833,00	862,50	Flexão + Cisalhamento
BP-30-30-1,2	27,90	441,00	907,00	911,50	Flexão + Cisalhamento
BPC-30-30-1,2	29,90	411,50	1029,00	1034,00	Flexão + Cisalhamento

Basicamente, foram definidos os valores de resistência à compressão apresentados na Tabela 6.5, porém divididos pelo fator 0,85, de maneira a se definir a resistência em corpos-de-prova cúbicos, que é o parâmetro principal de entrada do programa ATENA3D. A partir da definição dessa variável, manteve-se os demais parâmetros com os valores padrões, isto é, com os valores calculados automaticamente pelo programa. A Tabela 6.6 apresenta um exemplo de definição das propriedades do concreto (Bloco BP-20-30-1,2).

Tabela 6.6 – Exemplo de definição das propriedades do concreto: BP-20-30-1.2

Propriedade	Valor			
Title	Concreto			
Туре	CC3DNonLinCementitious2			
Elastic modulus E [MPa]	3,215E+04			
Poisson's ratio μ [–]	0,200			
Specific material weight ρ [MN/m³]	2,300E-02			
Coefficient of thermal expansion $\alpha$ [1/K]	1,200E-05			
Tensile strength F <sub>t</sub> [MPa]	2,550E+00			
Compressive strength F <sub>c</sub> [MPa]	-2,944E+01			
Specfic fracture energy G <sub>f</sub> [MN/m]	6,376E-05			
Critical compressive displacement W <sub>d</sub> [m]	-5,000E-04			
Exc.,def. the shape of fail.surface e [-]	0,520			
Multiplier for the direction of the pl.flow $\beta$ [–]	0,000			
Fixed crack model coefficient [-]	1,000			
Plastic strain at compressive strength $\epsilon_{cp}$ [–]	-9,157E-04			
Onset of non-linear behavior in compression F <sub>c0</sub> [MPa]	-5,355E+00			

As armaduras foram modeladas como material elasto-plástico (modelo bilinear) e as placas de apoio (estacas e aplicação do carregamento no pilar) foram definidas como sendo um material elástico. A Tabela 6.7 apresenta as propriedades definidas para as placas de apoio, enquanto a Tabela 6.8 apresenta as propriedades definidas para as armaduras em todos os blocos.

Tabela 6.7 – Propriedades definidas para o aço das armaduras

Propriedade	Valor			
Title	Placas de Apoio			
Туре	CC3DelastIsotropic			
Elastic modulus E [MPa]	5,000E+05			
Poisson's ratio μ [–]	0,300			
Specific material weight ρ [MN/m³]	2,300E-02			
Coefficient of thermal expansion $\alpha$ [1/K]	1,200E-05			

Tabela 6.8 – Propriedades do material elástico utilizado para as placas de apoio

Propriedade	Valor		
Title	Armaduras		
Type	CCReinforcement		
Elastic modulus E [MPa]	1,580E+05		
Specific material weight ρ [MN/m³]	7,850E-02		
Coefficient of thermal expansion $\alpha$ [1/K]	1,200E-05		
Reinf. type	Bilinear		
σ <sub>y</sub> [MPa]	405,000		

## 6.3.3 Carregamento, Condições de Apoio e Parâmetros da Solução Numérica

Para todos os blocos de fundação, foram definidas as condições de apoio apresentadas na Figura 6.5 (c) e (d), ou seja, procurou-se aplicar restrições no centro das placas de apoio, de maneira a possibilitar rotações e deslocamentos nas direções x e y, conforme informado no ensaio experimental efetuado por Suzuki et al (1998). Para a condição de carregamento, considerou-se a aplicação de um deslocamento fixo de 0,0001 m no topo da placa de carregamento, com o sentido negativo da direção z.

Para a maioria dos casos, o histórico de carregamento ("load history") consistiu em 300 passos de carga ("analysis steps"), com um coeficiente multiplicador de carregamentos ("analysis step multiplicator") igual a 0,05. Para o caso dos blocos BP20-30 e BPC20-30, foi necessário introduzir passos adicionais e reduzir o coeficiente multiplicador dos carregamentos para 0,01 em algumas etapas, de maneira a se atingir a convergência. Para a resolução dos problemas, aplicou-se o Método Padrão de Newton-Raphson com as características definidas na Tabela 6.9.

Tabela 6.9 – Especificação das propriedades do método de resolução no programa ATENA3D

Propriedades	Valor				
Title	Standard Newton-Raphson				
Method	Newton-Raphson (line search)				
Iteration limit	40				
Displacement Error	0,010000				
Residual Error	0,010000				
Absolute Residual Error	0,010000				
Energy Error	0,000100				
Optimize band-width	Sloan				
Line Search	Yes				
LS Type	With iterations				
LS Unbalanced energy limit	0,800				
LS Line search iteration limit	2				
LS Minimum Eta	0,010				
LS Maximum Eta	1,000				
Update Stiffness	Each iteration				
Stiffness Type	Tangent				

Adicionalmente, foram definidos pontos de monitoração, de maneira a se obter a resposta estrutural dos blocos de fundação. Para tanto, foi definido um ponto no topo dos blocos (para controle da carga aplicada) e um ponto no centro da base dos blocos (para controle dos deslocamentos na direção z). Pela Figura 6.5 (a) é possível observar o ponto de monitoração no topo da estrutura (carregamento), enquanto pela Figura 6.5 (b) é possível visualizar o ponto de monitoramento na base dos blocos (deslocamentos).

#### 6.3.4 Resultados Obtidos Utilizando ATENA3D

A Figura 6.6 apresenta as relações carga versus deslocamento obtidos nas simulações numéricas utilizando ATENA3D. Deve-se observar que as cargas medidas foram aplicadas pontualmente nos topos dos pilares, enquanto as deflexões foram medidas nos centros das bases dos blocos de fundação. As relações obtidas são muito semelhantes com aquelas apresentadas por Suzuki et al (1998), porém observa-se que os deslocamentos medidos numericamente são menores do que os valores experimentais.

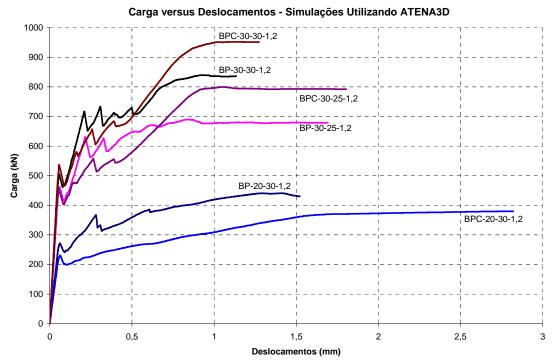


Figura 6.6 – Relações cargas versus deslocamento obtidos utilizando ATENA

A Tabela 6.10 apresenta a comparação dos resultados numéricos com os resultados experimentais, demonstrando que a análise numérica é uma ferramenta bastante poderosa para a obtenção de respostas estruturais. Se consideradas as diferenças entre as cargas experimentais e as cargas numéricas para os casos de fissuração, escoamento e ruptura, obtem-se um erro médio geral de 12%, com um coeficiente de variação igual a 14%. Trata-se portanto de uma previsão muito próxima da realidade física do problema.

Tabela 6.10 – Comparação entre resultados experimentais e numéricos para blocos sobre quatro estacas

	Fissuração (kN)		Escoamento (kN)		Ruína (kN)				
Bloco	P <sub>exp</sub>	P <sub>num</sub>	P <sub>exp</sub> / P <sub>num</sub>	P <sub>exp</sub>	P <sub>num</sub>	P <sub>exp</sub> / P <sub>num</sub>	$P_{exp}$	P <sub>num</sub>	P <sub>exp</sub> / P <sub>num</sub>
BP-30-25-1,2	378,00	380,10	0,99	784,00	654,60	1,20	759,50	690,00	1,10
BPC-30-25-1,2	363,00	382,30	0,95	833,00	709,40	1,17	862,50	799,20	1,08
BP-30-30-1,2	441,00	437,30	1,01	907,00	780,30	1,16	911,50	839,70	1,09
BPC-30-30-1,2	411,50	465,20	0,88	1029,00	835,50	1,23	1034,00	951,9	1,09
BP-20-30-1,2	215,50	243,40	0,89	475,00	381,90	1,24	482,50	440,6	1,10
BPC-20-30-1,2	230,00	195,30	1,18	490,00	312,00	1,57	497,50	379,60	1,31
		Média	0,98		Média	1,26		Média	1,13
		D.P	0,11		D.P	0,15		D.P	0,09
		C.V	0,11		C.V	0,12		C.V	80,0

A seguir são apresentados os principais resultados obtidos numericamente utilizando ATENA3D. Deve-se observar que os resultados numéricos são muito próximos daqueles obtidos experimentalmente, tanto qualitativamente quanto numericamente. Nas figuras a seguir, procurou-se fornecer basicamente informações quanto ao panorama de fissuração na ruina e no escoamento, bem como, as tensoões atuantes nas armaduras para essas situações. Também são apresentadas as regiões das primeiras fissuras e as tensões nas armaduras para este caso.

# a) Resultados Obtidos para o Bloco BP-20-30-1,2

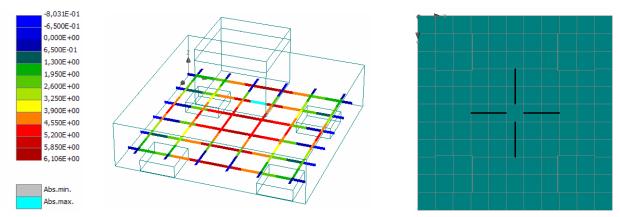


Figura 6.7 - Tensões nas armaduras no momento das primeiras fissuras – Bloco BP-20-30-1,2

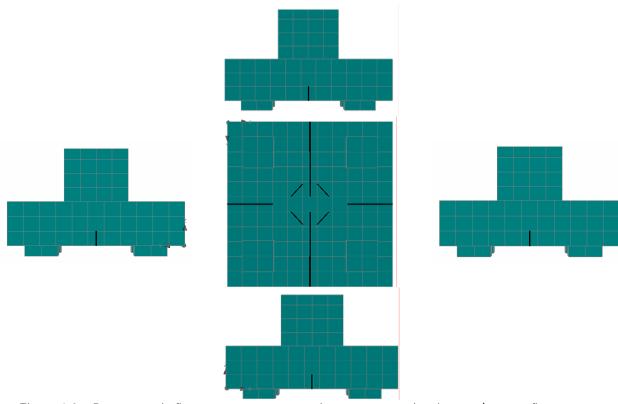


Figura 6.8 – Panorama de fissuração no momento do escoamento dos tirantes (apenas fissuras com aberturas superiores a 0,3 mm) - Bloco BP-20-30-1,2

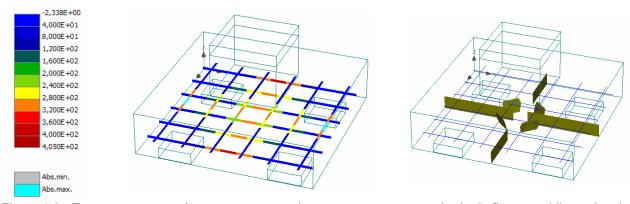


Figura 6.9 - Tensões nas armaduras no momento do escoamento acompanhada de fissuras tridimensionais (apenas fissuras com aberturas superiores a 0,3 mm) - Bloco BP-20-30-1,2

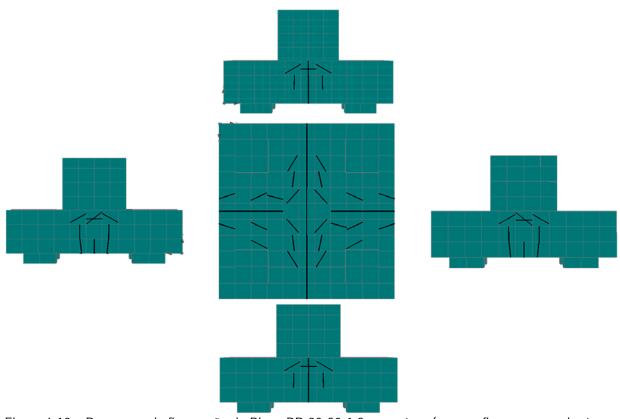


Figura 6.10 – Panorama de fissuração do Bloco BP-20-30-1,2 na ruptura (apenas fissuras com aberturas superiores a 0,3 mm)

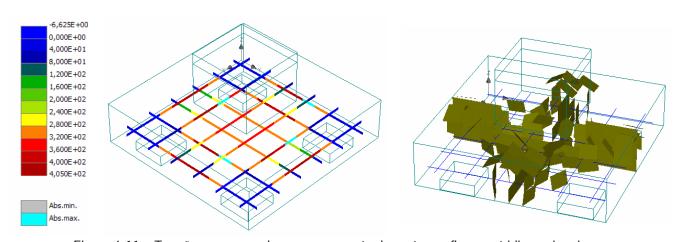


Figura 6.11 – Tensões nas armaduras no momento da ruptura e fissuras tridimensionais

# b) Resultados Obtidos para o Bloco BP-30-25-1,2

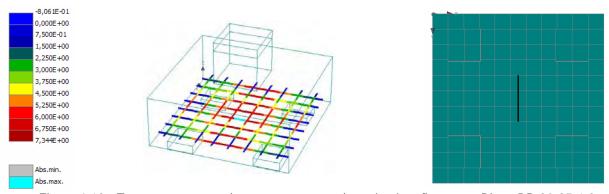


Figura 6.12 - Tensões nas armaduras no momento das primeiras fissuras – Bloco BP-30-25-1,2

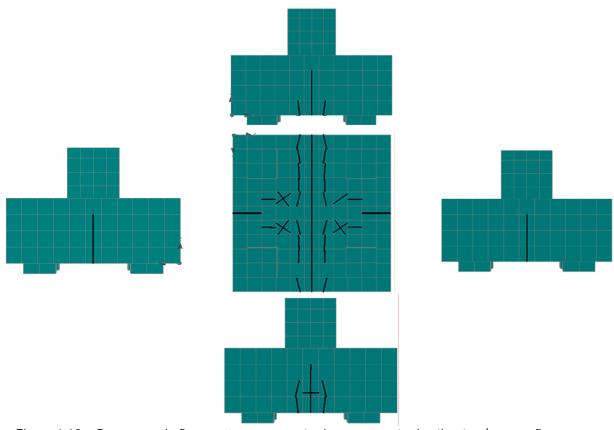


Figura 6.13 – Panorama de fissuração no momento do escoamento dos tirantes (apenas fissuras com aberturas superiores a 0,2 mm) - Bloco BP-20-30-1,2

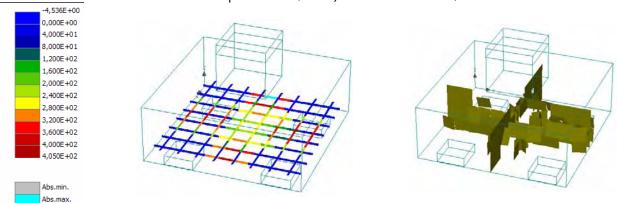


Figura 6.14 - Tensões nas armaduras no momento do escoamento e fissuras tridimensionais (apenas fissuras com aberturas superiores a 0,2 mm) - Bloco BP-20-30-1,2

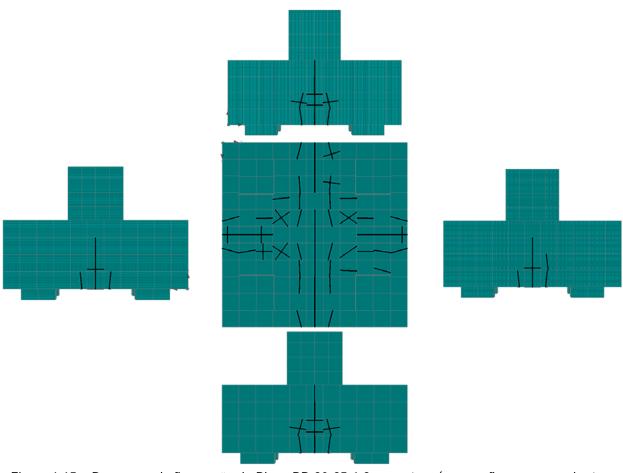


Figura 6.15 – Panorama de fissuração do Bloco BP-30-25-1,2 na ruptura (apenas fissuras com aberturas superiores a 0,2 mm)

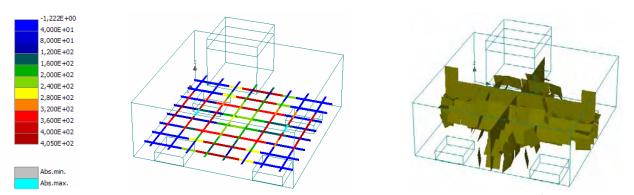


Figura 6.16 – Tensões nas armaduras no momento da ruptura e fissuras tridimensionais (apenas fissuras com aberturas superiores a 0,2 mm) - Bloco BP-20-30-1,2

# c) Resultados Obtidos para o Bloco BP-30-30-1,2

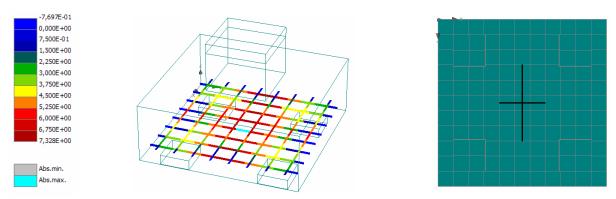


Figura 6.17 - Tensões nas armaduras no momento das primeiras fissuras – Bloco BP-30-30-1,2

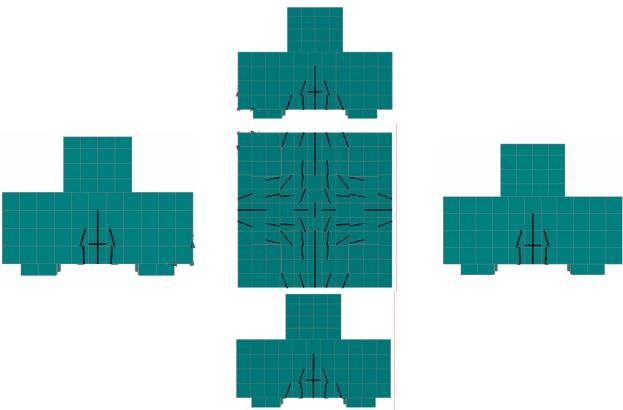


Figura 6.18 – Panorama de fissuração no momento do escoamento dos tirantes (apenas fissuras com aberturas superiores a 0,2 mm) - Bloco BP-30-30-1,2

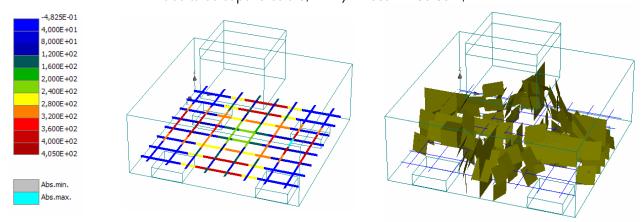


Figura 6.19 - Tensões nas armaduras no momento do escoamento e fissuras tridimensionais (apenas fissuras com aberturas superiores a 0,2 mm) - Bloco BP-30-30-1,2

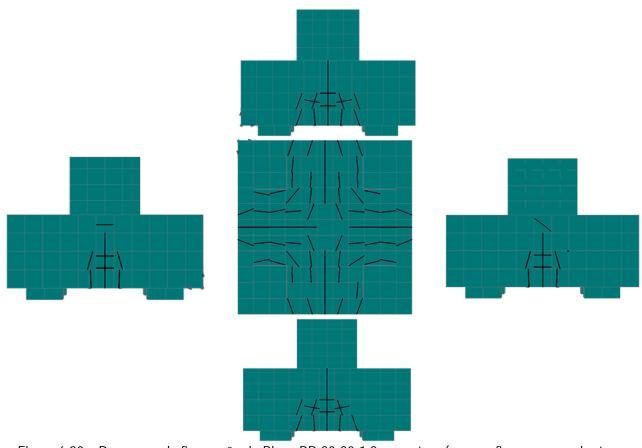


Figura 6.20 – Panorama de fissuração do Bloco BP-30-30-1,2 na ruptura (apenas fissuras com aberturas superiores a 0,2 mm)

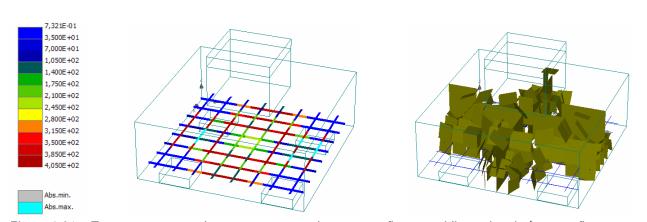


Figura 6.21 – Tensões nas armaduras no momento da ruptura e fissuras tridimensionais (apenas fissuras com aberturas superiores a 0,2 mm) - Bloco BP-30-30-1,2

# d) Resultados Obtidos para o Bloco BPC-20-30-1,2

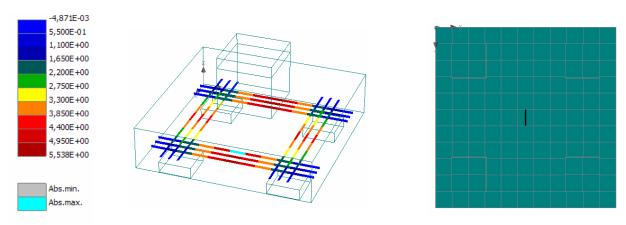


Figura 6.22 - Tensões nas armaduras no momento das primeiras fissuras - Bloco BPC-20-30-1,2

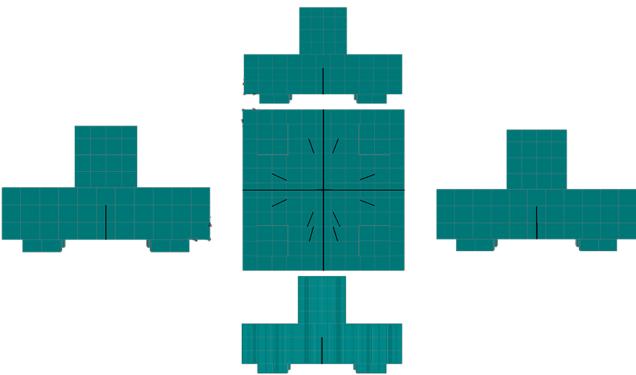


Figura 6.23 – Panorama de fissuração no momento do escoamento dos tirantes (apenas fissuras com aberturas superiores a 0,2 mm) – Bloco BPC-20-30-1,2

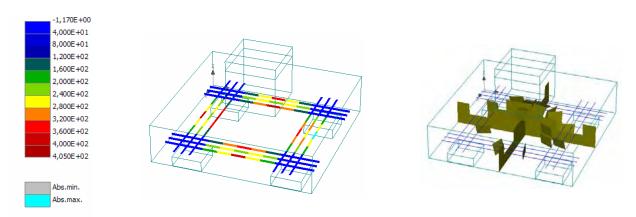


Figura 6.24 - Tensões nas armaduras no momento do escoamento e fissuras tridimensionais (apenas fissuras com aberturas superiores a 0,2 mm) – Bloco BPC-20-30-1,2

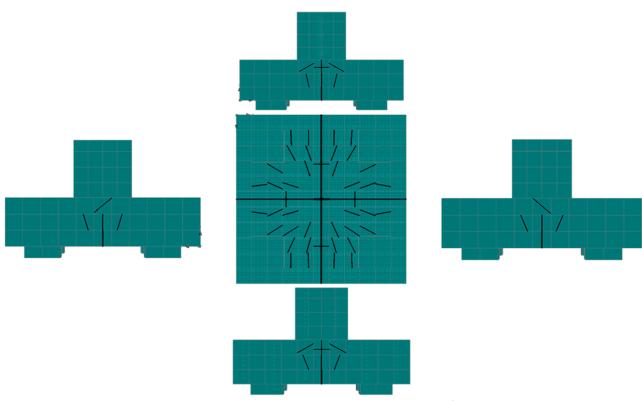


Figura 6.25 – Panorama de fissuração do Bloco BPC-20-30-1,2 na ruptura (apenas fissuras com aberturas superiores a 0,2 mm)

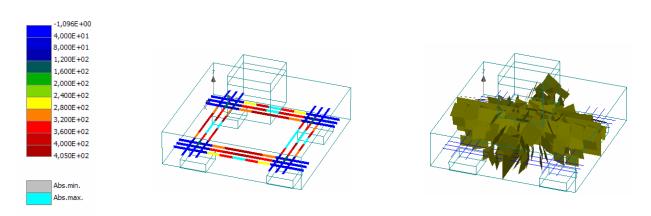


Figura 6.26 – Tensões nas armaduras no momento da ruptura e fissuras tridimensionais (apenas fissuras com aberturas superiores a 0,2 mm) – Bloco BPC-20-30-1,2

# e) Resultados Obtidos para o Bloco BPC-30-25-1,2

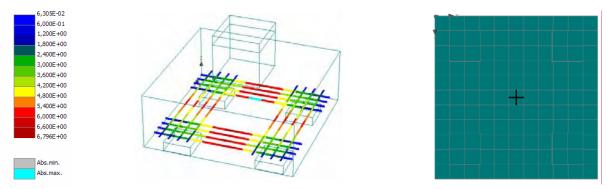


Figura 6.27 - Tensões nas armaduras no momento das primeiras fissuras - Bloco BPC-30-25-1,2

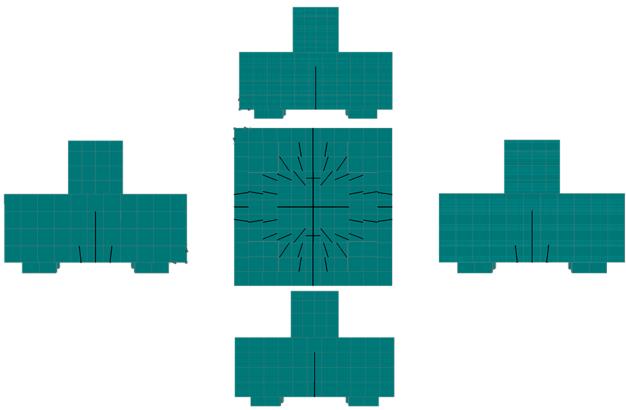


Figura 6.28 – Panorama de fissuração no momento do escoamento dos tirantes (apenas fissuras com aberturas superiores a 0,2 mm) – Bloco BPC-30-25-1,2

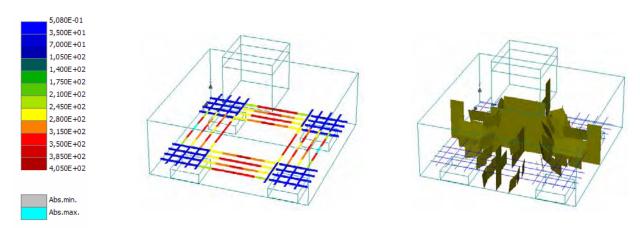


Figura 6.29 - Tensões nas armaduras no momento do escoamento e fissuras tridimensionais (apenas fissuras com aberturas superiores a 0,2 mm) - Bloco BPC-30-25-1,2

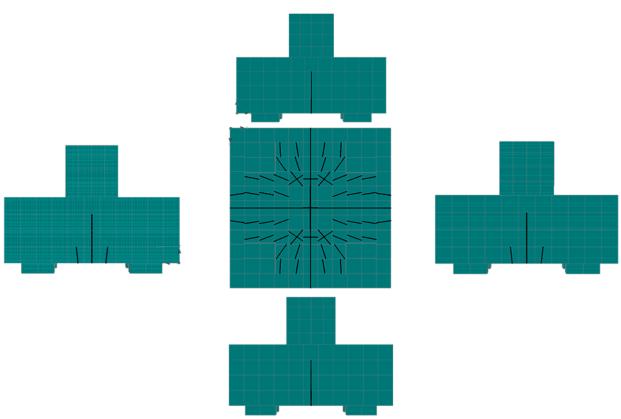


Figura 6.30 – Panorama de fissuração do Bloco BPC-30-25-1,2 na ruptura (apenas fissuras com aberturas superiores a 0,2 mm)

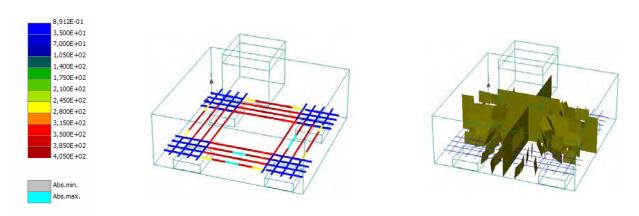


Figura 6.31 – Tensões nas armaduras no momento da ruptura e fissuras tridimensionais (apenas fissuras com aberturas superiores a 0,2 mm) - Bloco BPC-30-25-1,2

# f) Resultados Obtidos para o Bloco BPC-30-30-1,2

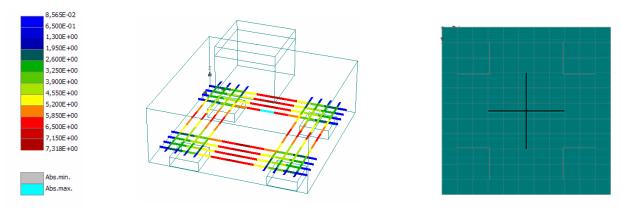


Figura 6.32 - Tensões nas armaduras no momento das primeiras fissuras – Bloco BPC-30-30-1,2

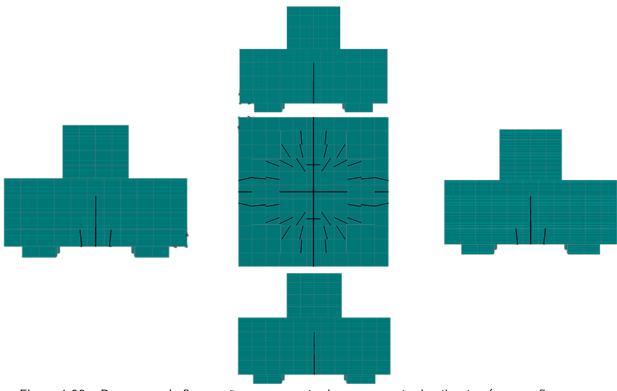


Figura 6.33 – Panorama de fissuração no momento do escoamento dos tirantes (apenas fissuras com aberturas superiores a 0,2 mm) – Bloco BPC-30-30-1,2

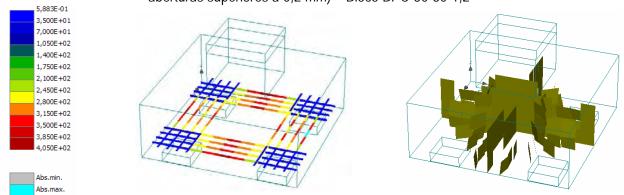


Figura 6.34 - Tensões nas armaduras no momento do escoamento e fissuras tridimensionais (apenas fissuras com aberturas superiores a 0,2 mm) – Bloco BPC-30-30-1,2

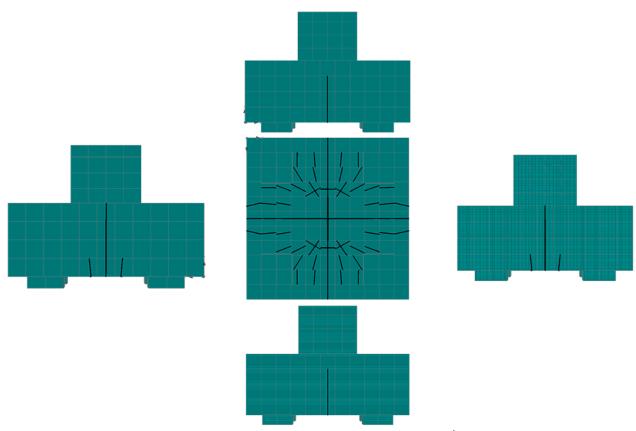


Figura 6.35 – Panorama de fissuração do Bloco BPC-30-30-1,2 na ruptura (apenas fissuras com aberturas superiores a 0,2 mm)

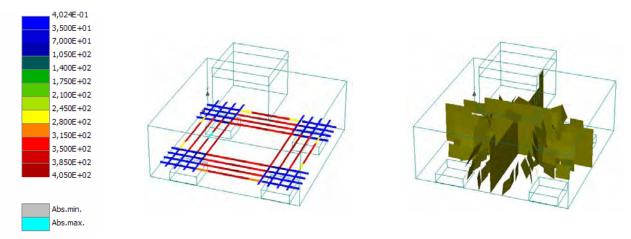


Figura 6.36 – Tensões nas armaduras no momento da ruptura e fissuras tridimensionais (apenas fissuras com aberturas superiores a 0,2 mm) – Bloco BPC-30-30-1,2

#### 6.4. Discussões Sobre a Investigação Conduzida

Após as diversas simulações efetuadas pode-se dizer que para o problema em questão a análise não-linear se comportou como um verdadeiro laboratório virtual. Pôde-se capturar com grande precisão os comportamentos referentes à fissuração, escoamento das armaduras e ruptura dos blocos investigados. Para estas situações foram obtidos coeficientes de variação variando entre 0,08 e 0,12, com valores médios da carga experimental dividida pela carga numérica variando entre 0,98 e 1,13.

Inicialmente foi dificil definir as condições de vinculação dos blocos, uma vez que rotações e deslocamentos no plano horizontal eram totalmente liberados no ensaio experiemntal. Após inúmeras tentativas, pode-se finalmente chegar a uma definição que correspondia ao problema real. Apesar dos bons resultados obtidos, deve-se observar que as condições de vinculação utilizadas por Suzuki et al (1998) são questionáveis. Na realidade, um bloco de fundação construído em campo parece não ter essa flexibilidade de deslocamentos, uma vez que a rigidez lateral das estacas impedirá rotações e deslocamentos no plano horizontal. No entanto, deve-se observar que a simulação em laboratório dessas condições de contorno não é tarefa fácil.

Qualitativamente os resultados obtidos numericamente também se aproximam muito daqueles descritos experimentalmente. Observa-se que nas análises numéricas os blocos da série BP (armadura em malha) apresentaram fissuração em cruz na base, enquanto que os blocos do tipo BPC (armadura concentrada) apresentaram fissuração em cruz acompanhada de fissuração radial na base. Essa descrição qualitativa é muito próxima daquela descrita por Suzuki et al (1998) para os blocos ensaiados experimentalmente. Porém, deve-se observar que o modo de colapso numérico não é tão claro como aquele descrito experimentalmente (perda dos cantos, punção, afundamento das placas, etc.).

Nos ensaios experimentais, Suzuki et al (1998) relataram que a carga máxima é aproximadamente 10 a 15% maior nos blocos com armaduras concentradas no topo das estacas, excluindo os blocos com alturas de 20 cm. Para os blocos com 20 cm de altura, Suzuki et al (1998) relataram que parece não ter ocorrido nenhuma diferença entre o caso de armadura em malha e armadura concentrada. Nos ensaios numéricos, observou-se que a máxima carga é de 13 a 16% maior nos blocos com armaduras concentradas, seguindo a tendência experimental. Porém, para os blocos com 20 cm de altura, observou-se que a disposição em malha produz uma carga última 16% maior do que no caso concentrado, diferenciando-se da resposta experimental.

Finalmente, observa-se que os deslocamentos obtidos experimentalmente são relativamente maiores do que aqueles obtidos numericamente. Essa diferença chega-se a ser o dobro em alguns casos, conforme pode-se observar comparando-se a Figura 6.4 com Figura 6.6. Deve-se observar que os resultados de deslocamento obtidos na base do bloco por Suzuki et al (1998) foram feito através de interpolação, o que a principio pode explicar a diferença observadas.

#### 6.5. Referências Bibliográficas

CERVENKA, V.; CERVENKA, J.. "ATENA Program Documentation – Part 2-2: User's Manual for ATENA3D", Prague, República Theca, 2005.

KABELE, P.; CERVENKA, V.; CERVENKA, J.. "ATENA Program Documentation – Part 3: Ezample Manual", Prague, República Theca, 2005.

CERVENKA, V; JENDELE, L.; CERVENKA, J.. "ATENA Program Documentation – Part 1: Theory", Prague, República Theca, 2005.

SUZUKI, K.; OTSUKI, K.; TSUBATA, T.. "Influence of Bar Arrangement on Ultimate Strength of Four-Pile Caps". Transactions of the Japan Concrete Institute, v.20, pp.195-202, 1998.

# 7. Modelos para o Dimensionamento de Blocos Sobre Estacas Suportando Pilares Retangulares Sujeitos à Flexão Oblíqua Composta

Observa-se na literatura que a maioria dos modelos disponíveis para o dimensionamento de blocos de fundação tratam apenas o caso simples de pilar quadrado com carga centrada. Evidentemente, essa situação de carregamento é muito limitada, sendo que a situação de blocos apoiando pilares sujeitos à flexão oblíqua composta é normalmente tratada de maneira simplificada e pouco racional.

Visando estabelecer uma formulação genérica para o problema de dimensionamento dos blocos de fundação, propõe-se na sequência modelos de escoras e tirantes variáveis, que podem ser muito úteis no dimensionamento de blocos de fundação com pilares retangulares sujeitos a força normal e momentos fletores. Acredita-se que essa formulação possibilitará um dimensionamento mais econômico e racional dos blocos de fundação, em comparação aos métodos simplificados que têm sido aplicados na prática.

## 7.1. Blocos Sobre Duas Estacas Sujeitos a Força Normal e Momento Fletor

Para o desenvolvimento de modelos de escoras e tirantes genéricos para blocos sobre duas estacas sujeitos a força normal e momento fletor são consideradas as convenções apresentadas na Figura 7.1. Na sequência são apresentadas as variáveis e o processo de dimensionamento proposto.

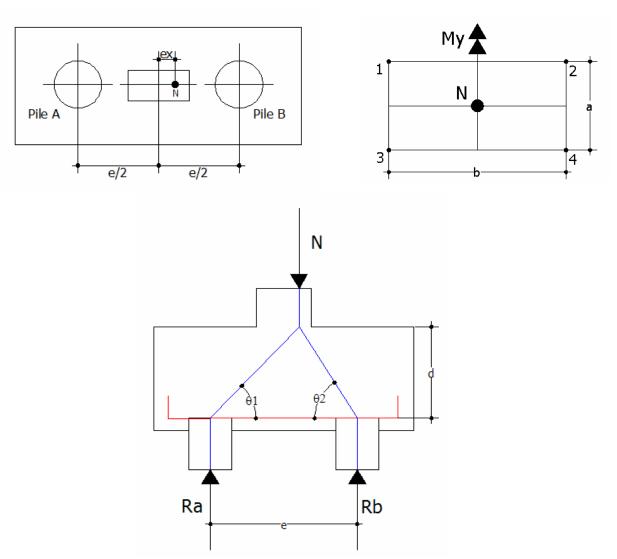


Figura 7.1 – Modelo genérico de escoras e tirantes para blocos sobre duas estacas

#### Parâmetros:

N = Força Normal, negativo para compressão;

M<sub>y</sub> = Momento fletor em torno do eixo y, positivo conforme convenção na Figura 7.1;

e = Distância entre eixos de estacas, normalmente igual a 3 vezes o diâmetro da estaca (D);

d = Altura útil do bloco de fundação;

a = Menor dimensão do pilar;

b = Maior dimensão do pilar;

e<sub>x</sub> = Excentricidade da carga em torno do eixo y;

R<sub>A</sub>,R<sub>B</sub> = Reações das estacas A e B, respectivamente;

L<sub>A</sub>, L<sub>B</sub> = Projeção das escoras A e B no plano horizontal, respectivamente;

 $\theta_A$ ,  $\theta_B$  = Ângulo das escoras A e B, respectivamente;

C<sub>A</sub>, C<sub>B</sub> = Forças nas escoras A e B, respectivamente;

 $T_{AB}$  = Força no tirante AB;

A<sub>S,AB</sub> = Armadura do tirante AB;

f<sub>yk</sub> = Tensão de escoamento característica da armadura;

fyd = Tensão de escoamento de cálculo da armadura;

γ<sub>s</sub> = Coeficiente de minoração de resistência da armadura;

γ<sub>f</sub> = Coeficiente de majoração das ações;

γ<sub>n</sub> = Coeficiente adicional de majoração aplicado às Regiões D;

f<sub>ck</sub> = Resistência característica à compressão do concreto;

 $\sigma_{E,A}$ ,  $\sigma_{E,B}$  = Tensões atuantes nas estacas A e B, respectivamente;

 $\sigma_{1,P}$ ,  $\sigma_{2,P}$ ,  $\sigma_{3,P}$ ,  $\sigma_{4,P}$  = Tensões atuantes nos cantos do pilar;

 $\lambda$  = Parâmetro de controle da tensão efetiva do concreto nas escoras.

#### a) Excentricidade do Carregamento:

$$e_x = \frac{-M_y}{N} \le \frac{a}{6}$$
 (Equação 7.1)

## b) Reações de Apoio das Estacas:

$$R_{A} = -\left(-\frac{N}{2} - \frac{M_{Y}}{e}\right) \ge 0$$
 (Equação 7.2)

$$R_{B} = -\left(-\frac{N}{2} + \frac{M_{y}}{e}\right) \ge 0$$
 (Equação 7.3)

#### c) Projeção das Escoras Inclinadas no Plano Horizontal:

$$L_A = 0.5.e + e_x$$
 (Equação 7.4)  
 $L_B = 0.5.e - e_x$  (Equação 7.5)

#### d) Ângulos das Escoras

$$\theta_A = arctg \frac{d}{L_A}$$
 (Ângulo entre a projeção  $L_A$  e a Escora A) (Equação 7.6)

$$\theta_{B} = arctg \frac{d}{L_{B}}$$
 (Ângulo entre a projeção  $L_{B}$  e a Escora B) (Equação 7.7)

## e) Forças nas Escoras

$$C_{A} = \frac{R_{A}}{\sin \theta_{A}}$$
 (Equação 7.8)

$$C_{B} = \frac{R_{B}}{\sin \theta_{B}}$$
 (Equação 7.9)

# f) Força no Tirante

$$T_{AB} = -C_A \cdot \cos \theta_A$$
 (Equação 7.10)

# g) Cálculo da Armadura (Dimensionamento à Flexão)

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{f_{yk}}{1,15}$$
 (Equação 7.11)

$$A_{S,AB} = \frac{\gamma_f.\gamma_n.T_{AB}}{f_{yd}} = \frac{1,1.1,4.T_{AB}.1,15}{f_{yk}} = \frac{1,77.T_{AB}}{f_{yk}}$$
(Equação 7.12)

## h) Limitação das Tensões no Pilar e nas Estacas (Dimensionamento Indireto ao Cisalhamento)

As tensões máximas atuantes nos pilares e nas estacas são dadas pelas equações a seguir, sendo que o máximo valor encontrado para compressão deverá ser inferior aos limites porpostos no CEB-FIP Model Code 1990 (1993).

#### Tensões nas Estacas:

$$\sigma_{E,A} = \left(\frac{R_A}{\pi \cdot (D/2)^2}\right)$$
 (Equação 7.13)

$$\sigma_{EB} = \left(\frac{R_B}{\pi \cdot (D/2)^2}\right)$$
 (Equação 7.14)

#### Tensões Contorno do Pilar:

$$\sigma_{\text{1,P}} = \left(\frac{N}{a.b} + \frac{M_y}{b.a^2/6}\right)$$
 (Equação 7.15)

$$\sigma_{2,P} = \left(\frac{N}{a.b} - \frac{M_y}{b.a^2/6}\right)$$
 (Equação 7.16)

$$\sigma_{3,P} = \left(\frac{N}{a.b} + \frac{M_y}{b.a^2/6}\right)$$
 (Equação 7.17)

$$\sigma_{_{4,P}} = \left(\frac{N}{a.b} - \frac{M_y}{b.a^2/6}\right)$$
 (Equação 7.18)

$$\begin{split} \sigma &\leq \sigma_{\text{E,A}}; \sigma_{\text{E,B}}; \sigma_{\text{1,P}}; \sigma_{\text{2,P}}; \sigma_{\text{3,P}}; \sigma_{\text{4,P}} \\ \left|\sigma\right| &\leq \sigma_{\text{lim}} \\ \sigma_{\text{lim}} &\leq \sigma_{e,1}; \sigma_{e,2}; \sigma_{e,3} \end{split} \tag{Equação 7.19}$$

De acordo com o CEB-FIP Model Code 1990 (1993), item 3.3, a ruína de um bloco parcialmente carregado pode ocorrer devido ao descolamento do concreto nas faces da área carregada, devido a fissuração nas regiões mais profundas do bloco e devido ao esmagamento da superfície carregada, conforme as equações a seguir:

• Descolamento Próximo às Faces Parcialmente Carregadas ("Spalling")

$$\sigma_{\rm e,1} = f_{\rm ck} \cdot \sqrt{A_2/A_1} \le 4.f_{\rm ck}$$
 (Equação 7.22)

Sendo A<sub>2</sub>/A<sub>1</sub> a relação entre a área do pilar e a área superficial do bloco de fundação.

Fissuração Transversal nas Zonas mais Profundas ("Splitting")

$$f_{ct} = 0.26.f_{ck}^{2/3} \text{ (MPa)}$$
 (Equação 7.23)

$$\sigma_{\rm e,2} = 2.\frac{(b_2/b_1)^2}{(b_2/b_1) - 1} \left(\frac{f_{\rm ct}}{f_{\rm ck}}\right) f_{\rm ck} \tag{Equação 7.24}$$

Sendo b<sub>2</sub>/b<sub>1</sub> a relação entre o comprimento do pilar e o comprimento do bloco de fundação em uma mesma direção.

• Esmagamento da Superfície Carregada ("Crushing")

$$\sigma_{e,3} = 12.5.f_{ck}.\sqrt{\frac{40}{f_{ck}}}$$
 (Equação 7.25)

Deve-se observar que esse é um dimensionamento indireto ao cisalhamento, de maneira a se preservar a integridade das escoras. Respeitando-se as equações acima, isto é, fazendo-se com que a máxima tensão de compressão seja inferior aos limites propostos no CEB-FIP Model Code 1990, poder-se-á garantir que o tirante entrará em escoamento antes das escoras ruirem, obtendo-se assim um modo de fratura dúctil.

## 7.1.1 Exemplo de Aplicação da Formulação Proposta – Bloco Sobre Duas Estacas

Para exemplificar a aplicação da metodologia proposta, considere-se o bloco de fundação sobre duas estacas com as características apresentadas na Figura 7.2.

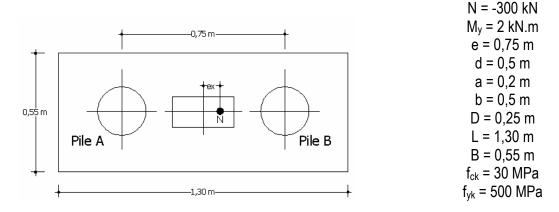


Figura 7.2 – Características do bloco de fundação sobre duas estacas dimensionado pela formulação proposta para bloco sobre duas estacas

Empregando-se a metodologia proposta, obteve-se os resultados apresentados na Figura 7.3, que também apresenta os resultados obtidos no programa SAP2000. Observa-se uma perfeita concordância entre as forças obtidas no modelo genérico e aquelas calculadas com o auxílio de uma ferramenta numérica, o que comprova o bom desempenho do modelo proposto.

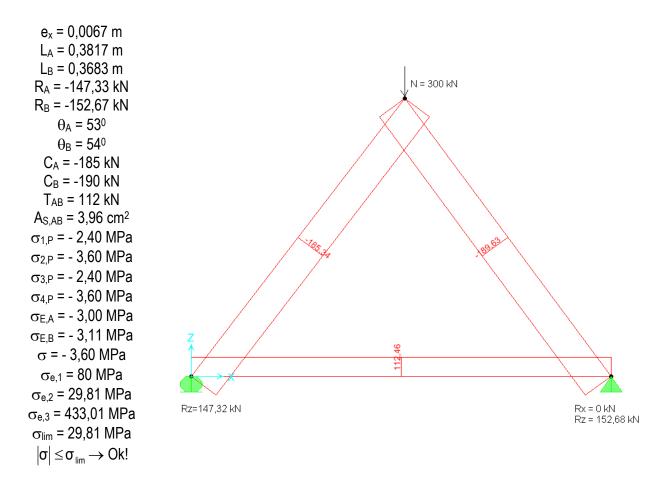


Figura 7.3 – Resultados obtidos utilizando a formulação proposta e o programa SAP2000

# 7.2. Blocos Sobre Três Estacas Sujeitos a Força Normal e Momentos Fletores

Para o desenvolvimento de modelos de escoras e tirantes genéricos para blocos sobre três estacas sujeitos a força normal e momento fletor são consideradas as convenções apresentadas na Figura 7.4. Na sequência são apresentadas as variáveis e o processo de dimensionamento proposto.

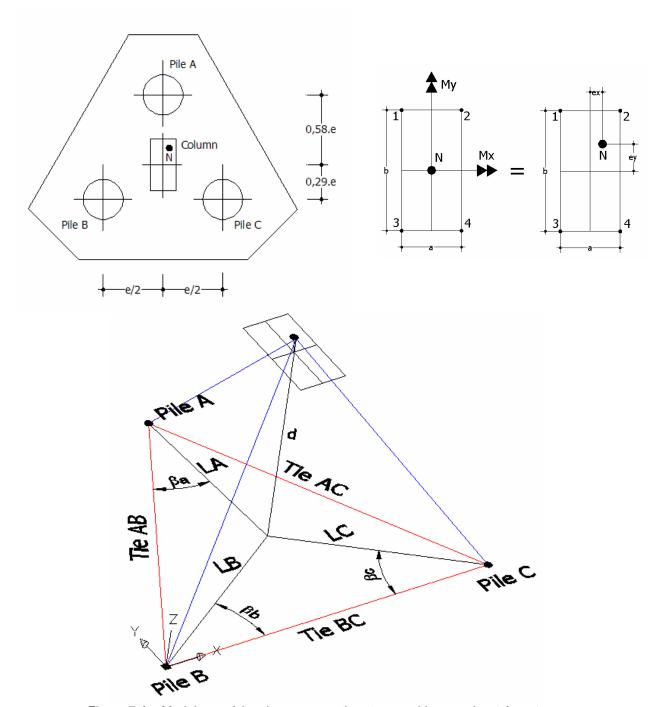


Figura 7.4 – Modelo genérico de escoras e tirantes para blocos sobre três estacas

#### Parâmetros:

N = Força Normal, negativo para compressão;

 $M_y$ ,  $M_x$  = Momento fletor em torno dos eixos x e y, respectivamente, com convenção conforme Figura 7.4;

e = Distância entre eixos de estacas, normalmente igual a 3 vezes o diâmetro da estaca (D);

d = Altura útil do bloco de fundação;

a = Menor dimensão do pilar;

b = Maior dimensão do pilar;

e<sub>x</sub> = Excentricidade da carga em torno do eixo y;

R<sub>A</sub>,R<sub>B</sub>,R<sub>c</sub> = Reações das estacas A, B e C, respectivamente;

L<sub>A</sub>, L<sub>B</sub>, L<sub>C</sub> = Projeção das escoras A,B e C no plano horizontal, respectivamente;

 $\theta_A$ ,  $\theta_B$ ,  $\theta_C$  = Ângulo das escoras A, B e C, em relação à direção vertical, respectivamente;

β<sub>A</sub>, β<sub>B</sub>, β<sub>C</sub> = Ângulo das escoras A, B e C, em relação à direção horizontal, respectivamente;

C<sub>A</sub>, C<sub>B</sub>, C<sub>C</sub> = Forças nas escoras A, B e C, respectivamente;

T<sub>AB</sub>, T<sub>AC</sub>, T<sub>BC</sub> = Força nos tirantes AB, AC e BC, respectivamente;

A<sub>S,AB</sub>, A<sub>S,AC</sub>, A<sub>S,BC</sub> = Armadura dos tirantes AB, AC e BC, respectivamente;

f<sub>vk</sub> = Tensão de escoamento característica da armadura;

fyd = Tensão de escoamento de cálculo da armadura;

 $\gamma_s$  = Coeficiente de minoração de resistência da armadura;

γ<sub>f</sub> = Coeficiente de majoração das ações;

 $\gamma_n$  = Coeficiente adicional de majoração aplicado às Regiões D;

f<sub>ck</sub> = Resistência característica à compressão do concreto;

 $\sigma_{EA}$ ,  $\sigma_{EB}$ ,  $\sigma_{EC}$  = Tensões atuantes nas estacas A, B e C, respectivamente;

 $\sigma_{1,P}$ ,  $\sigma_{2,P}$ ,  $\sigma_{3,P}$ ,  $\sigma_{4,P}$  = Tensões atuantes nos cantos A, B, C e D do pilar, respectivamente.

 $\lambda$  = Parâmetro de controle da tensão efetiva do concreto nas escoras.

## a) Excentricidade do Carregamento:

$$e_x = \frac{-M_y}{N}$$
 (Equação 7.26)

$$e_y = \frac{M_x}{N}$$
 (Equação 7.27)

## b) Reações de Apoio das Estacas:

$$R_A = -\left(-\frac{N}{3} - \frac{1,1494.M_x}{e}\right) \ge 0$$
 (Equação 7.28)

$$R_{B} = -\left(-\frac{N}{3} + \frac{M_{y}}{e} + \frac{0,5747.M_{x}}{e}\right) \ge 0$$
 (Equação 7.29)

$$R_{c} = -\left(-\frac{N}{3} - \frac{M_{y}}{e} + \frac{0,5747.M_{x}}{e}\right) \ge 0$$
 (Equação 7.30)

#### c) Projeção das Escoras Inclinadas no Plano Horizontal:

$$L_A = \sqrt{(e_x)^2 + (0.58.e - e_y)^2}$$
 (Equação 7.31)

$$L_{B} = \sqrt{(0.5.e + e_{x})^{2} + (0.29.e + e_{y})^{2}}$$
 (Equação 7.32)

$$L_{c} = \sqrt{(0.5.e - e_{x})^{2} + (0.29.e + e_{y})^{2}}$$
 (Equação 7.33)

## d) Ângulos das Escoras

$$\theta_A = arctg \frac{d}{L_A}$$
 (Ângulo entre a projeção L<sub>A</sub> e a Escora A) (Equação 7.34)

$$\theta_B = \operatorname{arctg} \frac{d}{L_B}$$
 (Ângulo entre a projeção  $L_B$  e a Escora B) (Equação 7.35)

$$\theta_C = \operatorname{arctg} \frac{d}{L_C}$$
 (Ângulo entre a projeção  $L_C$  e a Escora C) (Equação 7.36)

$$\beta_{A} = \arctan \frac{e_{x}}{0.58.e - e_{y}} + 29.88^{\circ} \text{ (Ângulo entre a projeção L}_{A} \text{ e o tirante AB)}$$
 (Equação 7.37)

$$\beta_B = \arctan \frac{0,29.e + e_y}{0,50.e + e_x} \text{ (Ångulo entre a projeção L}_B e o tirante BC)$$
 (Equação 7.38)

$$\beta_{C} = \arctan \frac{0,29.e + e_{y}}{0,50.e - e_{x}} \text{ (Ângulo entre a projeção L}_{C} \text{ e o tirante BC)}$$
 (Equação 7.39)

## e) Forças nas Escoras

$$C_{A} = \frac{R_{A}}{\sin \theta_{A}}$$
 (Equação 7.40)

$$C_{B} = \frac{R_{B}}{\sin \theta_{B}}$$
 (Equação 7.41)

$$C_{c} = \frac{R_{c}}{\sin \theta_{c}}$$
 (Equação 7.42)

#### f) Forças nos Tirantes

$$\begin{split} \mathsf{T}_{\mathsf{AB}} &= -1,1534.\mathsf{C}_{\mathsf{B}}.\cos\theta_{\mathsf{B}}.\sin\beta_{\mathsf{B}} \\ \mathsf{T}_{\mathsf{AC}} &= -1,1534.\mathsf{C}_{\mathsf{C}}.\cos\theta_{\mathsf{C}}.\sin\beta_{\mathsf{C}} \\ \mathsf{T}_{\mathsf{BC}} &= -\mathsf{C}_{\mathsf{B}}.\cos\theta_{\mathsf{B}}.\sin\beta_{\mathsf{B}} - 0,4983.\mathsf{T}_{\mathsf{AB}} \end{split} \tag{Equação 7.43}$$

## g) Cálculo das Armaduras (Dimensionamento à Flexão)

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{f_{yk}}{1,15}$$
 (Equação 7.46)

$$A_{S,AB} = \frac{\gamma_f \cdot \gamma_n \cdot T_{AB}}{f_{vd}} = \frac{1,1.1,4.T_{AB} \cdot 1,15}{f_{vk}} = \frac{1,77.T_{AB}}{f_{vk}} \tag{Equação 7.47}$$

$$A_{S,AC} = \frac{\gamma_f.\gamma_n.T_{AC}}{f_{vd}} = \frac{1,1.1,4.T_{AC}.1,15}{f_{vk}} = \frac{1,77.T_{AC}}{f_{vk}} \tag{Equação 7.48}$$

$$A_{S,BC} = \frac{\gamma_f.\gamma_n.T_{BC}}{f_{vd}} = \frac{1,1.1,4.T_{BC}.1,15}{f_{vd}} = \frac{1,77.T_{BC}}{f_{vd}}$$
 (Equação 7.49)

## h) Limitação das Tensões no Pilar e nas Estacas (Dimensionamento Indireto ao Cisalhamento)

As tensões máximas atuantes nos pilares e nas estacas são dadas pelas equações a seguir, sendo que o máximo valor encontrado para compressão deverá ser inferior aos limites porpostos no CEB-FIP Model Code 1990 (1993).

#### • Tensões nas Estacas:

$$\sigma_{E,A} = \left(\frac{R_A}{\pi \cdot (D/2)^2}\right)$$
 (Equação 7.50)

$$\sigma_{E,B} = \left(\frac{R_B}{\pi \cdot (D/2)^2}\right)$$
 (Equação 7.51)

$$\sigma_{\text{E,C}} = \left(\frac{R_{\text{C}}}{\pi.(\text{D/2})^2}\right)$$
 (Equação 7.52)

#### Tensões Contorno do Pilar:

$$\sigma_{1,P} = \left(\frac{N}{a.b} + \frac{M_x}{a.b^2/6} + \frac{M_y}{b.a^2/6}\right)$$
 (Equação 7.53)

$$\sigma_{2,P} = \left(\frac{N}{a.b} + \frac{M_x}{a.b^2/6} - \frac{M_y}{b.a^2/6}\right)$$
 (Equação 7.54)

$$\sigma_{3,P} = \left(\frac{N}{a.b} - \frac{M_x}{a.b^2/6} + \frac{M_y}{b.a^2/6}\right)$$
 (Equação 7.55)

$$\sigma_{4,P} = \left(\frac{N}{a.b} + \frac{M_x}{a.b^2/6} - \frac{M_y}{b.a^2/6}\right)$$
 (Equação 7.56)

$$\sigma \le \sigma_{\text{E,A}}; \sigma_{\text{E,B}}; \sigma_{\text{E,C}}; \sigma_{\text{1,P}}; \sigma_{\text{2,P}}; \sigma_{\text{3,P}}; \sigma_{\text{4,P}}$$
 (Equação 7.57)

$$|\sigma| \le \sigma_{\lim}$$
 (Equação 7.58)

$$\sigma_{\lim} \le \sigma_{e,1}; \sigma_{e,2}; \sigma_{e,3}$$
 (Equação 7.59)

De acordo com o CEB-FIP Model Code 1990 (1993), item 3.3, a ruína de um bloco parcialmente carregado pode ocorrer devido ao descolamento do concreto nas faces da área carregada, devido a fissuração nas regiões mais profundas do bloco e devido ao esmagamento da superfície carregada, conforme as equações a seguir:

Descolamento Próximo às Faces Parcialmente Carregadas ("Spalling")

$$\sigma_{\text{e,1}} = f_{\text{ck}} \cdot \sqrt{A_2/A_1} \le 4.f_{\text{ck}}$$
 (Equação 7.60)

Sendo A<sub>2</sub>/A<sub>1</sub> a relação entre a área do pilar e a área superficial do bloco de fundação.

Fissuração Transversal nas Zonas mais Profundas ("Splitting")

$$f_{ct} = 0.26.f_{ck}^{2/3} \text{ (MPa)}$$
 (Equação 7.61)

$$\sigma_{e,2} = 2 \cdot \frac{(b_2/b_1)^2}{(b_2/b_1) - 1} \cdot \left(\frac{f_{ct}}{f_{ck}}\right) f_{ck}$$
 (Equação 7.62)

Sendo b<sub>2</sub>/b<sub>1</sub> a relação entre o comprimento do pilar e o comprimento do bloco de fundação em uma mesma direção.

• Esmagamento da Superfície Carregada ("Crushing")

$$\sigma_{e,3} = 12,5.f_{ck}.\sqrt{\frac{40}{f_{ck}}}$$
 (Equação 7.63)

Deve-se observar que esse é um dimensionamento indireto ao cisalhamento, de maneira a se preservar a integridade das escoras. Respeitando-se as equações acima, isto é, fazendo-se com que a máxima tensão de compressão seja inferior aos limites propostos no CEB-FIP Model Code 1990, poder-se-á garantir que o tirante entrará em escoamento antes das escoras ruirem, obtendo-se assim um modo de fratura dúctil.

## 7.2.1 Exemplo de Aplicação da Formulação Proposta – Bloco Sobre Três Estacas

Para exemplificar a aplicação da metodologia proposta, considere-se o bloco de fundação sobre três estacas com as características apresentadas na Figura 7.5.

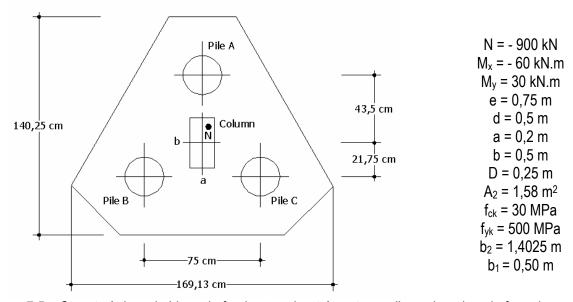


Figura 7.5 – Características do bloco de fundação sobre três estacas dimensionado pela formulação proposta

Empregando-se a metodologia proposta, obteve-se os resultados apresentados na Figura 7.6, que também apresenta os resultados obtidos no programa SAP2000. Observa-se uma perfeita concordância entre as forças obtidas no modelo genérico e aquelas calculadas com o auxílio de uma ferramenta numérica, o que comprova o bom desempenho do modelo proposto.

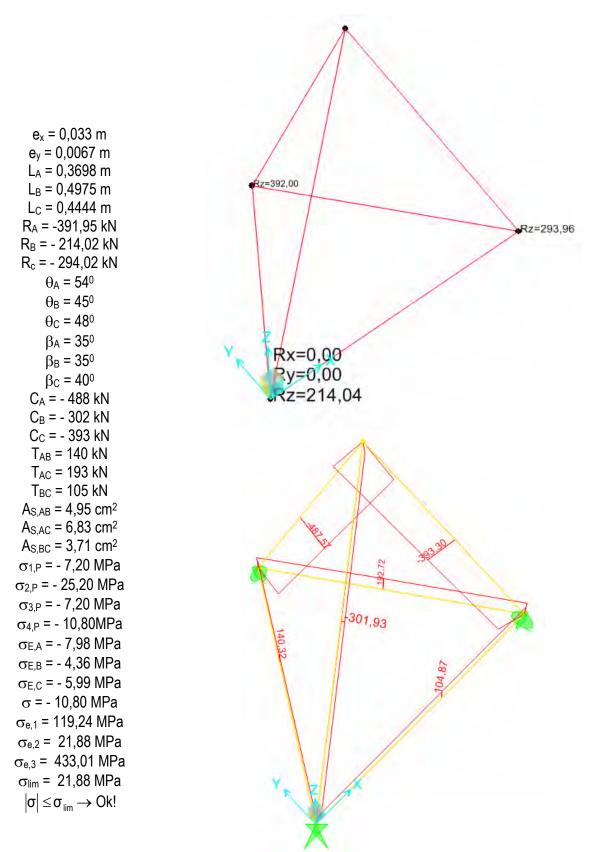


Figura 7.6 – Resultados obtidos utilizando a formulação proposta e o programa SAP2000 para blocos sobre três estacas

## 7.2.2 Blocos Sobre Quatro Estacas

Para o desenvolvimento de modelos de escoras e tirantes genéricos para blocos sobre quatro estacas sujeitos a força normal e momento fletor são consideradas as convenções apresentadas na Figura 7.7. Na sequência são apresentadas as variáveis e o processo de dimensionamento proposto.

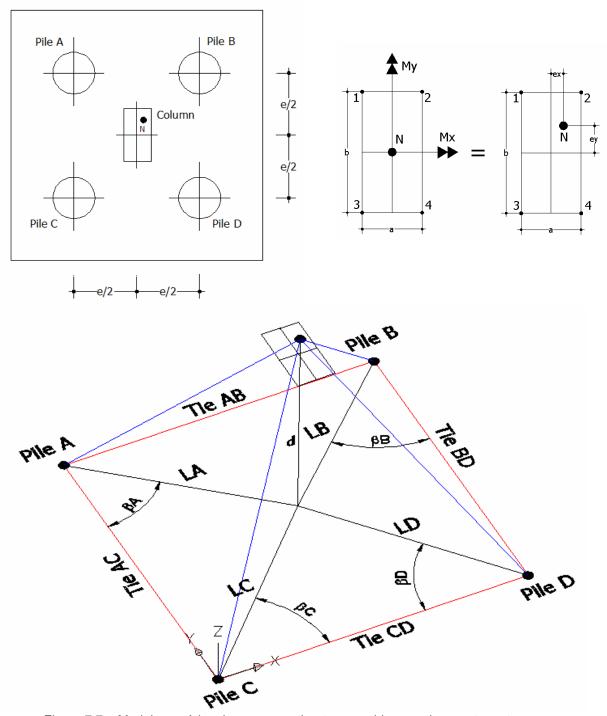


Figura 7.7 – Modelo genérico de escoras e tirantes para blocos sobre quatro estacas

#### Parâmetros:

N = Força Normal, negativo para compressão;

 $M_y$ ,  $M_x$  = Momento fletor em torno dos eixos x e y, respectivamente, com convenção conforme Figura 7.7;

e = Distância entre eixos de estacas, normalmente igual a 3 vezes o diâmetro da estaca (D);

d = Altura útil do bloco de fundação;

a = Menor dimensão do pilar;

b = Maior dimensão do pilar;

e<sub>x</sub> = Excentricidade da carga em torno do eixo y;

R<sub>A</sub>,R<sub>B</sub>,R<sub>C</sub>,R<sub>D</sub> = Reações das estacas A, B, C e D, respectivamente;

LA, LB, LC, LD = Projeção das escoras A,B,C e D no plano horizontal, respectivamente;

 $\theta_A$ ,  $\theta_B$ ,  $\theta_C$ ,  $\theta_D$  = Ângulo das escoras A, B, C e D em relação à direção vertical, respectivamente;

 $\beta_A$ ,  $\beta_B$ ,  $\beta_C$ ,  $\beta_D$  = Ângulo das escoras A, B, C e D em relação à direção horizontal, respectivamente;

C<sub>A</sub>, C<sub>B</sub>, C<sub>C</sub>, C<sub>D</sub> = Forças nas escoras A, B, C e D, respectivamente;

 $T_{AB}$ ,  $T_{AC}$ ,  $T_{BD}$ ,  $T_{CD}$  = Força nos tirantes AB, AC, BD e CD, respectivamente;

A<sub>S,AB</sub>, A<sub>S,AC</sub>, A<sub>S,BD</sub>, A<sub>S,CD</sub> = Armadura dos tirantes AB, AC, BD e CD, respectivamente;

f<sub>vk</sub> = Tensão de escoamento característica da armadura;

f<sub>yd</sub> = Tensão de escoamento de cálculo da armadura;

 $\gamma_s$  = Coeficiente de minoração de resistência da armadura:

γ<sub>f</sub> = Coeficiente de majoração das ações;

 $\gamma_n$  = Coeficiente adicional de majoração aplicado às Regiões D;

f<sub>ck</sub> = Resistência característica à compressão do concreto;

 $\sigma_{E,A}$ ,  $\sigma_{E,B}$ ,  $\sigma_{E,C}$ ,  $\sigma_{E,D}$  = Tensões atuantes nas estacas A, B, C e D, respectivamente;

 $\sigma_{1,P}$ ,  $\sigma_{2,P}$ ,  $\sigma_{3,P}$ ,  $\sigma_{4,P}$  = Tensões atuantes nos cantos A, B, C e D do pilar, respectivamente.

 $\lambda$  = Parâmetro de controle da tensão efetiva do concreto nas escoras.

## a) Excentricidade do Carregamento:

$$e_x = \frac{-M_y}{N}$$
 (Equação 7.64)

$$e_y = \frac{M_x}{N}$$
 (Equação 7.65)

#### b) Reações de Apoio das Estacas:

$$R_{A} = -\left(-\frac{N}{4} - \frac{M_{y}}{2.e} - \frac{M_{x}}{2.e}\right) \ge 0$$
 (Equação 7.66)

$$R_{\rm B} = -\left(-\frac{N}{4} + \frac{M_{\rm y}}{2.e} - \frac{M_{\rm x}}{2.e}\right) \ge 0$$
 (Equação 7.67)

$$R_{\text{C}} = -\left(-\frac{N}{4} - \frac{M_{\text{y}}}{2.e} + \frac{M_{\text{x}}}{2.e}\right) \ge 0$$
 (Equação 7.68)

$$R_{D} = -\left(-\frac{N}{4} + \frac{M_{y}}{2.e} + \frac{M_{x}}{2.e}\right) \ge 0$$
 (Equação 7.69)

#### c) Projeção das Escoras Inclinadas no Plano Horizontal:

$$L_{A} = \sqrt{(0,5.e + e_{x})^{2} + (0,5.e - e_{y})^{2}}$$
 (Equação 7.70)

$$\begin{array}{lll} L_{B} = \sqrt{(0,5.e-e_{x})^{2} + (0,5.e-e_{y})^{2}} & (\text{Equação } 7.71) \\ L_{C} = \sqrt{(0,5.e+e_{x})^{2} + (0,5.e+e_{y})^{2}} & (\text{Equação } 7.72) \\ L_{D} = \sqrt{(0,5.e-e_{x})^{2} + (0,5.e+e_{y})^{2}} & (\text{Equação } 7.73) \\ \end{array}$$

#### e) Forças nas Escoras

$$\begin{split} C_{A} &= \frac{R_{A}}{\sin\theta_{A}} \\ C_{B} &= \frac{R_{B}}{\sin\theta_{B}} \\ C_{C} &= \frac{R_{C}}{\sin\theta_{C}} \\ C_{D} &= \frac{R_{D}}{\sin\theta_{D}} \end{split} \tag{Equação 7.82}$$

#### f) Forças nos Tirantes

$$\begin{split} T_{AB} &= -C_A . cos \, \theta_A . sin \, \beta_A \cong -C_B . cos \, \theta_B . sin \, \beta_B \\ T_{AC} &= -C_A . cos \, \theta_A . cos \, \beta_A \cong -C_C . cos \, \theta_C . sin \, \beta_C \\ T_{CD} &= -C_C . cos \, \theta_C . cos \, \theta_C . cos \, \theta_D . cos \, \beta_D \\ T_{RD} &= -C_B . cos \, \theta_B . cos \, \beta_B \cong -C_D . cos \, \theta_D . sin \, \beta_D \end{split} \tag{Equação 7.86}$$

(Equação 7.81)

## g) Cálculo das Armaduras (Dimensionamento à Flexão)

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{f_{yk}}{1,15}$$
 (Equação 7.90)

$$A_{S,AB} = \frac{\gamma_f.\gamma_n.T_{AB}}{f_{vd}} = \frac{1,1.1,4.T_{AB}.1,15}{f_{vk}} = \frac{1,77.T_{AB}}{f_{vk}} \tag{Equação 7.91}$$

$$A_{S,AC} = \frac{\gamma_f \cdot \gamma_n \cdot T_{AC}}{f_{vd}} = \frac{1,1.1,4.T_{AC} \cdot 1,15}{f_{vk}} = \frac{1,77.T_{AC}}{f_{vk}}$$
 (Equação 7.92)

$$A_{S,CD} = \frac{\gamma_f \cdot \gamma_n \cdot T_{CD}}{f_{yd}} = \frac{1,1.1,4.T_{CD} \cdot 1,15}{f_{yk}} = \frac{1,77.T_{CD}}{f_{yk}}$$
 (Equação 7.93)

$$A_{S,BD} = \frac{\gamma_f.\gamma_n.T_{BD}}{f_{vd}} = \frac{1,1.1,4.T_{BD}.1,15}{f_{vk}} = \frac{1,77.T_{BD}}{f_{vk}}$$
 (Equação 7.94)

# h) Limitação das Tensões no Pilar e nas Estacas (Dimensionamento Indireto ao Cisalhamento)

As tensões máximas atuantes nos pilares e nas estacas são dadas pelas equações a seguir, sendo que o máximo valor encontrado para compressão deverá ser inferior aos limites porpostos no CEB-FIP Model Code 1990 (1993).

#### Tensões nas Estacas:

$$\sigma_{E,A} = \left(\frac{R_A}{\pi \cdot (D/2)^2}\right)$$
 (Equação 7.95)

$$\sigma_{E,B} = \left(\frac{R_B}{\pi \cdot (D/2)^2}\right)$$
 (Equação 7.96)

$$\sigma_{\text{E,C}} = \left(\frac{R_{\text{C}}}{\pi.(\text{D/2})^2}\right)$$
 (Equação 7.97)

$$\sigma_{E,D} = \left(\frac{R_c}{\pi \cdot (D/2)^2}\right)$$
 (Equação 7.98)

#### Tensões Contorno do Pilar:

$$\sigma_{1,P} = \left(\frac{N}{a.b} + \frac{M_x}{a.b^2/6} + \frac{M_y}{b.a^2/6}\right)$$
 (Equação 7.99)

$$\sigma_{2,P} = \left(\frac{N}{a.b} + \frac{M_x}{a.b^2/6} - \frac{M_y}{b.a^2/6}\right)$$
 (Equação 7.100)

$$\sigma_{3,P} = \left(\frac{N}{a.b} - \frac{M_x}{a.b^2/6} + \frac{M_y}{b.a^2/6}\right)$$
 (Equação 7.101)

$$\sigma_{4,P} = \left(\frac{N}{a.b} + \frac{M_x}{a.b^2/6} - \frac{M_y}{b.a^2/6}\right)$$
 (Equação 7.102)

$$\sigma \le \sigma_{\text{E,A}}; \sigma_{\text{E,B}}; \sigma_{\text{E,C}}; \sigma_{\text{E,D}}; \sigma_{\text{1,P}}; \sigma_{\text{2,P}}; \sigma_{\text{3,P}}; \sigma_{\text{4,P}}$$
 (Equação 7.103)

$$|\sigma| \le \sigma_{lim}$$
 (Equação 7.104)

$$\sigma_{\text{lim}} \le \sigma_{e,1}; \sigma_{e,2}; \sigma_{e,3}$$
 (Equação 7.105)

De acordo com o CEB-FIP Model Code 1990 (1993), item 3.3, a ruína de um bloco parcialmente carregado pode ocorrer devido ao descolamento do concreto nas faces da área carregada, devido a fissuração nas regiões mais profundas do bloco e devido ao esmagamento da superfície carregada, conforme as equações a seguir:

Descolamento Próximo às Faces Parcialmente Carregadas ("Spalling")

$$\sigma_{e,1} = f_{ck} \cdot \sqrt{A_2/A_1} \le 4.f_{ck}$$
 (Equação 7.106)

Sendo A<sub>2</sub>/A<sub>1</sub> a relação entre a área do pilar e a área superficial do bloco de fundação.

Fissuração Transversal nas Zonas mais Profundas ("Splitting")

$$f_{ct} = 0.26.f_{ck}^{2/3} \text{ (MPa)}$$
 (Equação 7.107)

$$\sigma_{\rm e,2} = 2 \cdot \frac{(b_2/b_1)^2}{(b_2/b_1) - 1} \left( \frac{f_{\rm ct}}{f_{\rm ck}} \right) \cdot f_{\rm ck}$$
 (Equação 7.108)

Sendo b<sub>2</sub>/b<sub>1</sub> a relação entre o comprimento do pilar e o comprimento do bloco de fundação em uma mesma direção.

• Esmagamento da Superfície Carregada ("Crushing")

$$\sigma_{e,3} = 12,5.f_{ck}.\sqrt{\frac{40}{f_{ck}}}$$
 (Equação 7.109)

Deve-se observar que esse é um dimensionamento indireto ao cisalhamento, de maneira a se preservar a integridade das escoras. Respeitando-se as equações acima, isto é, fazendo-se com que a máxima tensão de compressão seja inferior aos limites propostos no CEB-FIP Model Code 1990, poder-se-á garantir que o tirante entrará em escoamento antes das escoras ruirem, obtendo-se assim um modo de fratura dúctil.

## 7.2.3 Exemplo de Aplicação da Formulação Proposta – Bloco Sobre Quatro Estacas

Para exemplificar a aplicação da metodologia proposta, considere-se o bloco de fundação sobre quatro estacas com as características apresentadas na Figura 7.8.

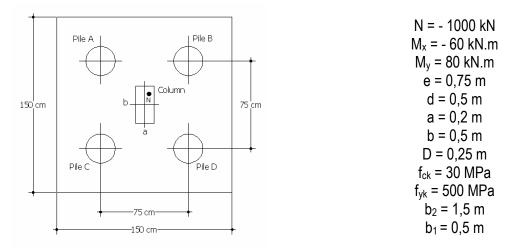


Figura 7.8 – Características do bloco de fundação sobre três estacas dimensionado pela formulação proposta

Empregando-se a metodologia proposta, obteve-se os resultados apresentados na Figura 7.9, que também apresenta os resultados obtidos no programa SAP2000. Novamente, observa-se uma perfeita concordância entre as forças obtidas no modelo genérico e aquelas obtidas com modelo numérico, apesar de uma das verificações não ter sido plenamente satisfeita.

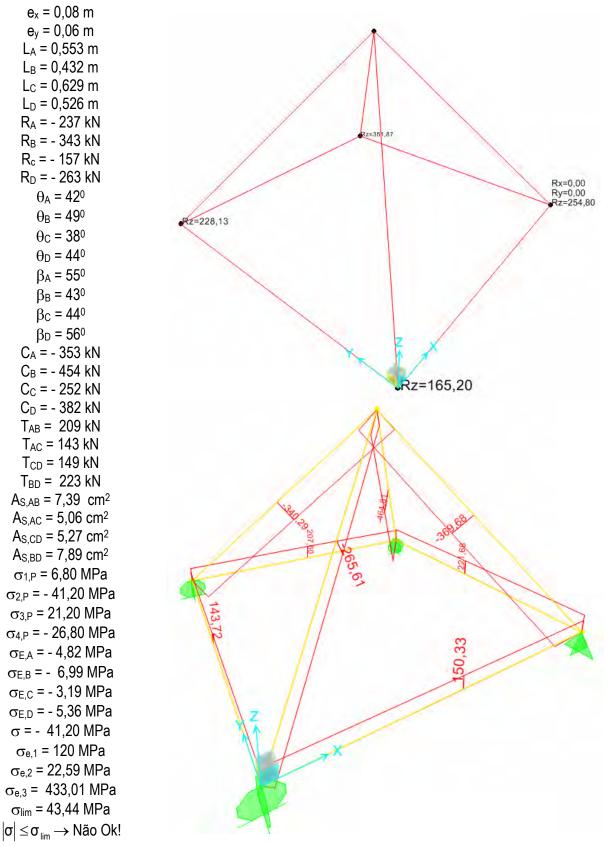


Figura 7.9 – Resultados obtidos utilizando a formulação proposta e o programa SAP2000 para blocos sobre quatro estacas

Nos modelos apresentados anteriormente, foi considerada a formulação clássica usualmente empregada para a determinação das forças atuantes nas estacas, através da aplicação das Equações 7.66 a 7.69. Porém, foi observado que as forças obtidas nas escoras e tirantes, obtidas através da aplicação dessa formulação, não possibilita um critério consistente de equilíbrio, isto é, existe a possibilidade de se encontrar dois valores de forças para um mesmo tirante, conforme se aumenta a intensidade dos momentos fletores.

Como do ponto de vista do equilíbrio da treliça tridimensional a força em cada um dos tirantes deve ser única, independente da escora escolhida para a obtenção dessa força, e independente da força atuante, chega-se a conclusão de que as Equações 7.66 a 7.69 devem ser reescritas, a partir do equilíbrio da treliça tridimensional. Partindo do princípio de que as forças em cada tirante é uma só e pode ser obtida a partir do equilíbrio de duas escoras distintas, as seguintes equações de equilíbrio podem ser escritas:

$$\begin{split} &-C_{\text{A}}.\text{cos}\theta_{\text{A}}.\text{sin}\beta_{\text{A}} = -C_{\text{B}}.\text{cos}\theta_{\text{B}}.\text{sin}\beta_{\text{B}} \\ &-C_{\text{A}}.\text{cos}\theta_{\text{A}}.\text{cos}\beta_{\text{A}} = -C_{\text{C}}.\text{cos}\theta_{\text{C}}.\text{sin}\beta_{\text{C}} \\ &-C_{\text{C}}.\text{cos}\theta_{\text{C}}.\text{cos}\beta_{\text{C}} = -C_{\text{D}}.\text{cos}\beta_{\text{D}} \\ &-C_{\text{B}}.\text{cos}\beta_{\text{B}}.\text{cos}\beta_{\text{B}} = -C_{\text{D}}.\text{cos}\beta_{\text{D}} \\ &-C_{\text{B}}.\text{cos}\beta_{\text{B}}.\text{cos}\beta_{\text{B}} = -C_{\text{D}}.\text{cos}\theta_{\text{D}}.\text{sin}\beta_{\text{D}} \\ &R_{\text{A}} + R_{\text{B}} + R_{\text{C}} + R_{\text{D}} = P \end{split} \tag{Equação 7.114}$$

Aplicando as Equações 7.82 a 7.85 nas Equações 7.110 a 7.113, novas equações em função das reações nas estacas podem ser escritas:

$$\begin{split} R_{\text{A}} &= R_{\text{B}} \cdot \frac{tg\theta_{\text{A}}}{tg\theta_{\text{B}}} \cdot \frac{\sin\!\beta_{\text{B}}}{\sin\!\beta_{\text{A}}} \\ R_{\text{A}} &= R_{\text{C}} \cdot \frac{tg\theta_{\text{A}}}{tg\theta_{\text{C}}} \cdot \frac{\sin\!\beta_{\text{C}}}{\cos\!\beta_{\text{A}}} \\ R_{\text{C}} &= R_{\text{D}} \cdot \frac{tg\theta_{\text{C}}}{tg\theta_{\text{D}}} \cdot \frac{\cos\!\beta_{\text{D}}}{\cos\!\beta_{\text{C}}} \\ R_{\text{B}} &= R_{\text{D}} \cdot \frac{tg\theta_{\text{B}}}{tg\theta_{\text{D}}} \cdot \frac{\sin\!\beta_{\text{D}}}{\cos\!\beta_{\text{B}}} \end{split} \tag{Equação 7.118}$$

Aplicando as Equações 7.115 a 7.118 com a Equações 7.114, pode-se obter as reações de apoio nas estacas, em função dos ângulos das escoras, conforme ilustram as Equações 7.119 a 7.122.

$$\begin{split} R_{_{A}} &= R_{_{B}} \cdot \frac{tg\theta_{_{A}}}{tg\theta_{_{B}}} \cdot \frac{sin\beta_{_{B}}}{sin\beta_{_{A}}} & \text{(Equação 7.119)} \\ R_{_{B}} &= \frac{N}{1 + \frac{tg\theta_{_{A}}}{tg\theta_{_{B}}} \cdot \frac{sin\beta_{_{B}}}{sin\beta_{_{A}}} + \frac{tg\theta_{_{D}}}{tg\theta_{_{B}}} \cdot \frac{cos\beta_{_{B}}}{sin\beta_{_{D}}} \cdot \frac{tg\theta_{_{C}}}{tg\theta_{_{D}}} \cdot \frac{cos\beta_{_{B}}}{cos\beta_{_{C}}} + \frac{tg\theta_{_{D}}}{tg\theta_{_{B}}} \cdot \frac{cos\beta_{_{B}}}{sin\beta_{_{D}}} \\ R_{_{C}} &= R_{_{D}} \cdot \frac{tg\theta_{_{C}}}{tg\theta_{_{D}}} \cdot \frac{cos\beta_{_{D}}}{cos\beta_{_{C}}} & \text{(Equação 7.121)} \\ R_{_{D}} &= R_{_{B}} \cdot \frac{tg\theta_{_{D}}}{tg\theta_{_{B}}} \cdot \frac{cos\beta_{_{B}}}{sin\beta_{_{D}}} & \text{(Equação 7.122)} \end{split}$$

Aplicando as equações anteriores é de se esperar sempre uma única força para cada tirante, independente da escora escolhida para obtenção de equilíbrio e independente da intensidade das forças atuantes. Essas expressões também mostram que em alguns casos as expressões simplificadas conduzem a forças de tração para as estacas, enquanto que na verdade elas ainda podem ser pequenas forças de compressão. Dessa maneira, após algumas investigações efetuadas utilizando o programa SAP2000, recomenda-se que a formulação simplificada para determinação de forças nas estacas seja utilizada apenas para os casos de pilares com pequena excentricidade, ou seja, com forças excentricas atuando dentro do núcleo central de inércia.

## 7.3. Modelo Analítico para a Previsão do Tipo de Ruína em Blocos Sobre Quatro Estacas

Se o pilar é quadrado e há apenas carga normal atuando, as equações apresentadas no item 7.2.2 podem ser profundamente simplificadas, podendo ser aplicadas em parceria com critérios adicionais para a determinação do tipo de ruína em blocos sobre quatro estacas. Como se sabe, a previsão do tipo de ruína (flexão ou cisalhamento) em blocos sobre estacas é dificil de determinação, porém o modelo proposto apresentou boa correlação com uma série considerável de resultados experimentais. A seguir apresenta-se o desenvolvimento do modelo proposto.

Como não há atuação de momentos fletores no caso em análise, pode-se considerar excentricidades nulas  $(e_x = e_y = 0)$  nas equações apresentadas em 7.2.2. Dessa maneira, as forças em todos os tirantes serão iguais e terão intensidade conforme apresentado a seguir. Adicionalmente, especificando que a força nos tirantes é igual a  $T = A_s.f_y$ , pode-se obter a força normal que aplicada no pilar (negativo para compressão) ocasionará o escoamento das armaduras.

## a) Carga de Escoamento das Armaduras

$$\begin{split} &(e_x = e_y = 0) \\ &L_A = \sqrt{(0,5.e + e_x)^2 + (0,5.e - e_y)^2} = \sqrt{(0,5.e)^2 + (0,5.e)^2} = \sqrt{0,50.e^2} = 0,70711.e \\ &tg \, \theta_A = \frac{d}{L_A} = \frac{d}{0,70711.e} = \frac{\sin \theta_A}{\cos \theta_A} \\ &\beta_A = arctg \frac{(0,5.e + e_x)}{(0,5.e - e_y)} = arctg \frac{(0,5.e)}{(0,5.e)} = 45^\circ \\ &R_A = -\left(-\frac{N}{4} - \frac{M_y}{2.e} - \frac{M_x}{2.e}\right) = \frac{N}{4} \\ &C_A = \frac{R_A}{\sin \theta_A} = \frac{N}{4.\sin \theta_A} \end{split}$$

$$T_{_{AB}}=T_{_{AC}}=T_{_{CD}}=T_{_{BD}}=-C_{_{A}}.cos\theta_{_{A}}.sin\beta_{_{A}}$$

$$T_{AB} = -\frac{N}{4.\sin\theta_{A}}.\cos\theta_{A}.\sin45^{\circ} = -\frac{\cos\theta_{A}}{\sin\theta_{A}}.\frac{N}{4}.0,70711 = -\frac{0,70711.e}{d}.\frac{N}{4}.0,70711 = \frac{-0,125.N.e}{d}$$

$$T_{AB} = A_s.f_y = \frac{-0,125.N_{escoamento}.e}{d}$$

$$N_{\text{escoamento}} = \frac{A_s.f_y.d}{0,125.e} = -\frac{8.\phi_y.A_s.f_y.d}{e}$$
 (Equação 7.123)

A Equação 7.123 é valida apenas para o caso de escoamento de armadura concentrada sobre uma linha de estacas. De maneira se prever o escoamento tanto em armações concentradas, como armações em malhas, pode-se aplicar a Equação 7.124, sendo que  $A_s$  representa a armadura total na direção considerada e  $\phi_y$  representa o coeficiente de ajustamento experimental para o escoamento.

$$N_{Escoamento} = -\frac{\phi_{y}.A_{s}.f_{y}.d}{0,125.e} = -\frac{4.\phi_{y}.A_{s}.f_{y}.d}{e}$$
(Equação 7.124)

## b) Carga de Fissuração

A carga de fissuração dos blocos sobre quatro estacas pode ser obtida através da aplicação da Equação 7.125, onde φ<sub>c</sub> representa o coeficiente de ajustamento experimental para a fissuração.

$$N_{\text{Fissuração}} = \frac{\phi_{\text{c}} \cdot \text{L.d.} f_{\text{ck}}^{2/3}}{e}$$
 (Equação 7.125)

# c) Carga e Tipo de Ruína

Conforme apresentado, SIAO (1993) apresentou uma expressão para ruína por esgotamento das escoras. Reescrevendo-se essa equação com a proposta do CEB-FIP Model Code (1994) para a resistência à tração do concreto e levando-se em consideração do que os pilares são quadrados, obtém-se a Equação 7.126.

$$N \approx 4.f_{t}.(b_{1} + b_{2}).d$$

$$N \approx 4.0,26.f_{ck}^{2/3}.(2.b).d = 2,08.b.d.f_{ck}^{2/3} = \phi_{s}.b.d.f_{ck}^{2/3}$$
(Equação 7.126)

Uma vez que o bloco de fundação chegará a ruína ou por ruptura dos tirantes ou pela ruptura das escoras, a Equação 7.127 pode ser aplicada para prever a carga máxima, bem como, o tipo de ruína (flexão ou cisalhamento). Observa-se que o critério de ruína à flexão é basicamente o critério de escoamento modificado pelo coeficiente  $\phi_r$  enquanto o critério de ruína das escoras é o critério de SIAO (1993).

$$N_{\text{Ruina}} \leq \begin{cases} \frac{4\phi_{\text{r}}.A_{\text{s}}.f_{\text{y}}.d}{e} \rightarrow \text{Flexão} \\ \phi_{\text{s}}.b.d.f_{\text{ck}}^{2/3} \rightarrow \text{Cisalhamento} \end{cases}$$
 (Equação 7.127)

A partir da aplicação das Equações 7.124 a 7.127 aos resultados experimentais de 129 blocos de fundação sobre quatro estacas ensaiados por Blévot & Frémy (1967), Clarke (1973), Suzuki et al (1998, 1999, 2000 e 2001), chegou-se aos seguintes coeficientes de ajustamento experimentais:

$$\phi_c = 0,101$$
 (Equação 7.128)  $\phi_y = 1,88$  (Equação 7.129)  $\phi_r = 2,05$  (Equação 7.130) (Equação 7.131)

O modelo analítico ora aqui proposto para a avaliação das cargas mais importantes em blocos sobre quatro estacas é bastante preciso, conforme ilustra a Tabela 7.1. Além dos resultados numéricos serem bastante expressivos tendo em vista a alta dispersão dos resultados, observa-se ainda que o modo de ruína previsto se igualou em 82,94% dos casos investigados (129 blocos). As Tabela 7.2 a Tabela 7.7 ilustram os resultados obtidos mais detalhadamente, enquanto as Figura 7.10 a Figura 7.12 ilustram graficamente o comportamento do modelo proposto.

Tabela 7.1 – Comparação dos resultados experimentais com o modelo analítico para bloco sobre quatro

	Cargas Experin	nentais / Previsõe	s Analíticas
	Fissuração	Escoamento	Ruptura
Média	1,00	1,00	1,00
Coeficiente de Variação	0,14	0,15	0,23
Variância	0,02	0,02	0,05
Desvio Padrão	0,14	0,15	0,23

Tabela 7.2 – Comparação do modelo analítico proposto com os resultados de Blévot & Frémy (1967)

			abole						rimenta		р. оро	0.0 00	00			io Analítica			Comparações				
Blévot &	Frémy (1967)	L	h	е	b	р	As	d	fc	f <sub>v</sub>	Nc,e	Ny,e	Nr,e	Nc,a	Ny,a	Nrf,a	Nrs,a	Nc.e/	Ny,e/	Nf,e/			
СР	Layout	(m)	(m)	(m)	(m)	(m)	(cm²)	(m)	(MPa)	(MPa)	(kN)	(kN)	(kŃ)	(kN)	(kN)	(kŃ)	(KN)	Nc,a	Ny,a	Ne,a	TRE	TRA	
1-1	BS	0,60	0,30	0,42	0,15	0,14	4,04	0,25	29,10	439,70	n	n	850	341	801,51	873,98	737,94	-	ı	1,15	s	s	
1-6	BS	0,60	0,30	0,42	0,15	0,14	6,28	0,28	32,60	283,50	n	n	747,5	409	893,28	974,05	885,14	-	-	0,84	S	s	
1-11	BS	0,60	0,20	0,42	0,15	0,14	4,04	0,18	32,10	469,00	n	n	475	263	618,28	674,18	569,76	-	-	0,83	S	s	
1-16	BS	0,60	0,30	0,42	0,15	0,14	7,66	0,27	26,60	494,50	n	n	1150	347	1845,81	2012,72	750,65	-	-	1,53	S	S	
1-21	BS	0,60	0,20	0,42	0,15	0,14	7,66	0,17	29,15	509,35	n	n	815	232	1197,08	1305,33	502,38	-	-	1,62	S	s	
1-26	G	0,60	0,20	0,42	0,15	0,14	4,03	0,17	33,90	459,50	n	n	408	263	581,53	634,11	568,64	-	-	0,72	S	s	
1-27	G	0,60	0,30	0,42	0,15	0,14	6,30	0,27	30,75	342,30	n	n	650	385	1058,63	1154,36	832,95	-	-	0,78	S	S	
1-28	G	0,60	0,30	0,42	0,15	0,14	4,03	0,27	21,00	325,30	n	n	510	300	645,92	704,33	648,33	-	-	0,79	S	S	
1-29	BS	0,60	0,14	0,42	0,15	0,14	6,28	0,11	13,15	498,00	n	n	250	86	602,82	657,33	185,64	-	-	1,35	S	S	
1-30	BS	0,60	0,14	0,42	0,15	0,14	12,32	0,11	13,15	461,00	n	n	290	85	1081,42	1179,20	183,38	-	-	1,58	S	S	
1-31	BS	0,60	0,20	0,42	0,15	0,14	6,28	0,18	22,05	512,00	n	n	650	205	1046,30	1140,91	442,34	-	-	1,47	S	S	
1-32	BS BS	0,60	0,20	0,42	0,15 0,15	0,14	10,32 9,04	0,17	30,60 18,40	476,00	n	n	850 842,5	241 265	1511,61	1648,30	520,43	-	-	1,63	S	S	
1-33	_	0,60		-		0,14	-			517,50	n	n			2229,01	2430,57	574,08	-	-	1,47	S	S	
1-34	BS	0,60	0,30	0,42	0,15	0,14	16,08	0,28	18,40	468,00	n	n	810	279	3766,26	4106,83	603,00	-	-	1,34	S	S	
1-35	BS	0,60	0,50	0,42	0,15	0,14	9,04	0,47	27,27	459,00	n	n	1200	619	3548,93	3869,84	1339,57	-	-	0,90	S	S	
1-36	BS	0,60	0,50	0,42	0,15	0,14	16,08	0,47	40,81	467,00	n	n	1900	805	6380,70	6957,68	1741,15	-	-	1,09	S	S	
1-37	BSG	0,60	0,50	0,42	0,15	0,14	18,09	0,47	34,40	450,25	n	n	1700	723	6963,45	7593,13	1563,26	-	1	1,09	s	s	
1-38	BS	0,60	0,25	0,42	0,15	0,14	9,04	0,23	34,60	446,00	n	n	850	347	1645,98	1794,82	749,37	-	1	1,13	s	s	
1-40	BS	0,60	0,25	0,42	0,15	0,14	9,04	0,22	33,93	453,30	n	n	750	330	1611,54	1757,26	712,53	-	1	1,05	s	s	
1-44	BS	0,60	0,30	0,42	0,15	0,14	9,04	0,27	26,88	311,00	n	n	562,5	352	1378,12	1502,74	760,39	-	-	0,74	s	s	
1-45	BS	0,60	0,30	0,42	0,15	0,14	9,04	0,27	19,48	311,00	n	n	492,5	284	1378,12	1502,74	613,49	-	-	0,80	s	s	
1-46	BS	0,60	0,30	0,42	0,15	0,14	6,28	0,29	30,86	444,70	n	n	557,5	409	1450,60	1581,77	883,44	-	1	0,63	s	s	
1-47	BS	0,60	0,30	0,42	0,15	0,14	6,28	0,27	30,00	440,70	n	n	585	383	1371,62	1495,64	827,18	-	1	0,71	s	s	
1-48	BS	0,60	0,20	0,42	0,15	0,14	9,04	0,17	20,78	318,70	n	n	840	187	890,19	970,69	403,73	-	1	2,08	s	s	
1-48	BS	0,60	0,20	0,42	0,15	0,14	9,04	0,17	21,88	318,70	n	n	692,5	193	890,19	970,69	417,85	-	-	1,66	S	s	
1-50	BS	0,60	0,20	0,42	0,15	0,14	6,28	0,17	32,43	435,70	n	n	750	254	853,83	931,04	548,59	-	-	1,37	S	s	
1-51	BS	0,60	0,20	0,42	0,15	0,14	6,28	0,17	26,10	431,70	n	n	640	216	832,78	908,08	467,24	-	-	1,37	s	s	
2-1	BSG	n	0,75	1,20	0,50	0,35	78,42	0,67	37,25	277,75	n	n	7000	-	9149,55	9976,90	7713,87	-	-	0,91	s	S	

2-2	BSG	n	0,75	1,20	0,50	0,35	48,24	0,68	40,80	479,55	n	n	6700	1	9863,75	10755,69	8319,76	-	1	0,81	s	S
2-5	BSG	n	1,00	1,20	0,50	0,35	60,85	0,92	34,15	274,96	n	n	6500	-	9670,49	10544,95	10016,47		-	0,65	s	S
2-6	BSG	n	1,00	1,20	0,50	0,35	39,41	0,92	49,30	453,33	n	n	9000	-	10410,81	11352,21	12899,25	-	-	0,79	s	S

Observações: G = Armadura em malha; BS = Armadura concentrada sobre as estacas; BSG = Armadura em malha e concentrada; L = Comprimento do bloco de fundação; h = Altura de staca; h = Altura do bloco de fundação; h = Altura de staca; h = Altura do bloco de fundação; h = Altura do bloco de fundação; h = Altura do bloco de fundação; h = Altura d

Tabela 7.3 - Comparação do modelo analítico proposto com os resultados de Clarke (1973)

						Re	sultado	os Expe	rimenta	iis					Previsã	o Analític	а		Com	paraç	ŏes	
Clark	ce (1973)	L	h	е	b	р	As	d	fc	fy	Nc,e	Ny,e	Nr,e	Nc,a	Ny,a	Nrf,a	Nrs,a	Nc,e/	Ny,e/	Nf,e/	TRE	TRA
CP	Layout	(m)	(m)	(m)	(m)	(m)	(cm²)	(m)	(MPa)	(MPa)	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)	(KN)	Nc,a	Ny,a	Ne,a		IIVA
A1	G	0,95	0,45	0,6	0,2	0,2	7,85	0,405	26,6	410	n	n	1110	570	1627,28	1774,43	1482,77	1	1	0,75	S	s
A2	BS	0,95	0,45	0,6	0,2	0,2	7,85	0,405	34	410	n	n	1420	671	1627,28	1774,43	1746,38	-	-	0,81	S	f
A4	G	0,95	0,45	0,6	0,2	0,2	7,85	0,405	26,7	410	n	n	1230	571	1627,28	1774,43	1486,49	-	1	0,83	S	s
A5	BS	0,95	0,45	0,6	0,2	0,2	7,85	0,405	33,2	410	n	n	1400	661	1627,28	1774,43	1718,88	-	-	0,81	S	f
A7	BS	0,95	0,45	0,6	0,2	0,2	7,85	0,405	30,2	410	n	n	1640	620	1627,28	1774,43	1613,71	-	-	1,02	S	f
A8	BS	0,95	0,45	0,6	0,2	0,2	7,85	0,405	34	410	n	n	1510	671	1627,28	1774,43	1746,38	-	-	0,86	S	f
A9	G	0,95	0,45	0,6	0,2	0,2	7,85	0,405	33,2	410	n	n	1450	661	1627,28	1774,43	1718,88	-	-	0,84	S	f
A10	G	0,95	0,45	0,6	0,2	0,2	7,85	0,405	23,5	410	n	n	1520	525	1627,28	1774,43	1365,21	-	-	1,11	S	s
A11	G	0,95	0,45	0,6	0,2	0,2	7,85	0,405	22,5	410	n	n	1640	510	1627,28	1774,43	1326,20	-	-	1,24	f	s
A12	G	0,95	0,45	0,6	0,2	0,2	7,85	0,405	31,6	410	n	n	1640	639	1627,28	1774,43	1663,20	-	-	0,99	f	s
B1	G	0,75	0,45	0,4	0,2	0,2	6,28	0,405	33,4	410	n	n	2080	786	1952,73	2129,31	1725,78	-	-	1,21	S	s
B2	G	0,75	0,45	0,4	0,2	0,2	7,85	0,405	30,8	410	n	n	1870	744	2439,67	2660,28	1635,01	-	-	1,14	S	s
В3	G	0,75	0,45	0,4	0,2	0,2	4,71	0,405	43,7	410	n	n	1770	940	1464,55	1596,98	2064,47	-	-	1,11	f	f

Observações: G = Armadura em malha; BS = Armadura concentrada sobre as estacas; BSG = Armadura em malha e concentrada; L = Comprimento do bloco de fundação; h = Altura do bloco de fundação; e = Espaçamento entre eixos de estacas; b = Largura do pilar; p = diâmetro da estaca; d = Altura útil do bloco de fundação;  $A_s$  = Armadura total na direção x ou y;  $f_c$  = Resistência à compressão do concreto;  $f_y$  = Resistência ao escoamento do aço;  $N_{c,e}$  = Carga experimental de fissuração;  $N_{y,e}$  = Carga experimental de escoamento;  $N_{c,e}$  = Carga de ruptura;  $N_{c,a}$  = Carga de fissuração prevista analiticamente;  $N_{y,a}$  = Carga de ruptura prevista analiticamente (flexão – ruptura dos tirantes);  $N_{rs,a}$  = Carga de ruptura prevista analiticamente (cisalhamento – ruína das escoras); n = não-registrado ou não-medido; TRE = Tipo de ruina verificada experimentalmente; TRA = Tipo de ruína prevista analiticamente;

Tabela 7.4 - Comparação do modelo analítico proposto com os resultados de Suzuki et al (1998)

	ĺ	Resultados Experimentais														o Analíti	ca		Com	paraçõ	ies	
Suzuki et al	(1998)	L	h	е	b	р	As	d	f <sub>c</sub>	f <sub>y</sub>	Nc,e	Ny,e	Nr,e	Nc,a	Ny,a	Nrf,a	Nrs,a	Nc,e/	Ny,e/	Nf,e/	TRE	TRA
СР	Layout	(m)	(m)	(m)	(m)	(m)	(cm²)	(m)	(MPa)	(MPa)	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)	(KN)	Nc,a	Ny,a	Ne,a		
BPC-20-1	BS	0,9	0,2	0,54	0,3	0,15	5,67	0,15	21,9	413	176	510	519	193	481,98	525,56	716,18	0,91	1,06	0,99	f+p	f
BPC-20-2	BS	0,9	0,2	0,54	0,3	0,15	5,67	0,15	19,9	413	167	519	529	181	481,98	525,56	671,88	0,92	1,08	1,01	f+p	f
BPC-25-1	BS	0,9	0,25	0,54	0,3	0,15	7,09	0,20	18,9	413	255	813	818	235	808,20	881,28	870,56	1,09	1,01	0,94	f+s	f
BPC-25-2	BS	0,9	0,25	0,54	0,3	0,15	7,09	0,20	22	413	235	813	813	260	808,20	881,28	963,32	0,90	1,01	0,92	f+p	f
BPC-20-30-1	BS	0,8	0,2	0,5	0,3	0,15	4,25	0,15	29,8	405	225	490	500	228	382,61	417,21	879,43	0,99	1,28	1,20	f	f
BPC-20-30-2	BS	0,8	0,2	0,5	0,3	0,15	4,25	0,15	29,8	405	235	490	495	228	382,61	417,21	879,43	1,03	1,28	1,19	f	f
BPC-30-30-1	BS	0,8	0,3	0,5	0,3	0,15	5,67	0,25	28,9	405	392	1029	1039	375	858,59	936,22	1449,28	1,04	1,20	1,11	f+s	f
BPC-30-30-2	BS	0,8	0,3	0,5	0,3	0,15	5,67	0,25	30,9	405	431	1029	1029	392	858,59	936,22	1515,40	1,10	1,20	1,10	f+s	f
BPC-30-25-1	BS	0,8	0,3	0,5	0,25	0,15	5,67	0,25	29,1	405	363	833	853	377	858,59	936,22	1213,30	0,96	0,97	0,91	f+s	f
BP-20-1	G	0,90	0,20	0,54	0,3	0,15	5,67	0,15	21,3	413	176	510	519	190	482,02	525,61	703,04	0,93	1,06	0,99	f+s	f
BP-20-2	G	0,90	0,20	0,54	0,3	0,15	5,67	0,15	20,4	413	176	470	480	184	482,02	525,61	683,09	0,96	0,98	0,91	f+s	f
BP-25-1	G	0,90	0,25	0,54	0,3	0,15	7,09	0,20	22,6	413	274	-	735	265	808,00	881,06	980,76	1,04	-	0,83	s	f
BP-25-2	G	0,90	0,25	0,54	0,3	0,15	7,09	0,20	21,5	413	274	-	755	256	808,00	881,06	948,67	1,07	-	0,86	s	f
BP-20-30-1	G	0,80	0,20	0,5	0,3	0,15	4,25	0,15	29,1	405	196	470	485	224	382,88	417,50	865,61	0,87	1,23	1,16	f+s	f
BP-20-30-2	G	0,80	0,20	0,5	0,3	0,15	4,25	0,15	29,8	405	235	480	480	228	382,88	417,50	879,43	1,03	1,25	1,15	f+s	f
BP-30-30-1	G	0,80	0,30	0,5	0,3	0,15	5,67	0,25	27,3	405	431	907	916	361	858,67	936,32	1395,29	1,19	1,06	0,98	s	f
BP-30-30-2	G	0,80	0,30	0,5	0,3	0,15	5,67	0,25	28,5	405	392	1029	907	372	858,67	936,32	1435,88	1,05	1,20	0,97	f+s	f
BP-30-25-1	G	0,80	0,30	0,5	0,25	0,15	5,67	0,25	30,9	405	402	784	794	392	858,67	936,32	1262,83	1,02	0,91	0,85	f+s	f
BP-30-25-2	G	0,80	0,30	0,5	0,25	0,15	5,67	0,25	26,3	405	353	-	725	352	858,67	936,32	1134,17	1,00	-	0,77	s	f

Observações: G = Armadura em malha; BS = Armadura concentrada sobre as estacas; BSG = Armadura em malha e concentrada; L = Comprimento do bloco de fundação; h = Altura do bloco de fundação; h = Espaçamento entre eixos de estacas; h = Largura do pilar; h = diâmetro da estaca; h = Altura útil do bloco de fundação; h = Armadura total na direção h ou h ; h = Resistência à compressão do concreto; h = Resistência ao escoamento do aço; h = Carga experimental de fissuração; h = Carga experimental de ruptura; h = Carga de ruptura prevista analiticamente; h = Carga de ruptura prevista analiticamente (flexão – ruptura dos tirantes); h = Carga de ruptura prevista analiticamente (cisalhamento – ruína das escoras); h = não-registrado ou não-medido; h = Tipo de ruína verificada experimentalmente; h = Tipo de ruína prevista analiticamente;

Tabela 7.5 - Comparação do modelo analítico proposto com os resultados de Suzuki et al (1999)

									rimenta		<u> </u>			Previsã	o Analític		Comparações					
Suzuki et	al (1999)	L	h	е	b	р	As	d	f <sub>c</sub>	f <sub>y</sub>	Nc,e	Ny,e	Nr,e	Nc,a	Ny,a	Nrf,a	Nrs,a	Nc,e/	Ny,e/	Nf,e/	TRE	TRA
СР	Layout	(m)	(m)	(m)	(m)	(m)	(cm²)	(m)	(MPa)	(MPa)	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)	(KN)	Nc,a	Ny,a	Ne,a		,
TDL1-1	G	0,9	0,35	0,6	0,25	0,15	2,852	0,30	30,9	356	363	372	392	440	378,72	412,96	1511,82	0,82	0,98	0,95	f	f
TDL1-2	G	0,9	0,35	0,6	0,25	0,15	2,852	0,30	28,2	356	372	372	392	414	378,72	412,96	1422,41	0,90	0,98	0,95	f	f
TDL2-1	G	0,9	0,35	0,6	0,25	0,15	4,28	0,30	28,6	356	333	490	519	418	568,08	619,45	1435,83	0,80	0,86	0,84	f	f
TDL2-2	G	0,9	0,35	0,6	0,25	0,15	4,28	0,30	28,8	356	314	470	472	420	568,08	619,45	1442,52	0,75	0,83	0,76	f	f
TDL3-1	G	0,9	0,35	0,6	0,25	0,15	5,70	0,30	29,6	356	294	598	608	428	757,44	825,93	1469,11	0,69	0,79	0,74	f	f
TDL3-3	G	0,9	0,35	0,6	0,25	0,15	5,70	0,30	29,3	356	255	578	627	425	757,44	825,93	1459,17	0,60	0,76	0,76	f	f
TDS1-1	G	0,9	0,35	0,45	0,25	0,15	4,28	0,30	25,6	356	598	735	921	518	757,44	825,93	1333,58	1,15	0,97	1,12	f	f
TDS1-2	G	0,9	0,35	0,45	0,25	0,15	4,28	0,30	27	356	559	725	833	537	757,44	825,93	1381,77	1,04	0,96	1,01	f	f
TDS2-1	G	0,9	0,35	0,45	0,25	0,15	5,70	0,30	27,2	356	578	882	1005	539	1009,92	1101,24	1388,59	1,07	0,87	0,91	f	f
TDS2-2	G	0,9	0,35	0,45	0,25	0,15	5,70	0,30	27,3	356	578	902	1054	541	1009,92	1101,24	1391,99	1,07	0,89	0,96	f	f
TDS3-1	G	0,9	0,35	0,45	0,25	0,15	7,84	0,30	28	356	510	1117	1299	550	1388,63	1514,20	1415,68	0,93	0,80	0,92	f+s	f
TDS3-2	G	0,9	0,35	0,45	0,25	0,15	7,84	0,30	28,1	356	529	1196	1303	551	1388,63	1514,20	1419,05	0,96	0,86	0,92	f+s	f
TDM1-1	G	0,9	0,3	0,5	0,25	0,15	2,85	0,25	27,5	356	382	392	490	406	377,50	411,64	1161,90	0,94	1,04	1,19	f	f
TDM1-2	G	0,9	0,3	0,5	0,25	0,15	2,85	0,25	26,3	356	363	392	461	394	377,50	411,64	1127,85	0,92	1,04	1,12	f	f
TDM2-1	G	0,9	0,3	0,5	0,25	0,15	4,28	0,25	29,6	383	353	539	657	427	609,20	664,28	1220,32	0,83	0,88	0,99	f	f
TDM2-2	G	0,9	0,3	0,5	0,25	0,15	4,28	0,25	27,6	383	372	549	657	407	609,20	664,28	1164,71	0,91	0,90	0,99	f	f
TDM3-1	G	0,9	0,3	0,5	0,25	0,15	12,70	0,25	27	370	314	-	1245	399	1736,43	1893,45	1140,75	0,79	-	1,09	s	s
TDM3-2	G	0,9	0,3	0,5	0,25	0,15	12,70	0,25	28	370	294	-	1210	409	1736,43	1893,45	1168,75	0,72	-	1,04	S	s

Observações: G = Armadura em malha; BS = Armadura concentrada sobre as estacas; BSG = Armadura em malha e concentrada; L = Comprimento do bloco de fundação; h = Altura do bloco de fundação; e = Espaçamento entre eixos de estacas; b = Largura do pilar; p = diâmetro da estaca; d = Altura útil do bloco de fundação;  $A_s$  = Armadura total na direção x ou y;  $f_c$  = Resistência à compressão do concreto;  $f_y$  = Resistência ao escoamento do aço;  $N_{c,e}$  = Carga experimental de fissuração;  $N_{y,e}$  = Carga experimental de ruptura;  $N_{c,a}$  = Carga de fissuração prevista analiticamente;  $N_{y,a}$  = Carga de escoamento prevista analiticamente;  $N_{r,a}$  = Carga de ruptura prevista analiticamente (flexão – ruptura dos tirantes);  $N_{rs,a}$  = Carga de ruptura prevista analiticamente (cisalhamento – ruína das escoras); n = não-registrado ou não-medido; TRE = Tipo de ruina verificada experimentalmente; TRA = Tipo de ruína prevista analiticamente;

Tabela 7.6 - Comparação do modelo analítico proposto com os resultados de Suzuki et al (2000)

			<u> </u>						rimenta					Previsã	o Analític	•	Comparações					
Suzuki et al (2	2000)	L	h	е	b	р	As	d	fc	f <sub>v</sub>	Nc,e	Ny,e	Nr,e	Nc,a	Ny,a	Nrf,a	Nrs,a	Nc,e/	Ny,e/	Nf,e/		
СР	Layout	(m)	(m)	(m)	(m)	(m)	(cm²)	(m)	(MPa)	(MPa)	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)	(KN)	Nc,a	Ny,a	Ne,a	TRE	TRA
BDA-20-25-70-1	G	0,70	0,20	0,45	0,25	0,15	2,84	0,15	26,1	358	186	284	294	201	248,78	271,27	665,72	0,92	1,14	1,08	f	f
BDA-20-25-70-2	G	0,70	0,20	0,45	0,25	0,15	2,84	0,15	26,1	358	206	294	304	201	248,78	271,27	665,72	1,02	1,18	1,12	f	f
BDA-20-25-80-1	G	0,80	0,20	0,45	0,25	0,15	2,84	0,15	25,4	358	225	304	304	226	248,78	271,27	653,77	1,00	1,22	1,12	f	f
BDA-20-25-80-2	G	0,80	0,20	0,45	0,25	0,15	2,84	0,15	25,4	358	225	284	304	226	248,78	271,27	653,77	1,00	1,14	1,12	f	f
BDA-20-25-90-1	G	0,90	0,20	0,45	0,25	0,15	2,84	0,15	25,8	358	235	323	333	257	248,78	271,27	660,61	0,92	1,30	1,23	f	f
BDA-20-25-90-2	G	0,90	0,20	0,45	0,25	0,15	2,84	0,15	25,8	358	235	333	333	257	248,78	271,27	660,61	0,92	1,34	1,23	f	f
BDA-30-20-70-1	G	0,70	0,30	0,45	0,2	0,15	4,25	0,25	25,2	358	333	510	534	332	629,63	686,57	877,83	1,00	0,81	0,78	f	f
BDA-30-20-70-2	G	0,70	0,30	0,45	0,2	0,15	4,25	0,25	24,6	358	353	500	549	326	629,63	686,57	863,84	1,08	0,79	0,80	f+s	f
BDA-30-20-80-1	G	0,80	0,30	0,45	0,2	0,15	4,25	0,25	25,2	358	382	519	568	379	629,63	686,57	877,83	1,01	0,82	0,83	f	f
BDA-30-20-80-2	G	0,80	0,30	0,45	0,2	0,15	4,25	0,25	26,6	358	372	529	564	393	629,63	686,57	910,05	0,95	0,84	0,82	f	f
BDA-30-20-90-1	G	0,90	0,30	0,45	0,2	0,15	4,25	0,25	26	358	421	559	583	435	629,63	686,57	896,31	0,97	0,89	0,85	f	f
BDA-30-20-90-2	G	0,90	0,30	0,45	0,2	0,15	4,25	0,25	26,1	358	421	539	588	436	629,63	686,57	898,61	0,96	0,86	0,86	f	f
BDA-30-25-70-1	G	0,70	0,30	0,45	0,25	0,15	4,25	0,25	28,8	383	343	647	662	362	673,60	734,51	1199,45	0,95	0,96	0,90	f+s	f
BDA-30-25-70-2	G	0,70	0,30	0,45	0,25	0,15	4,25	0,25	26,5	383	333	627	676	343	673,60	734,51	1134,71	0,97	0,93	0,92	f+s	f
BDA-30-25-80-1	G	0,80	0,30	0,45	0,25	0,15	4,25	0,25	29,4	383	431	657	696	420	673,60	734,51	1216,05	1,03	0,98	0,95	f+s	f
BDA-30-25-80-2	G	0,80	0,30	0,45	0,25	0,15	4,25	0,25	27,8	383	421	686	725	405	673,60	734,51	1171,52	1,04	1,02	0,99	f+s	f
BDA-30-25-90-1	G	0,90	0,30	0,45	0,25	0,15	4,25	0,25	29	383	470	666	764	468	673,60	734,51	1205,00	1,00	0,99	1,04	f+s	f
BDA-30-25-90-2	G	0,90	0,30	0,45	0,25	0,15	4,25	0,25	26,8	383	461	657	764	444	673,60	734,51	1143,26	1,04	0,98	1,04	f	f
BDA-30-30-70-1	G	0,70	0,30	0,45	0,3	0,15	4,25	0,25	26,8	383	461	745	769	345	673,60	734,51	1371,91	1,33	1,11	1,05	f+s	f
BDA-30-30-70-2	G	0,70	0,30	0,45	0,3	0,15	4,25	0,25	25,9	358	451	676	730	338	629,63	686,57	1341,02	1,34	1,07	1,06	f+s	f
BDA-30-30-80-1	G	0,80	0,30	0,45	0,3	0,15	4,25	0,25	27,4	358	490	735	828	401	629,63	686,57	1392,31	1,22	1,17	1,21	f+s	f
BDA-30-30-80-2	G	0,80	0,30	0,45	0,3	0,15	4,25	0,25	27,4	358	480	745	809	401	629,63	686,57	1392,31	1,20	1,18	1,18	f+s	f
BDA-30-30-90-1	G	0,90	0,30	0,45	0,3	0,15	4,25	0,25	27,2	358	568	764	843	449	629,63	686,57	1385,53	1,27	1,21	1,23	f+s	f
BDA-30-30-90-2	G	0,90	0,30	0,45	0,3	0,15	4,25	0,25	24,5	358	490	745	813	418	629,63	686,57	1292,25	1,17	1,18	1,18	f+s	f
BDA-40-25-70-1	G	0,70	0,40	0,45	0,25	0,15	5,67	0,35	25,9	358	519	-	1019	475	1181,47	1288,31	1572,72	1,09	-	0,79	s	f
BDA-40-25-70-2	G	0,70	0,40	0,45	0,25	0,15	5,67	0,35	24,8	358	549	1039	1068	462	1181,47	1288,31	1527,87	1,19	0,88	0,83	f+s	f
BDA-40-25-80-1	G	0,80	0,40	0,45	0,25	0,15	5,67	0,35	26,5	358	598	1058	1117	551	1181,47	1288,31	1596,92	1,08	0,90	0,87	f	f
BDA-40-25-80-2	G	0,80	0,40	0,45	0,25	0,15	5,67	0,35	25,5	358	657	1088	1117	537	1181,47	1288,31	1556,48	1,22	0,92	0,87	f+s	f
BDA-40-25-90-1	G	0,90	0,40	0,45	0,25	0,15	5,67	0,35	25,7	358	715	1068	1176	608	1181,47	1288,31	1564,61	1,18	0,90	0,91	f	f
BDA-40-25-90-2	G	0,90	0,40	0,45	0,25	0,15	5,67	0,35	26	358	706	1117	1181	613	1181,47	1288,31	1576,76	1,15	0,95	0,92	f	f

Tabela 7.7 - Comparação do modelo analítico proposto com os resultados de Suzuki & Otsuki (2002)

			Resultados Experimentais						Previsão Analítica			ca	Comparações									
Suzuki & Otsu	ki (2002)	L	h	e	b	p	As	d	f <sub>c</sub>	f <sub>y</sub>	Nc,e	Ny,e	Nr,e	Nc,a	Ny,a	Nrf,a	Nrs,a	Nc,e/	Ny,e/	Nf,e/	TRE	TRA
СР	Layout	(m)	(m)	(m)	(m)	(m)	(cm²)	(m)	(MPa)	(MPa)	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)	(KN)	Nc,a	Ny,a	Ne,a		
BPL-35-30-1	G	0,8	0,35	0,5	0,3	0,15	6,42	0,30	24,1	353	n	-	960	391	995,89	1085,95	1509,83	n	-	0,88	s	f
BPL-35-30-2	G	0,8	0,35	0,5	0,3	0,15	6,42	0,30	25,6	353	n	-	941	407	995,89	1085,95	1571,84	n	-	0,87	s	f
BPB-35-30-1	G	0,8	0,35	0,5	0,3	0,15	6,42	0,30	23,7	353	n	1019	1029	387	995,89	1085,95	1493,07	n	1,02	0,95	f+s	f
BPB-35-30-2	G	0,8	0,35	0,5	0,3	0,15	6,42	0,30	23,5	353	n	1098	1103	384	995,89	1085,95	1484,66	n	1,10	1,02	f+s	f
BPH-35-30-1	G	0,8	0,35	0,5	0,3	0,15	6,42	0,30	31,5	353	n	-	980	467	995,89	1085,95	1804,91	n	-	0,90	s	f
BPH-35-30-2	G	0,8	0,35	0,5	0,3	0,15	6,42	0,30	32,7	353	n	1078	1088	479	995,89	1085,95	1850,47	n	1,08	1,00	f+s	f
BPL-35-25-1	G	0,8	0,35	0,5	0,25	0,15	6,42	0,30	27,1	353	n	892	902	423	995,89	1085,95	1360,55	n	0,90	0,83	f+s	f
BPL-35-25-2	G	0,8	0,35	0,5	0,25	0,15	6,42	0,30	25,6	353	n	-	872	407	995,89	1085,95	1309,87	n	-	0,80	s	f
BPB-35-25-1	G	0,8	0,35	0,5	0,25	0,15	6,42	0,30	23,2	353	n	902	911	381	995,89	1085,95	1226,67	n	0,91	0,84	f+s	f
BPB-35-25-2	G	0,8	0,35	0,5	0,25	0,15	6,42	0,30	23,7	353	n	882	921	387	995,89	1085,95	1244,23	n	0,89	0,85	f+s	f
BPH-35-25-1	G	0,8	0,35	0,5	0,25	0,15	6,42	0,30	36,6	353	n	-	882	517	995,89	1085,95	1662,35	n	-	0,81	s	f
BPH-35-25-2	G	0,8	0,35	0,5	0,25	0,15	6,42	0,30	37,9	353	n	-	951	529	995,89	1085,95	1701,48	n	-	0,88	s	f
BPL-35-20-1	G	0,8	0,35	0,5	0,2	0,15	6,42	0,30	22,5	353	n	-	755	374	995,89	1085,95	961,49	n	-	0,79	S	S
BPL-35-20-2	G	0,8	0,35	0,5	0,2	0,15	6,42	0,30	21,5	353	n	-	735	362	995,89	1085,95	932,79	n	-	0,79	S	S
BPB-35-20-1	G	0,8	0,35	0,5	0,2	0,15	6,42	0,30	20,4	353	n	745	755	350	995,89	1085,95	900,70	n	0,75	0,84	f+p	S
BPB-35-20-2	G	0,8	0,35	0,5	0,2	0,15	6,42	0,30	20,2	353	n	784	804	348	995,89	1085,95	894,80	n	0,79	0,90	f+s	S
BPH-35-20-1	G	0,8	0,35	0,5	0,2	0,15	6,42	0,30	31,4	353	n	-	813	466	995,89	1085,95	1200,73	n	-	0,75	S	f
BPH-35-20-2	G	0,8	0,35	0,5	0,2	0,15	6,42	0,30	30,8	353	n	-	794	460	995,89	1085,95	1185,38	n	-	0,73	s	f

Observações: G = Armadura em malha; BS = Armadura concentrada sobre as estacas; BSG = Armadura em malha e concentrada; L = Comprimento do bloco de fundação; h = Altura do bloco de fundação; h = Espaçamento entre eixos de estacas; h = Largura do pilar; h = diâmetro da estaca; h = Altura útil do bloco de fundação; h = Armadura total na direção h = Resistência à compressão do concreto; h = Resistência ao escoamento do aço; h = Carga experimental de fissuração; h = Carga experimental de ruptura; h = Carga de fissuração prevista analiticamente; h = Carga de escoamento prevista analiticamente; h = Carga de ruptura prevista analiticamente (flexão – ruptura dos tirantes); h = Carga de ruptura prevista analiticamente (cisalhamento – ruína das escoras); h = não-registrado ou não-medido; h = Tipo de ruína verificada experimentalmente; h = Tipo de ruína prevista analiticamente;

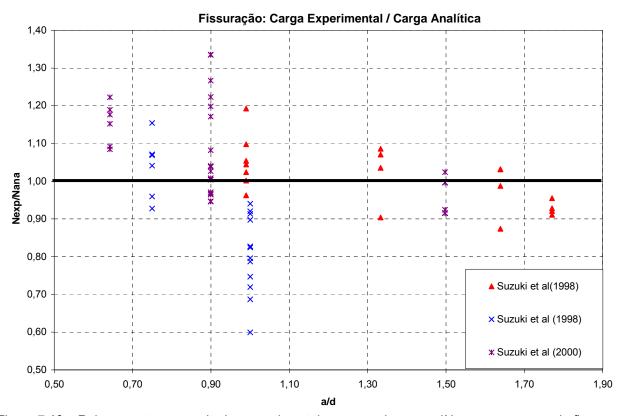


Figura 7.10 – Relação entre os resultados experimentais e as previsões analíticas para a carga de fissuração

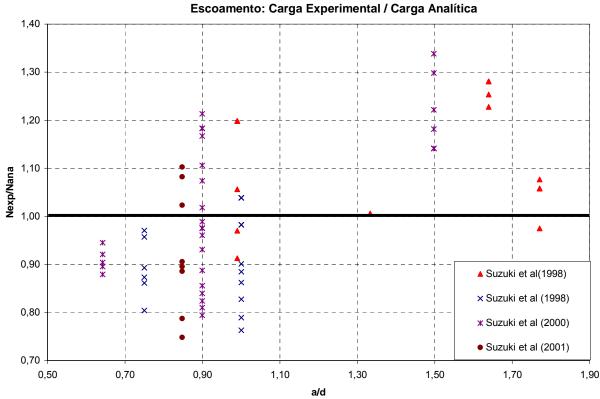


Figura 7.11 - Relação entre os resultados experimentais e as previsões analíticas para a carga de escoamento

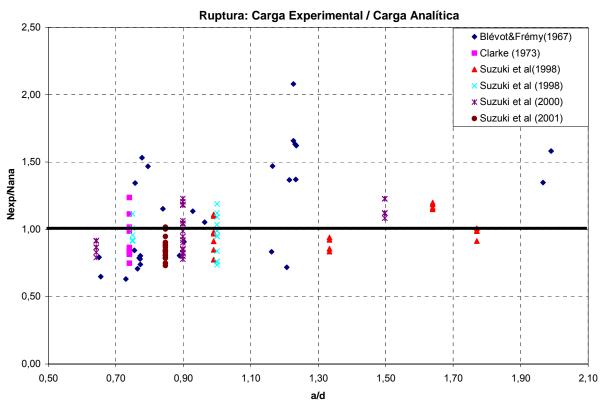


Figura 7.12 - Relação entre os resultados experimentais e as previsões analíticas para a carga de ruína

## 7.4. Referências Bibliográficas

BLÉVOT, J. L.; FRÉMY, R.. "Semelles sur Pieux". In: Institute Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, v.20, n.230, pp.223-295, Paris, 1967.

CLARKE, J. L.. "Behavior and Design of Pile Caps with Four Piles". Technical Report, n.42.489, Cement and Concrete Association, Wexham Springs, 1973.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. "CEB-FIP Model Code 1990". Thomas Telford Services, Ltd., London, 1993.

SIAO, W. B.. "Strut-and-Tie Model for Shear Behavior in Deep Beams and Pile Caps Failing in Diagonal Splitting". ACI Structural Journal, v.90, n.04, pp.356-363, 1983.

SUZUKI, K.; OTSUKI, K.. "Experimental Study on Corner Shear Failure of Pile Caps". Transactions of the Japan Concrete Institute, v.23, 2002.

SUZUKI, K.; OTSUKI, K.; TSUBATA, T.. "Experimental Study on Four-Pile Caps with Taper". Transactions of the Japan Concrete Institute, v.21, pp.327-334, 1999

SUZUKI, K.; OTSUKI, K.; TSUBATA, T.. "Influence of Bar Arrangement on Ultimate Strength of Four-Pile Caps". Transactions of the Japan Concrete Institute, v.20, pp.195-202, 1998.

SUZUKI, K.; OTSUKI, K.; TSUCHIYA, T.. "Influence of Edge Distance on Failure Mechanism of Pile Caps". Transactions of the Japan Concrete Institute, v.22, pp.361-367, 2000.

# 8. Dimensionamento e Simulação Numérica de Blocos Sobre Quatro Estacas Suportando Pilares Submetidos a Flexão Oblíqua Composta

No presente capítulo, um bloco de fundação sobre quatro estacas suportando um pilar retangular sujeito a flexão oblíqua composta será dimensionado e detalhado utilizando a metodologia ora aqui proposta. De maneira a validar o dimensionamento proposto, novamente serão utilizados os recursos de análise não-linear disponíveis no programa ATENA. Deve-se observar que essa ferramenta se mostrou bastante eficiente e confiável em análises anteriores, se comportando como um verdadeiro laboratório virtual.

Adicionalmente, compara-se o desempenho do modelo proposto com os resultados do modelo adaptado de Blévot & Frémy (1967), simplificadamente aplicado com uma carga normal fictícia para o caso de pilares retangulares sujeitos a momentos fletores. A metodologia simplificada aplicando o modelo de Blévot & Frémy (1967) consiste basicamente em tomar a máxima força desenvolvida na base da fundação e multiplicá-la pelo número de estacas. Dessa maneira, pode-se substituir a força normal e momentos fletores iniciais por uma força normal fictícia, de maneira que o bloco pode então ser dimensionado utilizando a formulação disponível.

Deve-se observar que a metodologia simplificada de Blévot & Frémy (1967) tem sido utilizada correntemente nos escritórios de cálculo estrutural pelos profissionais mais experientes, enquanto que aqueles com menos experiência erroneamente desprezam os momentos fletores. O presente trabalho apresenta um critério racional e consistente, que orienta claramente o engenheiro de estruturas como proceder no caso de atuação de momentos fletores em pilares retangulares.

#### 8.1.Descrição e Dimensionamento do Bloco Investigado

Para a aplicação da metodologia proposta, o bloco de fundação sobre quatro estacas suportando o pilar ilustrado na Figura 8.1 foi considerado. Trata-se de um pilar típico de edifício, descrito em maiores detalhes em TQS (2000), com esforços e dimensões freqüentemente encontradas na prática do projeto estrutural.

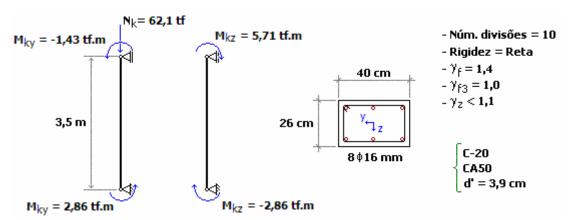


Figura 8.1 – Características do pilar retangular sujeito a flexão obliqua composta apoiado sobre bloco de fundação sobre quatro estacas (Fonte: TQS (2000))

De maneira a condzir as cargas atuante no pilar, o bloco de fundação idealizado na Figura 8.2 foi dimensionado segundo o modelo simplificado de Blévot & Frémy (1967) e de acordo com a metodologia ora aqui proposta. Deve-se observar que certas dúvidas podem surgir quando da aplicação do modelo de Blévot & Frémy (1967), uma vez que as equações desenvolvidas levam apenas em conta o caso de pilar quadrado sujeito a força normal. Dessa maneira, algumas simplificações utilizadas com frequência nos escritório de cálculo estrutural foram consideradas.

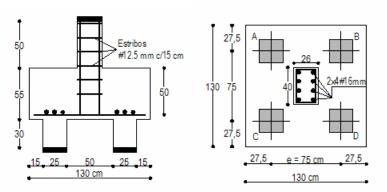


Figura 8.2 – Configuração geométrica do bloco de fundação investigado utilizando ATENA3D

Conforme pode-se observar pela Figura 8.1 e pela Figura 8.2, as seguintes características são levadas em conta para o dimensionamento das armaduras longitudinais do bloco de fundação em análise:

N<sub>k</sub> = -621 kN (Carga normal, negativo para compressão)

 $M_{kx}$  = -57,1 kN.m (Momento fletor em torno do eixo x)

 $M_{ky}$  = 28,6 kN.m (Momento fletor em torno do eixo y)

e = 0,75 m (Espaçamento entre eixos de estacas)

d = 0,5 m (Altura útil do bloco de fundação)

h = 0,55 m (Altura do bloco de fundação)

a = 0,26 m (Largura do pilar)

b = 0,40 m (Comprimento do pilar)

 $e_x = -(28,6)/-621 = 0,046 \text{ m}$  (Excentricidade no eixo x)

 $e_v = -57, 1/-621 = 0,092 \text{ m}$  (Excentricidade no eixo y)

D = 0,25 m (Largura das estacas)

Concreto C20

Aço CA-50A

Introduzindo os dados apresentados anteriormente nas expressões fornecidas no Capítulo 7 do presente trabalho, o modelo proposto para o dimensionamento de blocos suportando pilares retangulares sujeitos a flexão oblíqua composta conduz aos seguintes resultados:

Reações de Apoio Utilizando Formulação Baseada em Equilíbrio da Treliça Tridimensional

 $R_A = -165.93 \text{ kN}$ 

 $R_B = -212,40 \text{ kN}$ 

 $R_C = -100,58 \text{ kN}$ 

 $R_D = -128,75 \text{ kN}$ 

Ângulos das Escoras

 $\theta_{A} = 44.58^{\circ}$ 

 $\theta_{\rm B} = 49,04^{\circ}$ 

 $\theta_{\rm C} = 38,49^{\circ}$ 

 $\theta_D = 41.20^{\circ}$ 

Ângulos das Projeções Horizontais das Escoras

 $\beta_A = 56,09^{\circ}$ 

 $\beta_B = 49,29^{\circ}$ 

$$\beta_C = 47,96^{\circ}$$
  
 $\beta_D = 54,84^{\circ}$ 

## • Forças Atuantes nas Escoras

$$C_A = -236,40 \text{ kN}$$
  
 $C_B = -281,24 \text{ kN}$   
 $C_C = -161,60 \text{ kN}$ 

$$C_D = -195,47 \text{ kN}$$

## • Forças Atuantes nos Tirantes

$$T_{AB} = 139,73 \text{ kN}$$
  
 $T_{AC} = 93,94 \text{ kN}$   
 $T_{CD} = 84,70 \text{ kN}$   
 $T_{BD} = 120,24 \text{ kN}$ 

# Armaduras Longitudinais Necessárias Sem Aplicação dos Coeficientes de Segurança

$$A_{S,AB} = 2,79 \text{ cm}^2$$
  
 $A_{S,AC} = 1,87 \text{ cm}^2$   
 $A_{S,CD} = 1,69 \text{ cm}^2$   
 $A_{S,BD} = 2,40 \text{ cm}^2$ 

## • Tensões máximas nos extremos do pilar:

$$\sigma_A$$
 = -0,786 kN/cm<sup>2</sup>  
 $\sigma_B$  = -2,55 kN/cm<sup>2</sup> (Tensão Máxima)  
 $\sigma_C$  = 0,861 kN/cm<sup>2</sup>  
 $\sigma_D$  = -0,408 kN/cm<sup>2</sup>

Por outro lado, adaptando a formulação clássica de Blévot & Frémy (1967) para o problema em questão, os seguintes resultados são obtidos, tendo em vista que diferentes dimensões "a" foram investigadas:

Máxima reação de apoio = -212 kN (utilizando o critério simplificado) Carga normal fictícia = -212 x 4 = -848 kN Tensão máxima no pilar =  $-848/(26.40) = 0.81 \text{ kN/cm}^2$   $T_{AB} = T_{AC} = T_{CD} = T_{BD} = T = \frac{-\text{N.e}}{8.\text{d}} \left( 1 - \frac{a}{2.\text{e}} \right)$ 

$$\begin{split} \bullet & \text{ Para a = 0,40 m} \\ \theta = & \operatorname{arctg} \frac{d}{\frac{e\sqrt{2}}{2} - \frac{a\sqrt{2}}{4}} = \operatorname{arctg} \frac{0,50}{\frac{0,75\sqrt{2}}{2} - \frac{0,40\sqrt{2}}{4}} = 52,12^{\circ} \\ C = & \frac{R}{\sin\theta} = \frac{-212}{\sin52,12^{\circ}} = -268,59 \, \text{kN} \\ T = & \frac{848.0,75}{8.0,50} \bigg( 1 - \frac{0,40}{2.0,75} \bigg) = 116,8 \, \text{kN} \rightarrow A_s = 2,33 \, \text{cm}^2 \end{split}$$

• Para a = 0,26 m  

$$\theta = arctg \frac{d}{\frac{e\sqrt{2}}{2} - \frac{a\sqrt{2}}{4}} = arctg \frac{0,50}{\frac{0,75\sqrt{2}}{2} - \frac{0,26\sqrt{2}}{4}} = 48,75^{\circ}$$

$$C = \frac{R}{\sin\theta} = \frac{-212}{\sin48,75^{\circ}} = -281,97 \text{ kN}$$

$$T = \frac{848.0,75}{8.0,50} \left(1 - \frac{0,26}{2.0,75}\right) = 130,97 \text{ kN} \rightarrow A_s = 2,61 \text{ cm}^2$$

• Para 
$$a = \sqrt{0.26^2 + 0.40^2} = 0.32 \text{ m}$$
 (Pilar quadrado equivalente)

$$\begin{split} \theta &= \text{arctg} \frac{d}{\frac{e\sqrt{2}}{2} - \frac{a\sqrt{2}}{4}} = \text{arctg} \frac{0,50}{\frac{0,75\sqrt{2}}{2} - \frac{0,32\sqrt{2}}{4}} = 50,15^{\circ} \\ C &= \frac{R}{\sin\theta} = \frac{-212}{\sin50,15^{\circ}} = -276,14 \text{ kN} \\ T &= \frac{848.0,75}{8.0,50} \bigg( 1 - \frac{0,32}{2.0,75} \bigg) = 125,08 \text{ kN} \rightarrow A_s = 2,50 \text{ cm}^2 \end{split}$$

A Tabela 8.1 apresenta uma compilação dos resultados obtidos aplicando a formulação proposta, bem como, o método adaptado de Frémy & Blévot (1967). Conforme pode-se observar, ambos modelos levam praticamente à mesma quantidade de armaduras longitudinais. No entanto, o método proposto aponta para tensões maiores atuando nos extremos do pilar, o que pode levar a uma ruína por cisalhamento não prevista no método simplificado de Blévot & Frémy.

Tabela 8.1 – Comparação entre os métodos utilizados para o dimensionamento do bloco investigado

Método Utilizado	σ <sub>Max</sub> (kN/cm²)	$ heta_{min}$	$ heta_{max}$	C <sub>máx</sub> (kN)	T <sub>max</sub> (kN)	A <sub>s,max</sub> (cm <sup>2</sup> )	A <sub>s,Tirantes</sub>
STM Proposto	-2,55	38,49°	49,04°	-281,24	139,73	2,79	2#10 mm + 1#12.5 mm
Frémy & Blévot (1967) a = 0,40 m	-0,81	52,12°	52,12°	-268,59	116,18	2,33	3#10 mm
Frémy & Blévot (1967) a = 0,26 m	-0,81	48,75°	48,75°	-281,97	130,97	2,61	2#10 mm + 1#12.5 mm
Frémy & Blévot (1967) a = 0,32 m	-0,81	50,15°	50,15°	-276,14	125,08	2,50	2#10 mm + 1#12.5 mm

De maneira a avaliar o desempenho do bloco de fundação apoiando o pilar retangular sujeito a flexão oblíqua composta, as armaduras longitudinais apresentadas na Figura 8.3 foram definidas, tomando por base os resultados apresentados na Tabela 8.1. Conforme pode-se observar pela Figura 8.3, o Modelo A apresenta armação teórica obtida aplicando o modelo proposto, isto é, diferentes quantidades de armaduras para os diferentes tirantes. O Modelo B apresenta a armação prática do modelo proposto, que conduz praticamente a mesma quantidade de armadura utilizando o modelo simplificado de Blévot & Frémy (1967). O Modelo C representa a armação prática do modelo proposto complementada por uma armadura em malha na base e nas laterais do bloco (quantidade igual a 20% da armadura principal). Finalmente, o Modelo D foi obtido pela aplicação do modelo proposto mais armadura complementar, levando em consideração os coeficientes de segurança ( $\gamma_f = 1,4$  para as ações e  $\gamma_s = 1,15$  para o aço).

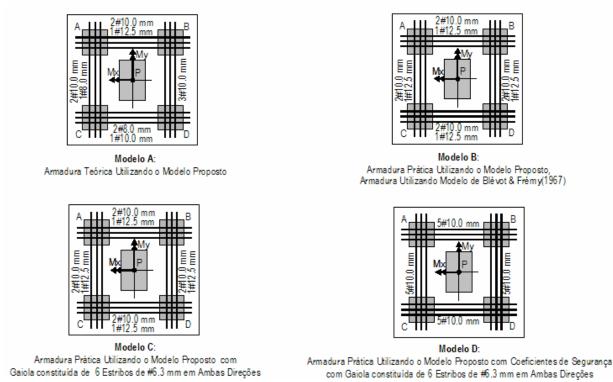


Figura 8.3 – Configurações de armadura longitudinal investigadas utilizando ATENA3D

#### 8.2. Análise Não-Linear Utilizando ATENA3D

Os modelos apresentados na Figura 8.3 foram definidos no programa ATENA3D, de maneira a se obter uma resposta mais apurada quanto aos dimensionamentos efetuados. A seguir, apresenta-se as características gerais adotadas para a realização das simulações numéricas utilizando recursos de análise não-linear.

## 8.2.1 Malha de Elementos Finitos e Topologia

Para a simulação numérica dos blocos de fundação foram utilizados modelos completos, ou seja, sem levar em conta os beneficios introduzidos pela simetria. A armadura discreta foi modelada com elementos unidimensionais simples de linha (single elements), enquanto elementos isoparamétricos de oito nós do tipo "brick" (3 graus de liberdade por nó e 8 pontos de integração) foram utilizados para a modelagem do concreto e das placas de apoio. A Figura 8.4 apresenta a topologia e a malha de elementos finitos utilizadas para o bloco de fundação armado segundo diferentes configurações.

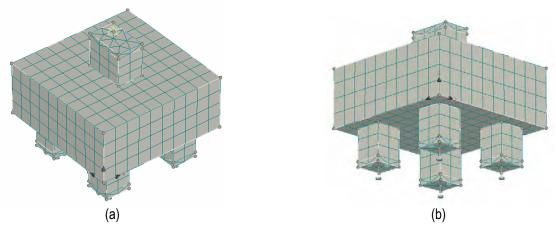


Figura 8.4 – Topologia e malha utilizadas: (a) vista superior do bloco e (b) vista inferior do bloco

#### 8.2.2 Materiais Utilizados

Para a modelagem do concreto nos blocos de fundação foi empregado o elemento 3D Nonlinear Cementitious 2D, acompanhado do modelo de fissuração distribuída do tipo "Fixed Crack Model". A Tabela 8.2 apresenta as propriedades especificadas para o concreto, devendo-se observar que para a resistência à compressão foi definido o valor característico.

Tabela 8.2 – Propriedades mecânicas definidas para o concreto

Propriedade	Valor
Title	Concreto
Туре	CC3DNonLinCementitious2
Elastic modulus E [MPa]	2,734E+04
Poisson's ratio μ [–]	0,200
Specific material weight ρ [MN/m³]	2,300E-02
Coefficient of thermal expansion $\alpha$ [1/K]	1,200E-05
Tensile strength F <sub>t</sub> [MPa]	1,971E+00
Compressive strength F <sub>c</sub> [MPa]	-2,000E+01
Specfic fracture energy G <sub>f</sub> [MN/m]	4,927E-05
Critical compressive displacement w <sub>d</sub> [m]	-5,000E-04
Exc.,def. the shape of fail.surface e [-]	0,520
Multiplier for the direction of the pl.flow $\beta$ [–]	0,000
Fixed crack model coefficient [-]	1,000
Plastic strain at compressive strength $\epsilon_{cp}$ [–]	-7,317E-04

As armaduras foram modeladas como material elasto-plástico (modelo bilinear) e as placas de apoio (estacas e aplicação do carregamento no pilar) foram definidas como sendo material elástico. A Tabela 8.3 apresenta as propriedades definidas para as placas de apoio, enquanto a Tabela 8.4 apresenta as propriedades definidas para as armaduras, que como o concreto foram definidas tomando por base valores característicos. Para o cobrimento das armaduras na face do bloco foi adotado um valor constante de 5,0 cm.

Tabela 8.3 – Propriedades do material elástico utilizado para as placas de apoio

Propriedade	Valor
Title	Placas de Apoio
Туре	CC3DelastIsotropic
Elastic modulus E [MPa]	2,100E+05
Poisson's ratio μ [–]	0,300
Specific material weight ρ [MN/m³]	2,300E-02
Coefficient of thermal expansion $\alpha$ [1/K]	1,200E-05

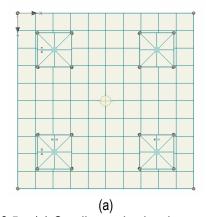
Tabela 8.4 – Propriedades definidas para o aço das armaduras

Propriedade	Valor
Title	Armaduras
Туре	CCReinforcement
Elastic modulus E [MPa]	2,100E+05
Specific material weight ρ [MN/m³]	7,850E-02
Coefficient of thermal expansion $\alpha$ [1/K]	1,200E-05
Reinf. type	Bilinear
$\sigma_y$ [MPa]	500,000

## 8.2.3 Carregamento, Condições de Apoio e Parâmetros da Solução Numérica

Para todos os blocos de fundação, foram definidas as condições de apoio apresentadas na Figura 8.5, ou seja, procurou-se aplicar restrições no centro das placas de apoio, de maneira a possibilitar rotações e deslocamentos nas direções x e y. Para a condição de carregamento, considerou-se a aplicação de um deslocamento fixo de 0,0001 m no topo da placa de carregamento (sentido negativo da direção z), sujeito às excentricidades de 0,046 m na direção x e 0,092 m na direção y.

Para todos os casos, o histórico de carregamento ("load history") consistiu em 100 passos de carga ("analysis steps"), com um coeficiente multiplicador de carregamentos ("analysis step multiplicator") igual a 0,2.. Para a resolução dos problemas, aplicou-se o Método Padrão de Newton-Raphson com as características definidas na Tabela 8.5.



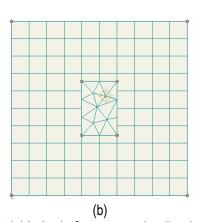


Figura 8.5 – (a) Condições de vinculação dos blocos e (b) excentricidade da força normal aplicada no pilar

Tabela 8.5 – Especificação das propriedades do método de resolução no programa ATENA3D

Propriedades	Valor
Title	Standard Newton-Raphson
Method	Newton-Raphson (line search)
Iteration limit	40
Displacement Error	0,010000
Residual Error	0,010000
Absolute Residual Error	0,010000
Energy Error	0,000100
Optimize band-width	Sloan
Line Search	Yes
LS Type	With iterations
LS Unbalanced energy limit	0,800
LS Line search iteration limit	2
LS Minimum Eta	0,010
LS Maximum Eta	1,000
Update Stiffness	Each iteration
Stiffness Type	Tangent

Adicionalmente, foram definidos pontos de monitoração, de maneira a se obter a resposta estrutural dos blocos de fundação. Para tanto, foi definido um ponto no topo dos blocos (para controle da carga aplicada) e um ponto no centro da base dos blocos (para controle dos deslocamentos na direção z).

#### 8.2.4 Resultados Obtidos Utilizando ATENA3D

A Tabela 8.6 apresenta os principais resultados obtidos utilizando os recursos de análise não-linear disponíveis no programa ATENA3D. Deve-se observar que os pontos de escoamento obtidos para os Modelos D e E deram-se na armadura em malha, enquanto que para o Modelo C o escoamento se deu na armadura de um dos tirantes.

Tabela 8.6 – Comparação entre as diversas respostas obtidas utilizando ATENA3D

Nome	Armação	Carga de Fissuração (kN)	Carga de Escoamento (kN)	Carga de Ruína (kN)	Tipo de Ruína	Ps/P <sub>k</sub>	P <sub>c</sub> /P <sub>k</sub>	Pu/Pk
Modelo A	2#10 + 1#12.5 mm 2#8 +1#10 mm 2#10 + 1#8 mm 3#10 mm	896,10	-	1044,00	Cisalhamento	1,03	-	1,68
Modelo B	4x(2#10 + 1#12.5 mm)	896,20	1044,00	1109,00	Flexão	1,68	1,44	1,79
Modelo C	4x(2#10 + 1#12.5 mm) 2x6#6.3 mm (estribos em gaiola)	876,10	991,00	1448,00	Flexão	1,60	1,41	2,33
Modelo D	4x5#10 mm 2x6#6.3 mm (estribos em gaiola)	876,30	1171,00	1677,00	Flexão	1,89	1,41	2,70

A Figura 8.6 apresenta as relações carga versus deslocamento obtidos nas simulações numéricas utilizando ATENA3D. Deve-se observar que as cargas medidas foram aplicadas pontualmente nos topos dos pilares, enquanto que as deflexões foram medidas nos centros das bases dos blocos de fundação.

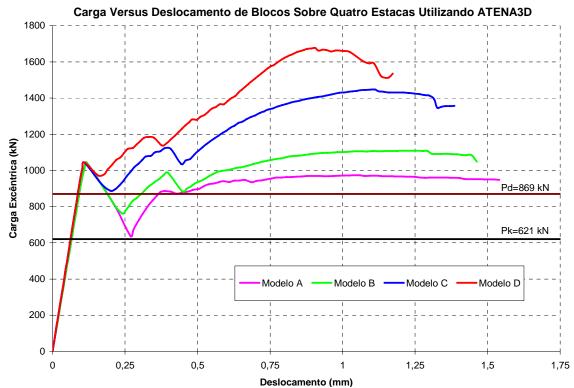


Figura 8.6 – Comparação carga versus deslocamento obtidas utilizando ATENA3D para as diversas configurações de armação do bloco investigado

As figuras a seguir procuram apresentar uma compilação dos principais resultados obtidos para as diversas configurações de armação investigadas. São apresentadas as tensões nas armaduras, bem como, os panoramas de fissuração das principais cargas: fissuração, escoamento e ruína.

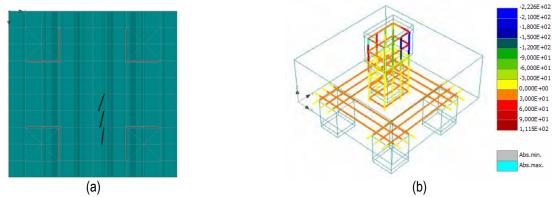


Figura 8.7 – (a) Primeiras fissuras e (b) tensões nas armaduras longitudinais para a carga excêntrica de 896,10 kN - Modelo A

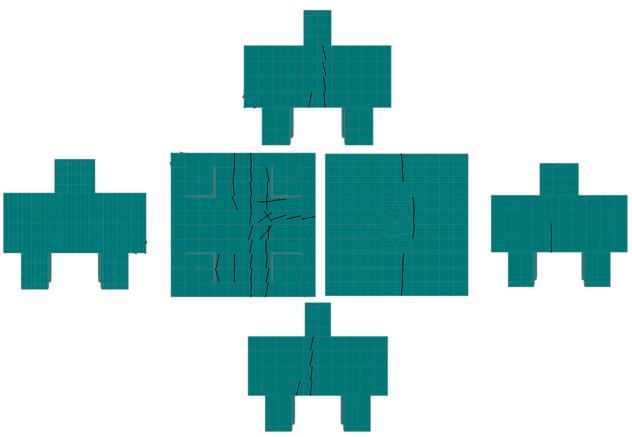


Figura 8.8 – Panorama de fissuração no escoamento (carga excêntrica de 637,10 kN) ilustrando apenas aberturas maiores que 0,1 mm – Modelo A

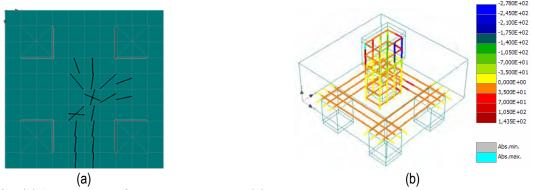


Figura 8.9 – (a) Panorama de fissuração na ruína e (b) tensões nas armaduras longitudinais para a carga excêntrica de 1044,00 kN - Modelo A

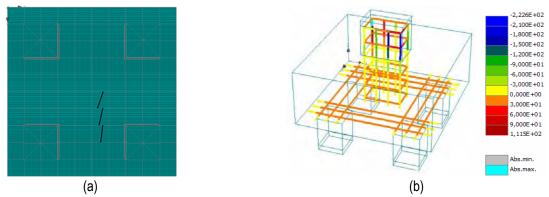


Figura 8.10 – (a) Primeiras fissuras e (b) tensões nas armaduras longitudinais para a carga excêntrica de 896,20 kN - Modelo B

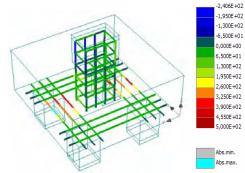


Figura 8.11 – Tensões nas armaduras longitudinais no momento do escoamento do Modelo B, carga excêntrica de 1044,00 kN

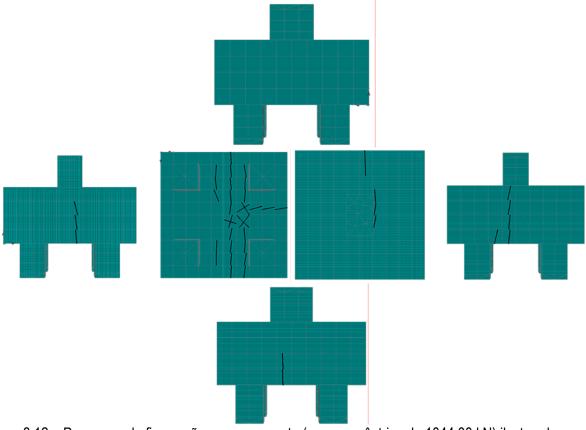


Figura 8.12 – Panorama de fissuração no escoamento (carga excêntrica de 1044,00 kN) ilustrando apenas aberturas maiores que 0,1 mm – Modelo B

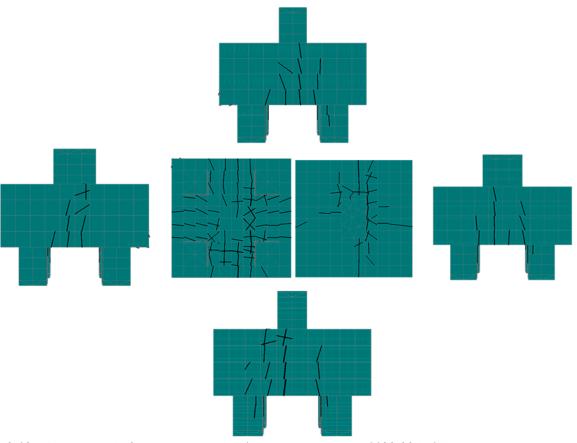


Figura 8.13 – Panorama de fissuração na ruína (carga excêntrica de 1109,00 kN) ilustrando apenas aberturas maiores que 0,1 mm – Modelo B

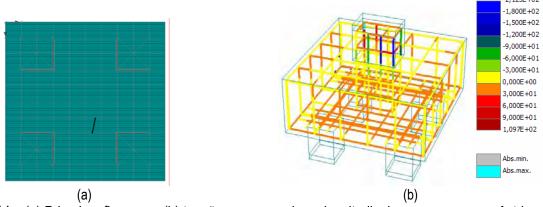


Figura 8.14 – (a) Primeiras fissuras e (b) tensões nas armaduras longitudinais para a carga excêntrica de 876,10 kN - Modelo C

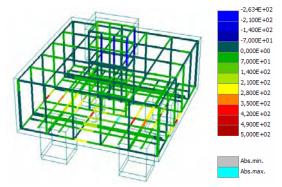


Figura 8.15 – Tensões nas armaduras longitudinais no momento do escoamento do Modelo C, carga excêntrica de 991,00 kN

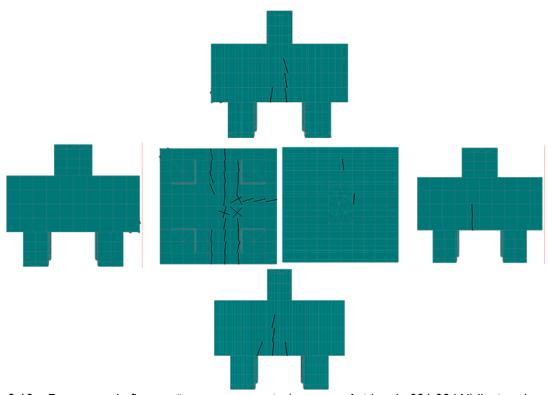


Figura 8.16 – Panorama de fissuração no escoamento (carga excêntrica de 991,00 kN) ilustrando apenas aberturas maiores que 0,1 mm – Modelo C

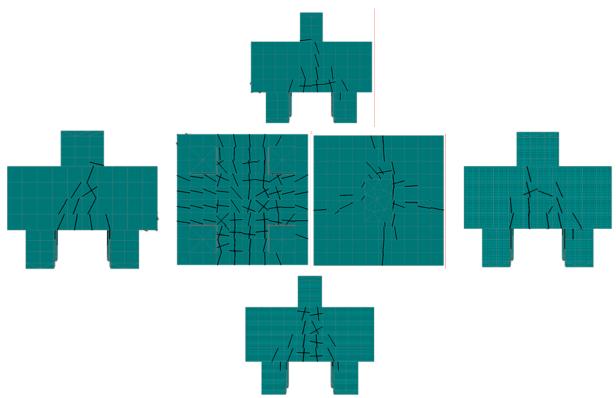


Figura 8.17 – Panorama de fissuração na ruína (carga excêntrica de 1448,00 kN) ilustrando apenas aberturas maiores que 0,1 mm – Modelo C

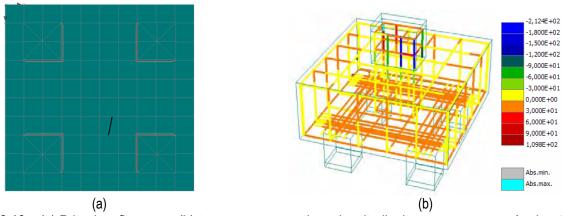


Figura 8.18 – (a) Primeiras fissuras e (b) tensões nas armaduras longitudinais para a carga excêntrica de 876,30 kN - Modelo D

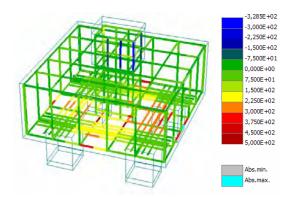


Figura 8.19 – Tensões nas armaduras longitudinais no momento do escoamento do Modelo D, carga excêntrica de 1171,00 kN

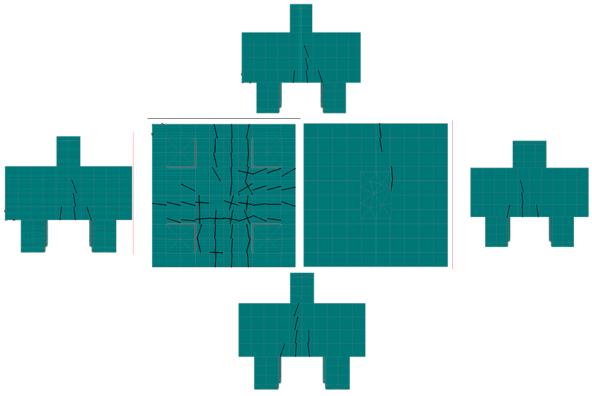


Figura 8.20 – Panorama de fissuração no escoamento (carga excêntrica de 1171,00 kN) ilustrando apenas aberturas maiores que 0,1 mm – Modelo D

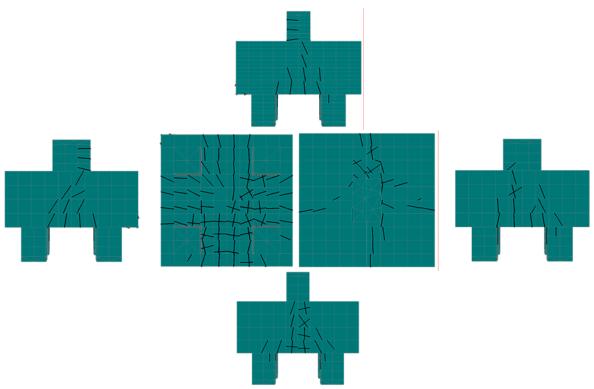


Figura 8.21 – Panorama de fissuração na ruína (carga excêntrica de 1677,00 kN) ilustrando apenas aberturas maiores que 0,1 mm – Modelo D

## 8.3. Discussões Sobre a Investigação Conduzida

Os resultados apresentados demonstram que o modelo proposto conduz a mesma quantidade de armaduras obtida através da utilização do modelo simplificado de Blévot & Frémy (1967). No entanto, deve-se observar que o modelo proposto é mais racional, uma vez que há claras instruções sobre como proceder com os momentos fletores atuantes na base de pilares retangulares. Como benefícios, o presente modelo evita o erro de se desprezar os momentos atuantes, bem como, possibilita uma visão mais realista do comportamento estrutural do bloco de fundação.

Pela Figura 8.6, pode-se observar que todos os modelos dimensionados de acordo com a metodologia proposta chegaram a ruína para cargas superiores a carga de cálculo. As ruínas sempre se deram com escoamento das armaduras e com grande fissuração dos blocos (ruínas dúcteis), com exceção do Bloco A que não apresentou escoamento. Deve-se observar que apenas o Modelo D foi dimensionado utilizando os coeficientes de segurança, o que indica que os blocos dimensionados com a metodologia proposta apresentam desempenho bastante satisfatório mesmo sem a aplicação dos coeficientes de segurança.

Quando utilizando o modelo proposto complementado por armadura complementar (Modelo C), obteve-se uma carga de ruína 133% maior do que a carga característica de dimensionamento (Pk =621 kN). Utilizando o modelo proposto, porém com a aplicação dos coeficientes de segurança para determinação das armaduras principal e complementar (Modelo D), foi possível chegar a uma carga de ruína 170% maior do que a carga utilizada para dimensionamento.

Adicionalmente, pode-se concluir que os blocos por si só, isto é, sem a presença de armaduras, possuem grande capacidade de resistência, uma vez que a carga de fissuração em todos os casos foi sempre superior a carga excêntrica de projeto e de cálculo. De maneira a se avaliar a influência da altura dos blocos na resistência final, novos modelos sem armadura foram construídos para o problema em estudo, sendo que os resultados obtidos utilizando ATENA3D são apresentados na Figura 8.22.

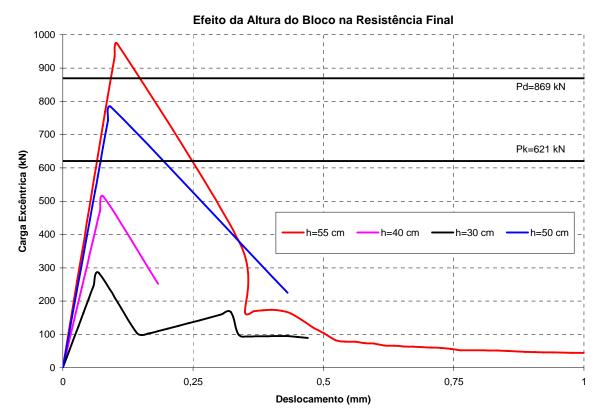


Figura 8.22 – Efeito da altura do bloco na resistência final

Conforme pode-se observar, conforme se aumenta a altura dos blocos pode-se obter altas resistências para os blocos, capazes inclusive de encaminhar totalmente as cargas do pilar para a fundação, sem a necessidade de armaduras. Essa grande contribuição é devido ao grande volume de concreto trabalhando na região dos tirantes, resistência essa normalmente desprezada na maioria dos modelos existentes para o dimensionamento dos blocos de fundação.

Adicionalmente, as escoras se encontram fortemente confinadas, propiciando grandes valores de resistência para esses elementos. Dessa maneira, quando utilizando o modelo de escoras e tirantes é de se esperar teoricamente que blocos de diferentes alturas dimensionados com essa metodologia apresentem a mesma capacidade última, ou ao menos a mesma carga de escoamento. Conforme pode-se observar pela Figura 8.23 não é isso o que acontece, tendo em vista que a altura do bloco apresenta grande influência na resposta final, contribuindo decisivamente na região dos tirantes tracionados.

Deve-se observar que na Figura 8.23, todos os blocos foram armados apenas com a armadura teórica, isto é, apenas com a armadura estritamente necessária para cada tirante segundo a metodologia proposta e sem levar em conta coeficientes de segurança. As relações a/d representam os valores médios uma vez que é possível obter valores em duas direções, tendo em vista o fato do pilar ser retangular. A Tabela 8.7 apresenta uma compilação dos resultados obtidos utilizando o programa ATENA3D.

Conforme pode-se observar em todos os casos, com exceção do bloco com altura igual a 30 cm, é possível obter uma carga última superior a carga de cálculo, mesmo sem considerar a aplicação dos coeficientes de segurança para o dimensionamento das armaduras. Além disso, para relações a/d inferiores a 0,5, observase que a carga de fissuração tende a ser maior do que a carga característica, indicando que para esses casos grandes resistências são obtidas pela contribuição do concreto na região dos tirantes e pela reduzida inclinação das escoras oblíquas.

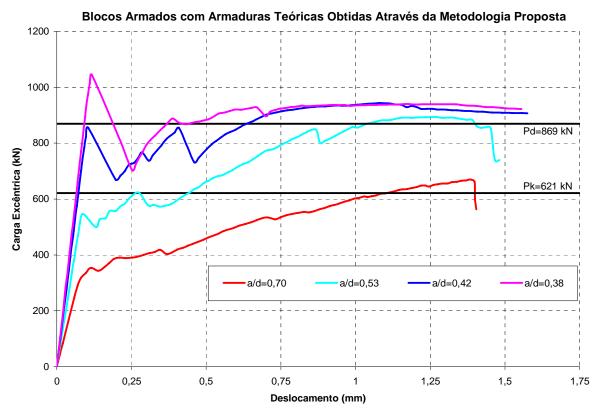


Figura 8.23 – Relação carga versus deslocamento para blocos armados com a metodologia proposta

Tabela 8.7 – Resultados de blocos sobre quatro estacas dimensionados com a metodologia proposta e analisados numerciamente com o programa ATENA3D

h (cm)	d (cm)	a/d	A <sub>s</sub> (cm²)	P <sub>c</sub> (kN)	P <sub>s</sub> (kN)	P <sub>f</sub> (kN)	Tipo de Ruína	P <sub>c</sub> /P <sub>k</sub>	P <sub>s</sub> /P <sub>k</sub>	P <sub>f</sub> /P <sub>k</sub>
30	25	0,70	$A_{s,AB} = 5,59 \text{ cm}^2$ $A_{s,AC} = 3,76 \text{ cm}^2$ $A_{s,CD} = 3,39 \text{ cm}^2$ $A_{s,BD} = 4,81 \text{ cm}^2$	287,40	1	669,50	Cis.	0,46	1	1,08
40	35	0,53	$A_{s,AB} = 3,99 \text{ cm}^2$ $A_{s,AC} = 2,68 \text{ cm}^2$ $A_{s,CD} = 2,42 \text{ cm}^2$ $A_{s,BD} = 3,44 \text{ cm}^2$	514,40	785,30	894,10	Flexão	0,828	1,27	1,44
50	45	0,42	$A_{s,AB} = 3,11 \text{ cm}^2$ $A_{s,AC} = 2,09 \text{ cm}^2$ $A_{s,CD} = 1,88 \text{ cm}^2$ $A_{s,BD} = 2,67 \text{ cm}^2$	702,60	795,00	943,20	Flexão	1,13	1,28	1,52
55	50	0,38	$A_{s,AB} = 2,79 \text{ cm}^2$ $A_{s,AC} = 1,88 \text{ cm}^2$ $A_{s,CD} = 1,69 \text{ cm}^2$ $A_{s,BD} = 2,40 \text{ cm}^2$	896,10	-	1044,00	Cis.	1,03	-	1,68

As Figura 8.24 a Figura 8.39 a seguir, apresentam uma compilação dos principais resultados obtidos para os blocos de fundação com diferentes alturas armados segundo a metodologia proposta. São apresentados principalmente resultados referentes à fissuração e tensões nas armaduras.

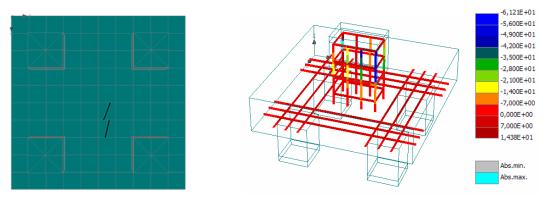


Figura 8.24 – Primeiras fissuras e tensões nas armaduras para o bloco com h = 30 cm (carga excêntrica de 287,40 kN)

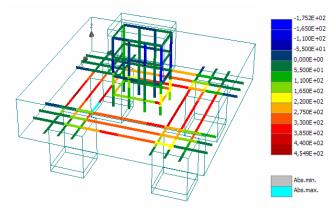


Figura 8.25 – Tensões nas armaduras para o bloco com h =30 cm no momento da ruptura (carga excêntrica de 669,50 kN)

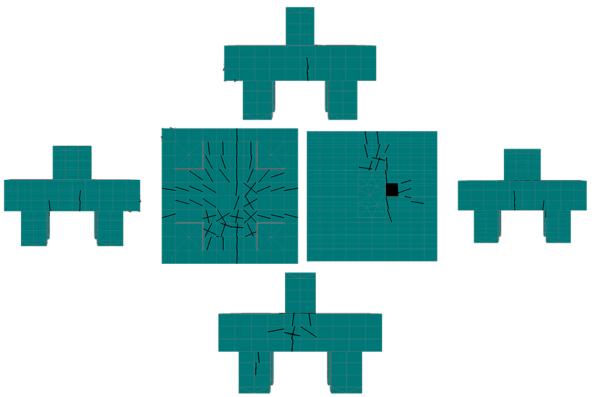


Figura 8.26 – Panorama de fissuração na ruína (carga excêntrica de 669,50 kN) ilustrando apenas aberturas maiores que 0,3 mm – Bloco h = 30 cm

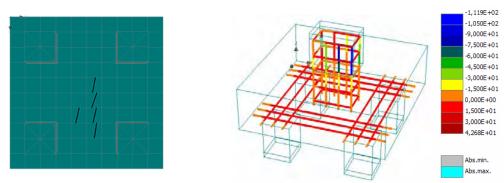


Figura 8.27 – Primeiras fissuras e tensões nas armaduras para o bloco com h = 40 cm (carga excêntrica de 514,40 kN)

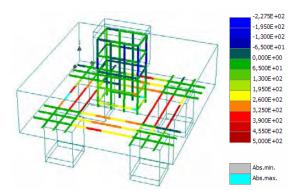


Figura 8.28 – Tensões nas armaduras para o bloco com h =40 cm no momento do escoamento (carga excêntrica de 785,30 kN)

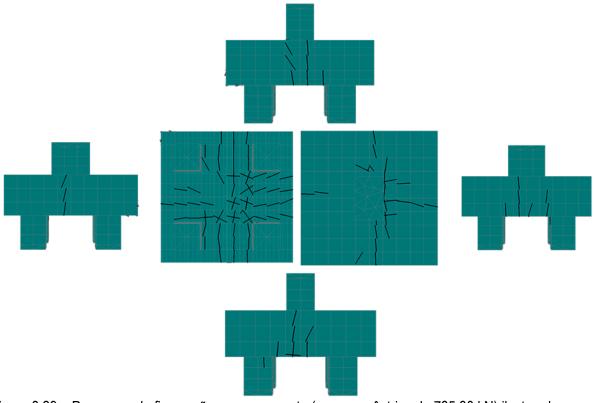


Figura 8.29 – Panorama de fissuração ne escoamento (carga excêntrica de 785,30 kN) ilustrando apenas aberturas maiores que 0,1 mm – Bloco h = 40 cm

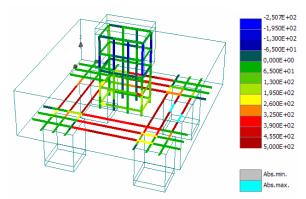


Figura 8.30 – Tensões nas armaduras para o bloco com h =40 cm no momento da ruptura (carga excêntrica de 894,10 kN)

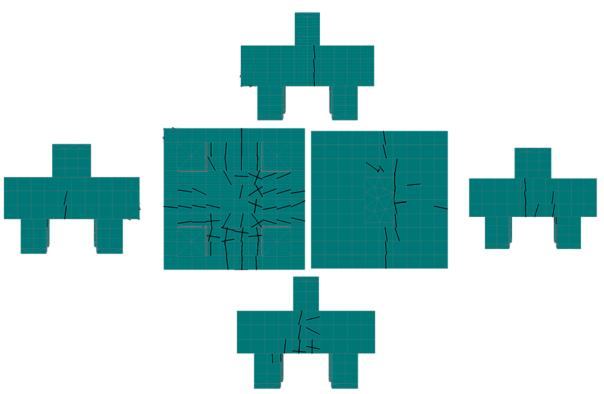


Figura 8.31 – Panorama de fissuração na ruína (carga excêntrica de 894,10 kN) ilustrando apenas aberturas maiores que 0,3 mm – Bloco h = 40 cm

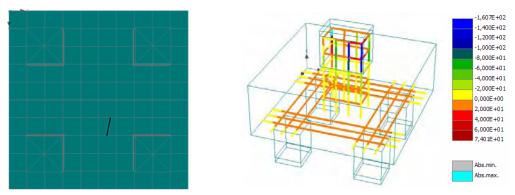


Figura 8.32 – Primeiras fissuras e tensões nas armaduras para o bloco com h = 50 cm (carga excêntrica de 702,60 kN)

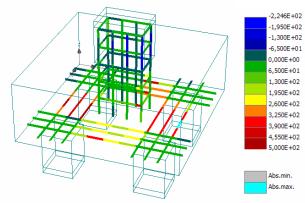


Figura 8.33 – Tensões nas armaduras para o bloco com h =50 cm no momento do escoamento (carga excêntrica de 795,00 kN)

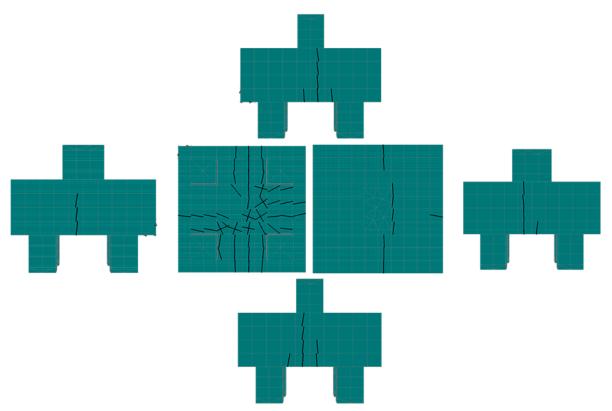


Figura 8.34 – Panorama de fissuração no escoamento (carga excêntrica de 795,00 kN) ilustrando apenas aberturas maiores que 0,1 mm – Bloco h = 50 cm

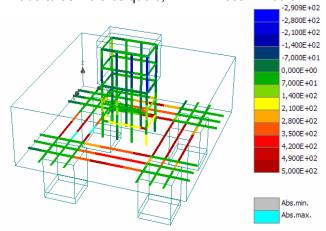


Figura 8.35 – Tensões nas armaduras para o bloco com h =50 cm no momento da ruptura (carga excêntrica de 943,20 kN)

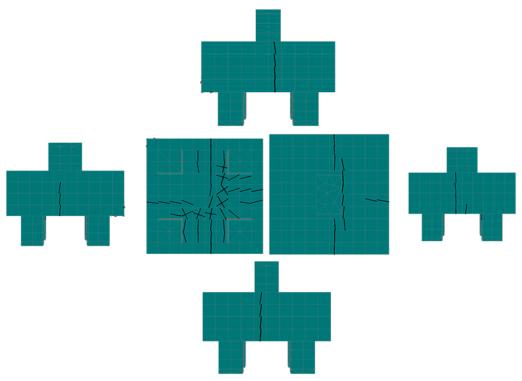


Figura 8.36 – Panorama de fissuração na ruína (carga excêntrica de 943,20 kN) ilustrando apenas aberturas maiores que 0,3 mm – Bloco h = 50 cm

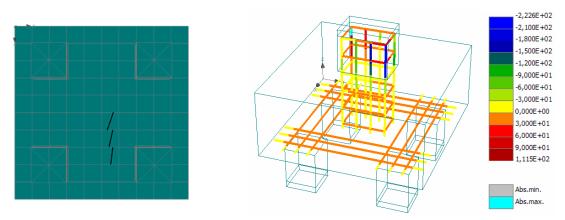


Figura 8.37 – Primeiras fissuras e tensões nas armaduras para o bloco com h = 55 cm (carga excêntrica de 896,10 kN)

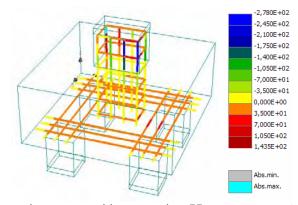


Figura 8.38 – Tensões nas armaduras para o bloco com h = 55 cm no momento da ruptura (carga excêntrica de 1044,00 kN)

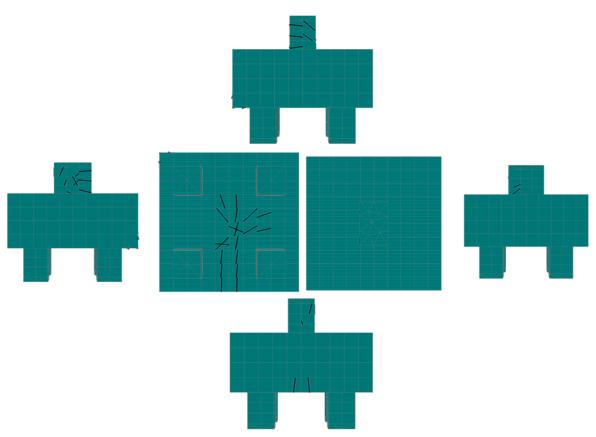


Figura 8.39 – Panorama de fissuração na ruína (carga excêntrica de 1044,00 kN) para bloco com h = 55 cm, não há fissuras maiores do que 0,1 mm

Dessa maneira, após a análise cuidadosa de todas as simulações numéricas conduzidas, pode-se concluir que o modelo proposto é extremamente seguro. Indiretamente, a pesquisa também demonstra a grande segurança existente quando da aplicação do modelo simplificado de Blévot & Frémy (1967), uma vez que as quantidades de armaduras obtidas por esse método (frequentemente utilizado na prática profissional) são praticamente idênticas àquelas calculadas com o modelo aqui proposto. No entanto, deve-se observar que o modelo apresentado demonstra claramente o processo de dimensionamento de blocos suportando pilares não quadrados e sujeitos a flexão obliqua composta. O modelo proposto possibilita maior racionalidade, uma vez que o modelo de Blévot & Frémy (1967) só leva em conta pilares quadrados sujeitos a carga axial centrada.

A Tabela 8.8 apresenta as tensões máximas de compressão verificadas nos vértices do pilar para as cargas de fissuração, escoamento e ruptura. Observa-se que o valor máxima da tensão de compressão no pilar igual a 1,0.f<sub>ck</sub>, de maneira a assegurar indiretamente a resistência das escoras, é bastante conservativo, uma vez que o escoamento das armaduras se dá em torno de 1,31.f<sub>ck</sub>. Adicionalmente, os resultados indicam que as escoras devem ter uma inclinação entre 29° e 46°, de maneira a se obter uma ruptura dúctil, isto é, com o escoamento das armaduras antes da ruptura das escoras por tração transversal.

Dessa maneira, de maneira a se obter sempre uma ruptura dúctil, parece razoável adotar-se as inclinações das escoras com ângulos variando entre 30° e 50°, bem como, manter uma tensão máxima de compressão no pilar em torno de 1,0.f<sub>ck</sub>. Essas recomendações parecem conduzir a verificações suficientes para o cisalhamento do bloco de fundação, bem como, possibilita adotar blocos menores do que aqueles recomendados por Blévot & Frémy (1967), onde as escoras devem possuir inclinação entre 45° e 55°.

Tabela 8.8 – Inclinações das escoras e tensões máximas de compressão nos vértices do pilar

h (cm)	d (cm)	a/d (médio)	$ heta_{ ext{escoras}}$	P <sub>c</sub> (kN)	σ <sub>P,C</sub> (MPa)	P <sub>s</sub> (kN)	σ <sub>P,S</sub> (MPa)	P <sub>f</sub> (kN)	σ <sub>P,f</sub> (MPa)
30	25	0,70	$ \Theta_{A} = 26,23^{\circ} $ $ \Theta_{B} = 29,95^{\circ} $ $ \Theta_{C} = 21,68^{\circ} $ $ \Theta_{D} = 23,64^{\circ} $	287,40	0,48.f <sub>ck</sub>	-	-	669,50	1,11.f <sub>ck</sub>
40	35	0,53	$ \Theta_{A} = 34,60^{\circ} $ $ \Theta_{B} = 38,89^{\circ} $ $ \Theta_{C} = 29,10^{\circ} $ $ \Theta_{D} = 31,50^{\circ} $	514,40	0,85.f <sub>ck</sub>	785,30	1,30.f <sub>ck</sub>	894,10	1,48.f <sub>ck</sub>
50	45	0,42	$ \Theta_{A} = 41,57^{\circ} $ $ \Theta_{B} = 46,04^{\circ} $ $ \Theta_{C} = 35,59^{\circ} $ $ \Theta_{D} = 38,23^{\circ} $	702,60	1,16.f <sub>ck</sub>	795,00	1,32.f <sub>ck</sub>	943,20	1,56.f <sub>ck</sub>
55	50	0,38	$\Theta_{A} = 44,58^{\circ}$ $\Theta_{B} = 49,04^{\circ}$ $\Theta_{C} = 38,49^{\circ}$ $\Theta_{D} = 41,20^{\circ}$	896,10	1,48.f <sub>ck</sub>	-	-	1044,00	1,73.f <sub>ck</sub>

Finalmente, não é de se estranhar que nunca tenha sido registrado um colapso de blocos de fundação. Em geral, tem-se demonstrado que o Modelo de Bernoulli-Euler, um modelo simplificado para blocos rígidos sobre quatro estacas, porém bem dominado e bem difundido entre os calculistas de estruturas, leva a uma quantidade de armadura longitudinal cerca de 20% maior do que aquela obtida utilizando o Método das Bielas (CLARKE, 1973). Os resultados aqui apresentados demonstram que mesmo o Método das Bielas, empregado sem a utilização de coeficientes de segurança, leva à adoção de uma quantidade exagerada de armaduras, a medida que se aumenta a altura dos blocos. Dessa maneira, espera-se em trabalhos futuros incluir de alguma maneira a contribuição do concreto na região dos tirantes, bem como, diminuir a armadura complementar de 20% para 10% da armadura principal.

#### 8.4. Referências Bibliográficas

BLÉVOT, J. L.; FRÉMY, R.. "Semelles sur Pieux". In: Institute Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, v.20, n.230, pp.223-295, Paris, 1967.

CERVENKA, V.; CERVENKA, J.. "ATENA Program Documentation – Part 2-2: User's Manual for ATENA3D", Prague, República Theca, 2005.

CLARKE, J. L.. "Behavior and Design of Pile Caps with Four Piles". Technical Report, n.42.489, Cement and Concrete Association, Wexham Springs, 1973.

CERVENKA, V; JENDELE, L.; CERVENKA, J.. "ATENA Program Documentation – Part 1: Theory", Prague, República Theca, 2005.

KABELE, P.; CERVENKA, V.; CERVENKA, J.. "ATENA Program Documentation – Part 3: Example Manual", Prague, República Theca, 2005.

TQS Informática Ltda. "NBR 6118:2003 - Efeitos Locais de 2a. Ordem em Pilares (Parte II-B)". São Paulo, 2000. Disponível em http://www.tqs.com.br/novidades/noticias/noticia.asp?id=176

#### 9. Conclusões e Trabalhos Futuros

A maioria dos modelos disponíveis atualmente para o dimensionamento de blocos de fundação sobre estacas levam em consideração apenas o caso simples de pilar quadrado com carga axial centrada. Essa é uma condição de carregamento muito limitada, que não representa a situação mais comum encontrada na prática profissional: blocos de fundação apoiando pilares retangulares sujeitos à flexão oblíqua composta.

Tendo em conta a falta de modelos mais genéricos e realistas, regras empíricas utilizadas no passado continuam em utilização no presente. Adicionalmente, a maioria dos códigos estruturais não fornecem critérios suficientemente claros para o dimensionamento de blocos de fundação, as vezes até recomendando metodologias teoricamente inapropriadas, como é o caso do Modelo de Viga. Apesar do Modelo de Viga conduzir a um dimensionamento seguro, comprovado por anos de prática profissional, observa-se que essa metodologia pode conduzir a blocos antieconômicos e de comportamento frágil no estado limite último para o caso de blocos.

O presente trabalho apresenta uma metodogia de dimensionamento de blocos de fundação, que tem como base teórica o Método das Bielas. O bom desempenho do modelo proposto, tanto para situações de verificação quanto para situações de dimensionamento, é comprovado pelo levantamento de um extensivo banco de dados experimentais e pela utilização de recursos de análise não-linear disponíveis em um programa comercial (ATENA). Apesar de ter-se dado ênfase ao caso de blocos sobre quatro estacas, devido ao fato de que a maioria dos resultados experimentais disponíveis são para essa situação, observa-se que a metodologia ora aqui proposta pode ser facilmente extrapolada para os blocos com outras quantidades de estacas.

Pode-se demonstrar que o modelo desenvolvido conduz a dimensionamentos mais racionais e seguros, bem como, possibilita a obtenção de blocos mais econômicos quando comparados com aqueles blocos obtidos utilizando o Modelo de Viga. Adicionalmente, o modelo proposto descreve com clareza as etapas a serem seguidas no projeto, bem como, possibilita a obtenção de um comportamento dúctil no estado limite último. A garantia de ductilidade, feita através da limitação do nível de tensão atuante no pilar, possibilita que as armaduras longitudinais dos tirantes escoem antes das escoras em concreto chegarem a ruína por compressão (tração longitudinal).

Observa-se que o modelo proposto contribui no oferecimento de uma ferramenta mais racional para a análise e dimensionamento de blocos de fundação sobre estacas. Como resultado, espera-se que os resultados dessa pesquisa, aliados com os avanços obtidos por outros pesquisadores, possam resultar em uma especificação mais clara por parte dos códigos estruturais no que se refere ao dimensionamento de blocos de fundação. A partir desse momento, poderá se esperar que a prática profissional finalmente possa abandonar a utilização do Modelo de Viga para o dimensionamento de blocos de fundação.

Como trabalhos futuros, pretende-se continuar aplicando a metodologia proposta para os casos de blocos sobre duas, três e cinco estacas. De maneira a otimizar o processo de dimensionamento, todo o equacionamento desenvolvido deverá ser implementado em um programa computacional, que possibilitará o dimensionamento e o detalhamento dos blocos de fundação em um único ambiente computacional. Existe ainda a expectativa de se escrever o programa citado anteriormente com a utilização da linguagem C++, com uma aboradagem totalmente voltada a orientação a objetos. Dessa maneira, seria possível a participação de de outros pesquisadores colaboradores no desenvolvimento do código fonte.

De maneira a certificar a validade do método proposto, mais análises não-lineares deverão ser conduzidas. Porém, caso não seja possível a obtenção de recursos financeiros para a aquisição de programas computacionais como DIANA e ATENA, que funcionam como verdadeiros laboratórios virtuais, blocos de fundação em escala reduzida poderão ser dimensionados com a metodologia proposta e ensaiados futuramente.

Situações mais complexas de carregamento, como ação de carregamento horizontal, deverão ser incorporadas futuramente nos modelos propostos, objetivando contribuir em futuras revisões do código brasileiro, que deverão passar a incluir capítulos relacionados à ação sísmica. Adicionalmente, o desenvolvimento de modelos ainda mais complexos, levando em conta condições de compatibilidade de deformações, são esperados num futuro proximo. Para tanto, procurar-se-á aprofundar ainda mais as pesquisas relacionadas ao Método das Bielas, Método dos Elementos Finitos e Teoria Modificada do Campo de Compressão.